



BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET



Vejledning Matematik A, hhx 2024

August 2024

Vejledning Matematik A, hhx 2024
August 2024

2024
ISBN nr. [xxx xxx xxx] (web udgave)

Design: Center for Kommunikation og Presse
Denne publikation kan ikke bestilles.
Der henvises til webudgaven.

Publikationen kan hentes på:
www.uvm.dk
Børne- og Undervisningsministeriet
Departementet
Frederiksholms Kanal 21
1220 København K

Indhold

Indledning.....	4
1 Identitet og formål	5
1.1 Identitet.....	5
1.2 Formål.....	5
2 Faglige mål og fagligt indhold	7
2.1 Faglige mål	7
2.2 Kerne stof	7
2.3 Supplerende stof.....	13
2.4 Omfang	14
3 Tilrettelæggelse	15
3.1 Didaktiske principper.....	15
3.2 Arbejdsformer	16
3.3 It.....	17
3.4 Samspil med andre fag.....	19
4 Evaluering.....	20
4.1 Løbende evaluering	20
4.2 Prøveform	21
4.3 Bedømmelseskriterier.....	24

Indledning

Vejledningen præciserer, kommenterer, uddyber og giver anbefalinger vedrørende udvalgte dele af læreplanens tekst, men indfører ikke nye bindende krav.

Citater fra læreplanen er anført i citationstegn. Alle citater er fra læreplanen til A-niveau på hhx.

Dette er den første vejledning til læreplanerne, der gælder fra august 2024.

I stedet for en vejledning, der dækker alle niveauerne, bliver der her vejledninger til de enkelte niveauer i særskilte dokumenter. Der findes ligeledes en særskilt vejledning til matematik B på eux.

1 Identitet og formål

1.1 Identitet

Faget matematik henter på hhx-uddannelsen sin identitet både fra videnskabsfaget matematik og fra de fagområder, faget finder anvendelse inden for i uddannelsen, de erhvervsøkonomiske -, de samfundsøkonomiske - og de afsætningsøkonomiske områder.

Dette er beskrevet i læreplanen som:

"Faget matematik A har sin oprindelse i videnskabsfaget matematik og tager udgangspunkt i såvel en teoretisk som en anvendelsesorienteret tilgang. Faget har i hhx berøringsflader med både samfundsvidenskabelige og økonomiske fagområder. Faget bygger på abstraktion, logisk tænkning og ræsonnementer og omfatter en række metoder til modellering og problembehandling. Faget beskæftiger sig både med teoretiske og anvendelsesorienterede emner gennem opbygning af og indsigt i matematisk teori, der anvendes til modellering og løsning af teoretisk eller praktisk orienterede problemstillinger".

Centralt for fagets identitet indgår problemløsning ved hjælp af abstrakt tænkning, logisk tænkning og ræsonnementer.

1.2 Formål

Den første del af formålet omhandler udviklingen af elevernes faglige kompetencer således, at de er i stand til at anvende disse kompetencer både i en matematisk kontekst men også i en anden faglig kontekst. Eleverne skal gennem arbejde med faget opnå en teoretisk forståelse af fagets metoder

I læreplanen for A-niveau tydeliggøres progressionen fra B til A, idet der på A-niveau også indgår et krav om, at eleverne skal tilegne sig teoretisk viden.

"Gennem undervisningen skal eleverne opnå teoretisk viden og kundskaber om matematiske emner, metoder og anvendelsesområder".

I forlængelse heraf udvides kendskabet til de matematiske metoder, idet en stadig større grad af matematikken bygger på algebraiske beviser, hvorved elevernes ræsonnementskompetence udvikles.

Undervisningen skal derfor have fokus på, hvordan matematik kan bidrage til løsning af problemstillinger af såvel teoretisk og uddannelsesmæssig som erhvervmæssig sammenhæng. Undervisningen skal i høj grad være med til at styrke elevernes generelle studieforberedelse og almene dannelse:

"Herved skal eleverne blive i stand til at overskue, analysere og vurdere problemstillinger fra faget i erhvervs- eller studiemæssig sammenhæng".

I undervisningen skal der være fokus på det faglige samspilsmuligheder med ikke mindst de økonomiske fag, hvorved det tydeliggøres, at matematik er forudsætningen for at kunne løse problemstillinger inden for andre fag.

"Eleverne skal opnå forståelse af matematikkens rolle i samfundet, herunder have kendskab til faglige metoder og tankeganges betydning for samfundsudviklingen".

Udover at opfylde ovenstående formål skal undervisningen i faget også medvirke til træning af elevernes færdigheder, ligesom undervisningen i faget også skal medvirke til træning af elevernes evne til at tænke abstrakt, ligesom den skal medvirke til at udvikle elevernes faglige nysgerrighed, faglige mod og kreativitet gennem anvendelsen af matematiske modeller og metoder på – så vidt muligt – autentiske

problemer. Arbejdet med - måske modificerede - autentiske problemer skal endvidere medvirke til at øge elevernes forståelse af, at matematik optræder som et redskab overalt i dagligdagen, både åbenlyst og i det skjulte.

Faget har en unik mulighed for gennem modellering og arbejdet med autentiske problemstillinger at bidrage til eleverne globale forståelse. Herunder kan faget medvirke til at arbejde med, og skabe forståelse for, globale sammenhænge. Det kan gøres gennem tværfaglige projekter samt gennem arbejdet med problemstillinger i den enkelte lektion. Det kan gøres på stor skala og på den helt konkrete regneopgave. Det kan være i arbejde med klima, befolkning og virksomheder, der opererer på det globale marked. I sig selv kan faget også bruges i globale sammenhænge, da fagsproget i matematik er internationalt.

2 Faglige mål og fagligt indhold

2.1 Faglige mål

De faglige mål, som eleverne skal opnå i undervisningen i matematik, er formuleret i læreplanens afsnit 2.1. Det er disse mål, eleverne skal opnå i gennem undervisningen i faget. De faglige mål skal ikke ses som individuelle undervisningspunkter, men skal opnås gennem arbejdet med kernestoffet og det supplerende stof, der er beskrevet i afsnit 2.2 og 2.3.

De faglige mål er udtrykt vha. de 8 kernekompetencer i matematik:

- Tankegangskompetencen
- Problembehandlingskompetencen
- Modelleringskompetencen
- Ræsonnementskompetencen
- Repræsentationskompetencen
- Symbol- og formalismekompetencen
- Kommunikationskompetencen
- Hjælpemiddelkompetencen

En beskrivelse af de enkelte kernekompetencer kan findes på EMU'en [her](#). Arbejde med tilegnelsen af de 8 kernekompetencer i løbet af undervisningsforløbet vil medvirke til opnåelse af det daglige mål for faget. I praksis vil man opdele de endelige mål i nogle delmål, der gradvis opfyldes. Hvorvidt eleven har opfyldt fagets slutmål, undersøges ved de afsluttende prøver og i forbindelse med afgivelsen af de afsluttende standpunktskarakterer. Her bedømmes eleven i forhold til bedømmelseskriterierne, som ligeledes er udtrykt vha. kernekompetencerne. Nogle af de faglige mål evalueres fortrinsvis gennem det skriftlige arbejde, mens andre især bedømmes ud fra de mundtlige præstationer.

2.2 Kernestof

I det nedenstående vil kernestoffet fra læreplanen blive udfoldet.

”grundlæggende regnefærdigheder; procentregning og indekstal, overslagsregning, regningsarternes hierarki, reduktion, regler for regning med potenser og rødder, logaritmer, fakultet”.

Denne del af kernestoffet er ikke tænkt som et afgrænset forløb, hvor eleverne udelukkende træner færdigheder. Det er vigtige matematiske kernekompetencer, som skal indgå i de emneområder, hvor disse er en vigtig forudsætning for at opnå kompetencen inden for det pågældende emne.

Tillige indgår brugen af parentesregnereglerne og udregning af flerleddede udtryk svarende til kvadrattet på en toleddet størrelse og to tals sum gange to tals differens. Potensregneregler både med rationel og hel eksponent vil også være en nødvendighed for at kunne løse ligninger.

Det er et mål, at eleverne trænes i at beherske overslagsregning, som kan forstås på den måde, at eleven inden udregning/anvendelse af it-værktøj kan give et bud på et muligt men ikke eksakt svar, og efter anvendelse af it-værktøj forholde sig til resultatet og reflektere over om facit stemmer overens med budet/overslaget.

Fakultet er nyt i denne læreplan og emnet er tænkt behandlet i forbindelse med kombinatorik. Eleverne skal have kendskab til, hvordan fakultet beregnes i hånden. Derudover er det vigtigt, at eleverne har styr på hvad der sker når man dividerer to faktulteter med hinanden. Dette kunne fx være

$$\frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 5 \cdot 4 = 20$$

Ovenstående kompetencer kan indgå som mindstekrav.

"funktionsbegrebet; repræsentationsformer, definitions- og værdimængde, nulpunkter og fortegnsvariation, monotoniforhold og ekstrema, krumningsforhold".

Eleverne forventes at kende definitionen af en funktion samt være i stand til at skelne mellem den uafhængige og afhængige variabel. Derudover skal eleverne være fortrolige med de fire forskellige repræsentationer af variablsammenhænge: tabel, graf, sproglige beskrivelse eller formeludtryk.

Dette betyder også, at eleverne på baggrund af en funktions forskrift skal kunne bestemme definitions- og værdimængde, nulpunkter og fortegnsvariation – dvs. løsning af uligheder, monotoniforhold og ekstrema samt krumningsforhold herunder punkt med vendetangent.

De funktioner, som indgår i ovenstående analyse er de lineære, eksponentielle, polynomier og logaritmefunktioner.

Funktionsbegrebet ses som et centralt emne i matematik, hvorfor elevernes forståelse af funktioner skal prioriteres.

Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes inden for emnet.

"karakteristiske egenskaber ved funktioner; lineære funktioner herunder omvendte funktioner til lineære funktioner, eksponentielle udviklinger, andengradspolynomier samt polynomier af højere grad, logaritmefunktioner, sammensatte funktioner og stykkevist definerede funktioner samt kendskab til trigonometriske funktioner".

Eleverne skal opnå viden om de grundlæggende funktioner nævnt ovenfor og kende karakteristika samt grafer for disse. Denne viden skal kunne anvendes i forbindelse med modellering i økonomiske problemstillinger.

Omskrivningen af den lineære funktion til dens omvendte funktion skal kendes. Dette skal særligt ske i forbindelse med pris-afsætnings funktioner. Et eksempel på dette kunne være prisen som funktion af afsætningen

$$p(x) = -0,25x + 500$$

der skal kunne omskrives til funktionen for afsætningen ud fra prisen:

$$f(x) = -4x + 2000$$

Omskrivningen skal selvfølgelig også kunne foregå den anden vej.

Den naturlige logaritmefunktion og 10-tals logaritmen skal kendes tillige med benyttelse af logaritme-regnereglerne.

Der skal være kendskab til de trigonometriske funktioner sinus, cosinus og tangens. De skal kendes som funktioner, der kan indgå i modellering, hvorfor deres afledte og deres stamfunktioner også skal kendes. De behøver således ikke kendskab til funktionerne med vinkel som argument, heller ikke kendskab til bestemmelse af amplitude, periode mm.

Sammensatte funktioner kan være sammensat af funktionstyperne de lineære, eksponentielle, polynomier og logaritmefunktioner samt de trigonometriske funktioner i forbindelse med modellering.

Der skal kendes til stykkevis definerede funktioner. Der skal undersøges om stykkevis definerede funktioner er kontinuerte og differentiable. Dvs. begge stykker skal have samme funktionsværdi og samme

hældning for en given x -værdi. Stykkevis definerede funktioner skal også kunne indgå i modellering. Stykkevis definerede funktioner kan være sammensat af funktionstyperne de lineære, eksponentielle funktioner, polynomier og logaritmefunktioner samt de trigonometriske funktioner i forbindelse med modellering.

Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet.

"ligningsløsning; analytisk, grafisk og ved hjælp af it".

De grundlæggende regler for løsning af ligninger skal indgå tillige med bestemmelse af grundmængde og løsningsmængde samt korrekt brug af matematisk notation.

Eleverne skal opnå en grundlæggende forståelse af balanceprincippet i ligninger og få opbygget en indsigt i, at løsning sker gennem gentagne anvendelser af omvendte operationer.

Eleverne skal vide, hvornår en ligning kan løses analytisk, og hvornår den skal løses grafisk eller vha. it. Derudover skal det prioriteres, at eleverne kan løse opgaver algebraisk, når løsningerne giver pæne resultater, og at der fortrinsvis anvendes it i forbindelse med ligningsløsning i modelleringsproblemer. Derudover giver det mening at løse ligninger inden for statistik og renten for en annuitet med it.

"differentialregning; grænseværdi, kontinuitet, differentiability, sammenhæng mellem differentialkvotient monotoniforhold og ekstrema, den anden afledede og konveks/konkav krumning, væksthastighed samt bestemmelse af den afledede funktion for lineære funktioner, polynomier, eksponentielle udviklinger og logaritmefunktioner, regneregler for differentiation af sum, differens og produkt af to funktioner samt funktion multipliceret med konstant og sammensætning af to funktioner"

Forståelse af begreberne grænseværdi, kontinuitet, differentiability, sammenhæng mellem differens- og differentialkvotient.

Forståelse af sammenhæng mellem differentialkvotient, monotoniforhold og ekstrema.

Bestemme differentiation af sum, differens, produkt, sammensatte funktioner og konstant multipliceret med en funktion. Bestemme de anden afledede af de omtalte funktionstyper og kende til krumningsforhold.

Bestemmelse af differentialkvotient for funktionerne: lineære, eksponentielle, polynomier, logaritme- samt de trigonometriske funktioner.

Derudover beherskelse af matematisk modellering i økonomiske sammenhænge ved brug af differentialregning.

Bestemmelse af væksthastigheden samt forståelse af begrebet knyttet til et bestemt sted på funktionen. Dette kunne fx være i følgende forbindelse: For en virksomhed er den forventede afsætning af et produkt givet ved følgende funktion $f(t) = -0,01t^3 + 2t$, hvor $f(t)$ er afsætningen i stk. t uger efter salget er startet.

Her kunne spørgsmål om vækstraten fx være:

- Bestem, hvor mange uger der går før væksthastigheden er 132 og fortolk dette.
 - Eleven skal så løse ligningen $f'(t) = 132$, svaret er 60 og fortolkningen er, at 60 uger efter salget er startet, er afsætning på 132 stk. pr. uge.
- Beregn, $f'(t)$ og benyt dette til at beregne væksthastigheden 60 uger efter salget er startet. Fortolk resultatet.
 - Eleven skal først beregne $f'(t)$ og bruge dette til at beregne $f'(60)$ som er 132. Fortolkningen er ens med ovenfor.

Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet.

"integralregning; stamfunktion for lineære funktioner, polynomier, den naturlige eksponentialfunktion og eksponentielle udviklinger, ubestemte og bestemte integraler, regneregler for integration af sum, differens, konstant multipliceret med funktion samt integration ved substitution, arealer under og mellem grafer".

Bestemmelse af stamfunktion for lineære funktioner, polynomier, den naturlige eksponentialfunktion og eksponentielle udviklinger.

Bestemmelse af ubestemte og bestemte integraler samt bestemmelse af arealer under/ mellem grafer.

Regneregler for integration af sum, differens, konstant multipliceret med funktion samt integration ved substitution.

Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet.

"differentialligningsbegrebet; eftervisning af løsning ved indsættelse, fuldstændig og partikulær løsning både analytisk og ved hjælp af it".

Vide hvad der forstås ved en differentialligning og vise at en given funktion er løsning til en given differentialligning.

Bestemmelse af såvel en fuldstændig og partikulær løsning og illustration af løsningskurver. Dette skal kunne gøres analytisk for følgende typer af differentialligninger:

- Simple: $y' = f(x)$
- Separable: $y' = f(x) \cdot g(y)$
- Eksponentiel vækst: $y' = k \cdot y$

Derudover skal der kunne anvendes it-værktøjer til løsning af andre typer af differentialligninger.

"optimering af funktioner i to variable; lineære funktioner herunder følsomhedsanalyse, kvadratiske funktioner, hvor niveaukurverne er cirkler, ellipser og parabler".

Kendskab til lineære og kvadratiske funktioner i to variable. Bestemmelse og indtegning af polygon-/kapacitetsområde, kriteriefunktion, niveaulinjer/niveaukurver. Kendskab til følsomhedsanalyse for lineære funktioner. Niveaukurver for kvadratiske funktioner er parabler, cirkler eller ellipser.

Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet.

"finansiel regning; rente- og annuitetsregning, amortisering og restgældsbestemmelse". [LPA 2.2]

Grundlæggende forståelse af procentregning og kapitalværdi knyttet til et tidspunkt (K_0 , K_n , A_0 , A_n).

Forståelse af begreberne ydelse, rente, rentefod, terminer, gennemsnitlig og effektiv rente.

Bestemmelse af restgæld for et annuitetslån på et givet tidspunkt og udfærdigelse af amortisationsplan.

Sammenhæng mellem rentesregning og eksponentiel udvikling.

Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes inden for emnet.

"regression; xy-plot af datamateriale samt karakteristiske egenskaber ved lineære og eksponentielle sammenhænge, lineær og eksponentiel regression, korrelationskoefficient, determinationskoefficient, residualplot, konfidensinterval for hældningen i en lineær regressionsmodel"

På baggrund af data givet i Excel-ark skal data kunne illustreres i et xy-plot, modellens parametre skal kunne estimeres dvs. bestemme forskrift for lineære eller eksponentielle sammenhænge ved brug af it-værktøj.

Forståelse af korrelations- og determinationskoefficient, illustration og forståelse af residualplot samt undersøgelse af om residualer er normalfordelte. Dvs. man skal kunne plotte et histogram over residualerne og den tilhørende tæthedsfunktion for normalfordelingen i samme koordinatsystem og kommentere på om residualerne ser normalfordelte ud.

Bestemmelse af konfidensinterval for den lineære regressionsmodels hældningskoefficient ved anvendelse af it-værktøj.

Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes inden for emnet.

"sandsynlighedsregning og statistik; beskrivende statistik, udtræk af data fra databaser, konstruktion af tabeller, grafisk præsentation af data, repræsentative undersøgelser, sandsynlighedsregning herunder betinget sandsynlighed, kombinatorik og stokastiske variable, binomial- og normalfordelingen; konfidensintervaller for sandsynlighedsparameteren og for middelværdien, Chi-i-anden test herunder goodness of fit test (GOF-test) og uafhængighedstest."

Beskrivelse af et givet datamateriale på baggrund af Excel-ark. Data kan være enten ikke-numeriske eller numeriske. De numeriske data kan inddeles i diskrete og kontinuerte observationer.

Konstruktion af frekvenstabel, bestemmelse af hyppighed, frekvens og summeret frekvens for et numerisk datamateriale tillige med grafisk illustration i form af boksplot, pindediagram, trappediagram, histogram og sumkurve.

Bestemmelse af mindste-/størsteværdi, variationsbredde, typetal/-interval, median, kvartilsæt, kvartilafstand, gennemsnit, varians, standardafvigelse/spredning, kvartiler og fraktiler samt outliers.

Under sandsynlighedsregning skal der kendes til begreberne sandsynlighedsfelt, udfaldsrum, udfald, hændelse, krav til en sandsynlighedsfunktion og sandsynligheder. Derudover skal der kendes til begreberne betinget sandsynlighed, uafhængige hændelser samt Bayes' formel. Desuden skal eleverne kende til additionsloven for hændelser og multiplikationsloven for uafhængige hændelser. Det anbefales, at begreberne introduceres gennem eksempler.

Under begrebet stokastiske variable skal der kendes til at der findes både diskrete og kontinuerte stokastiske variable samt kende definitionen af disse og bestemmelse af deres middelværdi.

I forbindelse med kombinatorik skal der kendes til begreberne valgprocesser, permutationer og kombinationer. I hånden skal der kunne håndteres udregninger som denne jf. ovenstående om fakultet:

$$K(10,7) = \frac{10!}{7! \cdot (10-7)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \cdot 3 \cdot 4 = 120$$

Bestemmelse af sandsynligheder, middelværdi, varians og standardafvigelse inden for binomial- og normalfordelingen samt kendskab til graferne for tæthedsfunktionen og fordelingsfunktionen for normalfordelingen. Kendskab til standardnormalfordelingen.

Kendskab til begreberne population, stikprøve og repræsentativitet.

Bestemmelse af konfidensintervaller for sandsynlighedsparameteren i binomialfordelingen og for middelværdien i normalfordelingen, hvor spredning er ukendt.

Forståelse af Chi-i-anden testene goodness of fit (GOF-test) til test af sammenhængen mellem data og en kendt fordeling og til test for uafhængighed mellem to kategoriske variable repræsenteret ved en antaltabel. Desuden skal der kendes til sammenhængen mellem uafhængighedstest og betinget sandsynlighed. Opstilling af pivot-tabel. Opstilling af nul-hypotese og den alternative hypotese. Forståelse af begreberne: forventede værdier, kritisk værdi, antal frihedsgrader, test-størrelse, signifikansniveau og signifikanssandsynlighed.

Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes inden for emnet.

"Mindstekravene tager udgangspunkt i kernestoffet og omfatter grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer, dvs. eleven skal kunne anvende matematiske begreber og gennemføre simple ræsonnementer, skifte mellem repræsentationer, håndtere simple matematiske problemer med og uden matematiske værktøjsprogrammer samt udøve basal algebraisk manipulation".

Mindstekrav er indført i matematik for at sikre, at eleverne er bekendt med, hvad der som minimum forventes, for at bestå matematik på et givent niveau. Det betyder at de får en vigtigere plads i undervisningen. Mindstekravene skal være med til at sikre, at alle elever har en række basale færdigheder inden for alle emner. Dette selvom at mindstekravene stadig sigter mod et *bestået niveau*. Mindstekrav

handler i prøvesituationen om summativ bedømmelse, i forhold til om en elev kan bestå/ikke bestå prøven, men i den daglige undervisning handler det også om træning af basale færdigheder.

På A-niveau testes mindstekravene i den skriftlige prøve. Her vil der være en række spørgsmål der er markeret med grønt. Det er disse opgaver, der betragtes som mindstekravsopgaver. For at bestå en eksamen på A-niveau, skal en elev opnå, hvad der svarer til ca. 80% af pointene for mindstekravsopgaver. Dvs. hvis der til en skriftlig prøve stilles 10 mindstekravsopgaver, der alle giver 5 point, i alt 50 point, skal eleven have ca. 80% af 50 point, svarende til ca. 40 point, for at bestå. Disse point skal nødvendigvis ikke hentes alene i mindstekravsopgaverne men må gerne hentes over hele opgavesættet.

Det er vigtigt at orientere sig i tidligere eksamensopgaver og de kommende vejledende eksamenssæt, for at se hvilke mindstekravsopgaver der tidligere er stillet. De tidligere eksamenssæt kan tilgås via [opgavebanken](#).

For at eleven kan træne mindstekravene er det vigtigt, at der er fokus på basale færdigheder med og uden CAS gennem hele uddannelsesforløbet, hvor hovedvægten skal ligge på færdigheder uden brug af CAS. Når læreren gennemgår et emne kan mindstekravene derfor tydeliggøres for eleverne.

Nedenfor ses nogle eksempler på mindstekravsopgaver opdelt i forhold til kernestofemner:

Karakteristiske egenskaber ved funktioner:

For en eksponentiel udvikling f oplyses, at grafen går gennem punktet (1,5) og har en halveringskonstant på 3. Bestem en forskrift for f .

En stykkevis defineret funktion $f(x)$ er givet ved forskriften

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x - 4, & x < 2 \\ 2x + 6, & x \geq 2 \end{cases}$$

Undersøg om $f(x)$ er kontinuert i $x = 2$.

Finansielregning:

En person planlægger en opsparing på 15.000 kr. over 5 år. Renten der er en halvårlig ydelse på 1250 kr.

Hvor stor er den halvårlige rente?

Regression:

Konstruer et xy-plot ud fra data, samt bestem regressionsmodellen vha. it.

Årstal	2014	2015	2016	2017
Omkostninger i millioner	3,1	5,6	7,8	10,2

NB: Der kan godt være flere data til opgaven.

Sandsynlighedsregning og statistik:

En virksomhed har 8 produkter i deres produktion. De kan hver dag kun producere 5 af dem.

Beregn, hvor mange permutationer af produkter virksomheden kan lave på en dag.

Beregn, hvor mange kombinationer af produkter virksomheden kan lave på en dag.

Der er givet en binomialfordeling $X \sim b(200; 0,4)$.

Bestem, $P(X = 90)$, $P(X < 90)$, $E(X)$, $Var(X)$. (Nogle af disse vil være i prøven med hjælpemidler og andre i prøven uden. Alle vil typisk ikke være der på en gang.)

En fastfood-restaurant har en dag registreret, om deres kunder har valgt en lille, mellem eller stor menu. Der var i alt bestilt 355 menu, og fordelingen ser sådan her ud:

Menu	Observationer
Lille Menu	98
Mellem Menu	138
Stor Menu	116
I alt	355

Restauranten har en forventning om, at der vil blive solgt 25% små menuer, 50% mellem menuer og 25% store menuer.

Opstil en hypotese der tester om dagens salg af menuer lever op til forventningen og test hypotesen med et signifikansniveau på 5%.

2.3 Supplerende stof

Det supplerende stof skal altså udvælges så

- det medvirker til at opfylde uddannelsens overordnede mål
- det medvirker til opfyldelse af fagets mål
- det styrker fagets muligheder for at indgå i samspil med de øvrige fag i uddannelsen på kort eller langt sigt
- de udvalgte emner giver eleverne erfaringer med modellering.

Bemærk endvidere, at der i forbindelse med udvælgelsen af det supplerende stof, er et krav om, at stoffet understøtter elevernes erkendelse af, at faget kan anvendes i forbindelse med modellering og problemløsning i andre fag uanset fagets status som studieretningsfag eller valgfag, ligesom der er et krav om, at der gennem arbejdet med det supplerende stof sker en uddybning af emner fra kernestoffet. Det kan anbefales, at det supplerende stof udvælges under hensyntagen til elevgruppens interesser. De faglige problemstillinger kan udvælges, således at eleverne på den ene side stilles overfor konstante faglige udfordringer i forløbet og på den anden side får mulighed for at arbejde kreativt med faget. Dette kan fx udmøntes i forskellige matematiske eksperimenter, hvor man ved hjælp af it-hjælpemidler undersøger funktioner og de indgående parametres betydning for grafernes forløb. Arbejdet med ligninger, parenteser og matematiske udtryk kan belyses ved hjælp af eksempler og modeksempler. Arbejdet med det supplerende stof kan tilrettelægges både i særfaglige forløb og i forløb, hvor

matematik spiller sammen med andre fag, blot målene for udvælgelse og beskæftigelse med supplerende stof bliver opfyldt – herunder at der umiddelbart eller efter et stykke tid sker en styrkelse af fagets muligheder for at indgå i samspil med andre fag.

"Særligt for treårige hold til A-niveau

På treårige hold til A-niveau skal der gennemføres et forløb, der har fokus på mundtlig fordybelse. Dette forløb skal så vidt muligt understøtte den profil, der tegner den givne studieretning."

Der skal afsættes tid, at der på treårige hold i et samlede forløb arbejdes med et emne der ligger i forlængelse af eller uden for kernestoffet. Dette emne skal understøtte profilen i eleverne studieretning. Formålet med forløbet er træning i mundtlig formidling og faglig samtale.

I tilfælde, hvor et hold dækker flere studieretninger kan man med fordel vælge et forløb der kan dække alle de andre studieretningsfag eller flere små forløb der dækker de enkelte studieretningsfag.

"Særligt for étårige hold til A-niveau

For étårige hold, der løfter matematik B til A-niveau, gennemføres et forløb med sigte på mundtlig formidling og faglig konsolidering af stoffet fra B-niveau svarende til A-niveauets krav til argumentation og abstraktion."

Forløbet må gerne deles op, så det ikke er sammenhængende. Tanken med forløbet er, at det skal bruges til at træne beviser og ræsonnementer inden for forskellige emner, der ikke er blevet gennemgået på B-niveau. Eleverne skal både se beviser og ræsonnementer men også selv arbejde med formidlingen af dem. Det kunne fx være beviset for fremtidsværdien af en annuitet, beviser af forskellige afledte funktioner inden for differentialregning, beviser for regneregler inden for differentialregning eller beviset for middelværdien af en binomialfordeling.

Forberedelsesmaterialet på A-niveauet, jf. pkt. 3.2, indgår som supplerende stof.

Der skal på A-niveau også indgå materiale (bøger, hjemmesider, artikler, videoer mm) på engelsk og derudover på andre fremmedsprog, når det giver mening.

2.4 Omfang

"Forventet omfang af fagligt stof er normalt svarende til 500-700 sider afhængigt af det valgte undervisningsmateriale".

Det forventede omfang af fagligt stof er ikke opgivet i normalsider. Matematiske tekster (i bred forstand) indeholder som oftest større mængder af symbolsprog. For traditionelt lærebogsmateriale opgøres omfanget af læst stof ud fra det aktuelle antal sider i materialet (en side er en side). Omfanget af det faglige stof formidlet igennem andre medier opgøres på fornuftig vis under hensyntagen til sværhedsgraden af stoffet, og hvilket medie der er tale om.

3 Tilrettelæggelse

3.1 Didaktiske principper

I læreplanen fastslås, at de didaktiske principper for tilrettelæggelse af undervisningen i matematik gradvist ændres fra 1. til 2. til 3. år.

Undervisningen på 1. år skal tilrettelægges ud fra et induktivt princip, hvilket betyder, at det er behovet for ny viden, der berettiger til introduktion af denne og dermed en motiverende faktor. Undervisningsforløbene i faget skal tage afsæt i de forudsætninger, eleverne møder med fra grundskolen. Det er vigtigt at være opmærksom på, at overgangen fra grundskole til gymnasial uddannelse – og ikke mindst i faget matematik – kan virke overvældende på eleverne. Gennem valg af metoder og tilrettelæggelse af undervisningsforløb skal elevernes interesse for faget vækkes og styrkes. Hensigten er indledningsvis at tage eleverne ved hånden og give dem de bedst mulige betingelser for læring.

Det er af betydning, at eleverne gennem præsentation og anvendelse af forskellige metoder og emner opnår en forståelse af, at der kan være flere måder at nå til samme konklusion – hvor de forskellige måder ofte adskiller sig fra hinanden i kraft af den repræsentationsform eller den argumentation, der vælges til løsning af et konkret problem.

”En del af det faglige stof, der skal behandles i grundforløbet er centralt fastlagt og omhandler lineære modeller, herunder lineære funktioner. Dette gøres til genstand for afprøvning i en screening i den afsluttende del af grundforløbet”.

Screeningen skal ligge i den afsluttende del af grundforløbet, så både elever og lærere kan anvende resultatet som led i elevernes endelige beslutning om valg af studieretning, herunder matematikniveau. Screeningen varer to timer og skal anvendes til at få et indblik i, om den enkelte elev er i stand til at anvende det faglige stof, som er behandlet i grundforløbet. Det er ikke nødvendigt, at eleverne får en karakter for screeningen, men at resultatet fra screeningen skal kvalificere evalueringssamtalen. Screeningen skal tilrettelægges så den afspejler den måde der er undervist på i grundforløbet ellers. Dvs. har man valgt en didaktisk tilgang, hvor man arbejder uden brug af it skal dette også være gældende til screeningen. Grundet elevgrundlaget vil det ikke være hensigtsmæssigt at tilrettelægge undervisningen og den tilhørende screening sådan at eleverne ikke har adgang til en lommeregner. Hvis man ønsker, at der til screeningen skal anvendes en formelsamling, vil det være hensigtsmæssigt, at der pågår et arbejde med selvsamme formelsamling løbende op til screeningen.

På 2. år og 3. år skal undervisningen gradvist ændres i tilrettelæggelsen således, at flere deduktivt tilrettelagte undervisningsforløb kommer i spil.

Fagsynet ændres i takt med de didaktiske principper, således at fagets anvendelsesorienterede og undersøgende sider vil præge undervisningen på 1. år, mens det på 3. år vil være videnskabsfaget matematik med sin egen natur og sit eget sprog, der er i centrum.

Undervisningsmetoderne skal udvælges således, at de medvirker til gradvist at øge elevernes evne til at vurdere metoder, repræsentationsformer og resultater. Metoderne udvælges således at eleverne til stadighed stilles overfor udfordringer i faget, der sigter mod at give dem erfaringer med nødvendigheden af at kunne ræsonnere både mundtligt og skriftligt.

Læreplanen fastlægger mål for undervisningen; den enkelte lærer kan fastlægge mål for det enkelte undervisningsforløb for at synliggøre og fremme elevernes læring af den tilsigtede viden.

3.2 Arbejdsformer

For at udvikle relevante matematiske kompetencer på det respektive niveau for den enkelte elev, er det vigtigt, at den enkelte elevs læreprocesser kommer i fokus, og at den enkelte elev tilgodeses i sin læreproces.

Det er vigtigt at være opmærksom på, at elever har forskellige styrkeområder og forskellige læringsstile. Matematikundervisningen tilrettelægges derfor således, at der tilbydes en bred vifte af faglige aktiviteter. Dette skal sikre, at undervisningen stiller alle elever overfor såvel faglige som personlige udfordringer, og at den enkelte elev får mulighed for at føle sig udfordret og får vakt sin faglige nysgerrighed og glæde ved faget.

Læreren udvælger de undervisnings- og arbejdsmetoder, der understøtter den enkelte elevs nysgerrighed, lyst og glæde ved at arbejde med faget.

Uanset om der arbejdes individuelt eller i grupper, er det nødvendigt, at der skabes rum for den enkelte elevs mundtlige formidling af matematikken. Derudover skal undervisningen medvirke til en styrkelse af den enkelte elevs faglige selvstændighed og evne til faglig refleksion.

Læsning

Eleverne er fra grundskolen vant til, at matematikbøgerne hovedsageligt er instruerende og fyldt med opgaver, så eleverne er trænet i at læse matematik for at lave matematik, men det kan være nyt for mange elever at skulle læse matematik for at lære matematik. Derudover viser erfaringen, at noget af det allersværeste ved overgangen fra grundskole til gymnasium er vores udstrakte brug af symboler og benyttelse af symbolholdige tekster. Når man i undervisningen oplever, at eleverne aldrig læser lektier eller ikke får det forventede udbytte heraf, er det ikke nødvendigvis et udtryk for uvilje eller dovenskab. De kan ganske enkelt ikke læse de bøger, der anvendes i undervisningen. Derfor kan det være en rigtig god investering at bruge energi på den faglige læsning.

Matematiske tekster i lærebøger er ofte multimodale tekster, som er sammensat af tekst (med og uden symboler), formler, figurer, tabeller eller billeder, og det giver udfordringer for eleverne. Mange af de ord, der benyttes i teksten, kan have en helt anden betydning i matematisk sammenhæng end de har i hverdags sproget som for eksempel funktion, forhold, bestem osv. Undersøgelser viser, at formler, figurer, tabeller mv. opfattes som illustrationer af mange elever, der ikke er nødvendige at læse og derfor springes de over i læsningen. Læseruten for en multimodal tekst er ofte med spring frem og tilbage mellem de enkelte elementer, og det er vigtigt at synliggøre denne. Man må hele tiden tænke på, at det er første gang eleverne møder tekster som disse, og der skal ofte hjælp til at knække koden.

Den faglige læsning i undervisningen kan foregå på mange måder, og det er en god idé at inddrage aktiviteter både før, under og efter læsningen. Før læsningen kan der arbejdes med elevernes for forståelse, og eleverne kan eksempelvis udarbejde ordkendskabskort eller der kan på anden vis arbejdes med nye ord eller ord med anden betydning i teksten. Under læsningen er det vigtigt, at eleverne læser med forståelse, og der kan arbejdes med læseruten, som beskrevet ovenfor, eller der kan udarbejdes spørgsmål, som eleverne undervejs i læsningen skal stoppe op og svare på og dermed træne elevernes tænkestrategi under læsningen. Efter læsningen skal den nye viden konsolideres, og det kan eksempelvis gøres gennem skriftlig efterbearbejdning af teksten.

Der skal især i undervisningen på A-niveau indlægges perioder, hvor eleverne med passende progression i vejledningen af den faglige læsning arbejder med et matematisk område, så eleverne i den sidste ende kan arbejde selvstændigt med forberedelsesmaterialet. Her vil et samarbejde med andre fag være givtigt, så eleven får kendskab til faglig læsning i andre fag, og at dette kan understøtte og videreudvikle elevens faglige læsning.

3.3 It

I dag har de fleste elever bærbare computere og brugen af CAS er en forudsætning for arbejdet med emneopgaver, projekter, case-opgaver og mange af de virkelighedsnære opgaver og eksempler, der arbejdes med i undervisningen. På matematik A er CAS desuden en forudsætning under den skriftlige prøves delprøve med hjælpemidler.

Som læreplanen også pointerer, skal det her understreges at brugen af CAS ikke må indtage en så dominerende rolle at de basale færdigheder svækkes. CAS skal fortrinsvis bruges, hvor eleverne ikke kan løse opgaverne ved brug af "blyant og papir", dvs. i forbindelse med modelleringsopgaver og opgaver med virkelighedsnære problemer, hvor funktioner og værdier er med "skæve" tal. Denne del testes fortrinsvis i delprøven med hjælpemidler til den skriftlige prøve. Ved den mundtlig prøve og delprøven uden hjælpemidler i den skriftlige prøve testes eleverne færdigheder uden brug af CAS. Her er delprøven uden hjælpemidler til den skriftlige prøve af udvidet med en time, så den udgør 40% af den samlede prøvetid. Dette skal naturligvis afspejle sig i undervisningen også. Dette betyder dog ikke at alle opgaver i prøven med hjælpemidler udelukkende skal løses med CAS.

Eleverne skal desuden have en forståelse for den matematik de arbejder med, sådan de kan skelne mellem, hvornår et problem kan løses i med og uden brug af CAS-værktøj. Her er det vigtigt at understrege, at ikke alle elever har kompetencerne til at løse problemet uden brug af CAS, hvorfor de stadig kan have kompetence i forståelse af problemets kompleksitet. Her følger et par eksempler.

Eksempel på hvad elever skal vide *kan* løses i hånden og ikke altid *skal*: Beregn nulpunkterne for følgende anden grads polynomium $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

Eksempel på hvad elever skal vide *kan* løses i hånden men ikke *skal* løse i hånden: En virksomheds dækningsbidrag er givet ved funktionen $DB(x) = -0,0037 x^3 + 2,25 x^2 - 1,6 x - 5$. Bestem det største dækningsbidrag.

Eksempel på hvad elever aldrig *skal* løse i hånden. Et lån på 1.000.000 kr. afvikles over 10 år med en månedlig afbetaling på 10.000 kr. Bestem den månedlige rente?

I undervisningen tilstræbes en tilpas vekselvirkning mellem det analoge og det digitale. It og digitale medier og værktøjer, herunder kunstig intelligens, benyttes, hvor det skønnes hensigtsmæssigt ift. elevernes læringsproces og digitale dannelse. I anvendelsen af it styrkes elevernes evne til at søge, udvælge og formidle relevant fagligt materiale samt til at forholde sig kritisk til de muligheder og begrænsninger, som digitale værktøjer, og produkter frembragt ved hjælp heraf, giver.

It kan således med fordel anvendes som et redskab til elevernes begrebsindlæring. Som eksempler på anvendelsen af it, hvoraf nogle naturligvis kun er relevant for matematik A, kan nævnes:

- Modellering,
- visualiseringer herunder amortisationstabeller, hvor illustration af matematiske forhold fx animationer, der viser overgang fra differenskvotient til differentialkvotient eller fremkomsten af forskellige typer keglesnit kan indgå,
- grafisk repræsentation af sammenhænge, fx hvor betydningen af konstanterne a , b , og c for forløbet af grafen for en 2. gradsfunktion kan indgå,
- håndtering af statistisk datamateriale,
- statistiske beregninger og regression,
- gentagne udregninger,
- symbolske beregninger,
- numeriske beregninger og ligningsløsning der ikke nemt udføres i hånden,
- løsning af differentialligninger,
- dokumentation og formidling af resultater.

Der findes mange matematikprogrammer af forskellige typer og med forskellige formål og der skal ikke her træffes beslutning om, hvilke(t) program(mer) der er bedst. En række af programmerne fungerer

både som tegneprogrammer og regneprogrammer, og kan derfor være et redskab fx både til visualiseringer, tegning af grafer, numeriske beregninger, analytiske beregninger, symbolmanipulation m.m. Eleverne har krav på at få en indføring i et passende udvalg af disse programmer som led i deres kompetentilegnelse, og det er vigtigt at man med jævne mellemrum arbejder med brugen af disse så eleverne får indarbejdet gode rutiner og det nødvendige kendskab til, hvad programmerne kan, og hvilken terminologi/syntaks de benytter. Desuden skal det klargøres for eleverne, hvilke forventninger der er til blandt andet layout, forklarende tekst og dokumentation, når programmers faciliteter benyttes ved løsning af opgaver og/eller projekter for at elevens tankegang og kompetencer er demonstreret i tilstrækkelig grad. Eksempelvis skal et eventuelt screendump af en CAS-genereret løsning medfølges af en forklarende tekst så elevens metode og tankegang er tydelig, og så resultater og konklusioner er tydelige. Ovenstående udfoldes yderligere i afsnittet om dokumentation.

I forbindelse med brugen af CAS vil man undertiden opleve, at ikke alle opgaver kan løses symbolsk, men at man må "nøjes" med en numerisk løsning. Denne problemstilling er værd at tage op i undervisningen:

- Hvordan skelner man mellem de to løsningstyper?
- Hvordan fungerer CAS-værktøjet?
- Hvilken løsningstype er at foretrække i en given situation?
- Hvordan dokumenterer man en numerisk bestemt løsning? (indsættelse, grafisk eftervisning etc.)

Ved løsning af opgaver optræder der sommetider "falske løsninger". Her er det relevant at undersøge

- Hvordan afgøres hvilken løsning, der er korrekt?
- Hvilken dokumentation kræves? (figur, indsættelse af værdier.)

Dette er væsentlige spørgsmål, som også er en del af elevens hjælpemiddelkompetence.

Der er i dag mange internetsider med matematikindhold, og dette giver mulighed for at hente inspiration til undervisningsmateriale. På EMU'en findes en mængde materialer (især for stx), og disse vil i mange tilfælde også kunne bruges for hhx. Der findes blandt andet sider, hvor eleven på egen hånd kan arbejde med matematiske emner og øve specifikke færdigheder. Der er også en del videomateriale hvor lærere og/eller elever gennemgår beviser og andet matematikfagligt, som kan hjælpe elevernes forståelse.

Dokumentation

Der kan ikke gives en nøjagtig beskrivelse af, hvad en tilstrækkelig dokumentation er. Her må man vurdere, om eleven har redegjort for den matematik, der er anvendt og i hvor høj grad eleven viser matematisk forståelse. Her vil kravene til dokumentation også afhænge af hvor fokus er i opgaven. Hvis opgaven er stillet i relation til et netop gennemgået emne, fx. teorien om den rette linjes ligning, og eleverne ud fra 2 punkter eller et punkt og en hældning skal finde forskriften, vil man nok ikke nøjes med en ligning, der er fundet ved regression af de to punkter.

I forbindelse med anden delprøve i den skriftlige prøve vil der være opgaver, hvor eksaminanden har metodefrihed. Her er det tilladt at anvende it-værktøjers kommandoer til fx at bestemme ekstremumpunkter, arealer under en graf mm. Men eleverne skal være opmærksomme på, at når en række af beregninger erstattes med en enkelt indtastning kræver det ofte ledsagende kommentarer for at dokumentere, at man besidder fx tankegangs- og ræsonnementskompetencen. Disse kan være i form af matematiske argumenter, konkrete vurderinger eller verificering af resultaterne ved indsættelse eller tegning af en figur.

Ved skriftlige besvarelser i opgaver med metodefrihed skal de løsninger, der bestemmes ved hjælp af CAS-værktøjer opfattes som ligeværdige med de løsninger, der fremkommer uden, når løsningen er dokumenteret og om nødvendigt vurderet. Eleven skal være opmærksom på, at når mellemregninger udelades, og det vil ofte ske, når CAS-værktøjer er i brug, skal disse erstattes af en forklarende tekst.

Det skal altid fremgå af besvarelsen hvilken matematik, der har været i brug, for at nå frem til den angivne løsning. Her kan være tale om benyttede regneregler eller sætninger.

Desværre er det ikke alle programmer, der er lige velegnet til at dokumentere løsningerne i. Her har man en forpligtelse til at gøre eleverne opmærksomme på, at det program, der benyttes til at finde den matematiske løsning på et problem måske ikke kan stå alene, og man derfor må over i fx. et tekstbehandlingsprogram for at dokumentere løsningen ved brug af korrekt matematisk notation. Her skal det bemærkes, at det i beregningsdelen er helt i orden at bruge programmets syntaks, men at det tydeligt skal fremgå i tekst og ved opskrivning af ligninger, hvad det er for en matematik, der er i spil, og hvordan problemet løses (fx.: "vha. lineær regression bestemmes den bedste rette linje gennem punkterne...", "funktionsudtrykket differentieres og man finder nulpunkt for den afledede funktion..." osv.). I resultater, der er tal kan både "," og "." benyttes som decimalseparator. Ovenstående er en del af kommunikationskompetencen samt symbol- og formalismekompetencen.

3.4 Samspil med andre fag

Matematik er omfattet af det generelle krav om samspil mellem fagene.

Matematik indgår som et redskab til bl.a. beregninger, databehandling og modellering i mange praktiske og økonomiske sammenhænge, og faget samarbejder derfor naturligt med de økonomiske fag, informatik samt det økonomiske grundforløb.

Matematik indgår som alle andre fag i studieområdet og bidrager således også her til fagligt samspil og opfyldelse af studieområdets mål. I studieområdet arbejdes der med flere forløb, hvoraf et kan være et forløb i "matematiske modeller og økonomisk analyse". Her spiller matematik selvfølgelig helt naturligt en rolle. Men matematik kan også indgå i de øvrige forløb, som kan varieres og tones, fx efter studieretning eller den enkelte skoles valg. Desuden kan matematik på alle niveauer indgå i det afsluttende studieområdeprojekt efter de regler, der gælder for dette.

Det er et krav, at eleverne har matematik på mindst B-niveau, hvis de har international økonomi på A-niveau. Det betyder, at det vil være relevant at gennemføre faglige samspil mellem international økonomi og matematik. Samspillet kan dreje sig om elementære matematiske redskaber, fx procentberegning, indeks-beregning, anvendelse af lineære funktioner og inddragelse af mere komplekse matematiske modeller til anskueliggørelse af samfundsøkonomiske sammenhænge.

Der skal tilrettelægges minimum et obligatorisk samspil med faget afsætning.

"Når matematik A indgår i en studieretning, skal der planlægges et fælles forløb med det andet studieretningsfag". [LPA 3.4]

Når matematik A indgår i en studieretning sammen med virksomhedsøkonomi A, lægges der vægt på samspil omkring de virksomhedsøkonomiske modeller. Der anvendes generelt matematiske notationer, hvor det er relevant og kernestofområdet aktivitetsoptimering i faget virksomhedsøkonomi gennemføres matematisk og grafisk.

Når matematik A indgår i en studieretning med international økonomi A gennemføres på 3. år, et særligt forløb om brug af matematisk modelleringskompetence i forbindelse med samfundsøkonomisk analyse.

4 Evaluering

4.1 Løbende evaluering

I dette afsnit uddybes læreplanens bestemmelser om både den løbende formative evaluering og om den afsluttende summative evaluering (eksamen).

Grundforløbet

Op imod slutningen af grundforløbet skal eleven igennem en individuel screening. Denne er skriftlig og tager 2 timer. Det er vigtigt at fastslå, at screeningsmålet ikke er at fastslå et standpunkt – og derfor heller ikke skal have en karakter – men at målet er at vejlede eleven i sit studieretningsvalg, herunder også valg af matematik-niveau. Eleven kan vælge frit, uanset udfaldet af screeningen.

Skolen/læreren sammensætter selv en screening. Ministeriet har tidligere udsendt eksempler, som man kan blive inspireret af eller plukke fra. Desuden er det skolen/lærerne, der vurderer hvilke hjælpemidler der skal være lovligt at anvende i screeningen. Det er således tilladt både at lave en screening, hvor CAS værktøjer er tilladte men også tilladt at lave screeningen som en "blyant og papir"-screening. Her anbefales det, at eleverne som minimum har en lommeregner og evt. en formelsamling til rådighed. Det anbefales ikke, at lave en todelt screening, hvor der i den ene del er mulighed for at arbejde på en computer og i den anden er der ikke. Dette skyldes, at når der skiftes fra uden hjælpemidler til hjælpemidler, kan dette godt skabe forvirring. Det er vigtigt, at formen på screeningen afspejler undervisningen i grundforløbet inden screeningen, sådan eleverne er vant til at arbejde på samme måde i undervisningen som den form, der anvendes i screeningen. Dvs. ønsker man en "blyant og papir"-screening, skal det også være den fortrinsvise arbejdsform i grundforløbet inden screeningen.

Det er vigtigt at screeningen ikke opfattes som en test, men at man ser fremad og vurderer elevens faglige udvikling og metodik (og ser bort fra hvad eleven vidste før starten på hhx).

Screeningen har som mål, at man kan udtale sig om elevens mulighed for at gennemføre de tre niveauer, og da det er efter en kort tids undervisning, så er det vigtigt at have elevens arbejdsform og –indsats in mente.

Den øvrige undervisning

Der skal løbende over hele forløbet gennemføres formativ evaluering. Et af formålene med den løbende evaluering er at få forbedret undervisningen i fremtidige undervisningsforløb. Ligeledes er det et formål med den løbende evaluering, at eleverne får lejlighed til at være medbestemmende om undervisningens tilrettelæggelse og gennemførelse, således at de bliver medansvarlige for undervisningens forløb. Denne evaluering kan eksempelvis gennemføres ved hjælp af spørgeskemaer, ved samtaler med eleverne eller ved samtale/diskussion med hele klassen/holdet. Endvidere har den løbende evaluering til formål, at eleverne med jævne mellemrum skal have tilbagemelding om standpunktet for de faglige præstationer:

"Gennem såvel individuel som gruppevis vejledning og formativ evaluering, arbejdet med traditionelle opgaver, emneopgaver, projektrapporter, caseopgaver, faglige samspil samt brug af test, herunder test til selvevaluering, skal eleverne opnå en klar opfattelse af det aktuelle niveau for og udviklingen i deres faglige standpunkt. I den løbende evaluering inddrages aktiviteter, herunder arbejdsformer, der udvikler og stimulerer elevernes refleksion over udbyttet af undervisningen og motiverer eleverne til det fortsatte arbejde med matematik."

Denne del af den løbende evaluering er individuel, og vurderingen af elevernes aktuelle standpunkt samt udviklingen i dette fastsættes i forhold til den forventede kompetenceudvikling efter det gennemførte forløb og i forhold til de faglige mål. Vurderingen kan baseres på; det eventuelle procesorienterede arbejde med emneopgaverne og den tilhørende vejledning af eleverne, test eller resultater fra gennemførte selvevalueringstest, som evt. kan gennemføres vha. it eller som multiple-choice test, skriftlige opgaver, mundtlige fremlæggelser, videoafleveringer og samtaler om faglige emner i forbindelse med det daglige arbejde, elevens aktive deltagelse i undervisningen.

For at give et dækkende billede af den komplekse størrelse, elevernes samlede besiddelse af matematiske kompetencer, er, kan det blive nødvendigt at inddrage mange forskellige kriterier for vurderingen og evalueringen afhængigt af hvilke kompetencer, der har været i fokus i det forløb, der er genstand for evaluering eller efter hvilket evalueringen finder sted. Der kan også inddrages andre faktorer i den løbende evaluering. Det kan fx. være relevant at evaluere udviklingen i elevens indsats og arbejdsvaner, ligesom det kan være relevant at evaluere arbejdsklimaet i klassen/på holdet. I forbindelse med evaluering af undervisningsforløb med fagligt samspil er det endvidere nødvendigt at få eleverne til at reflektere over, hvordan de enkelte fag indgår i forløbet, og hvorledes fagene støtter hinanden. Endelig vil det være en god ide, at eleverne får mulighed for med mellemrum at evaluere lærerens indsats og engagement. Igen skal det nævnes, at der ved evalueringen af elevernes skriftlige arbejde skal benyttes forskellige evalueringsformer, herunder

- retning af elevernes individuelle besvarelser af opgaver og test, herunder interne prøver,
- retning og kommentering af gruppebaserede eller individuelle skriftlige arbejder, herunder interne prøver,
- kommentering af delvist færdige skriftlige arbejder i en processkrivning,
- samtaler med elever eller elevgrupper og
- kombinationer af ovenstående.

"I det samlede forløb til A-niveau gennemføres mindst én intern prøve."

Denne prøve behøver ikke være placeret i en af prøveterminerne, men må gerne gennemføres uden for prøveterminerne. Dvs. at den kunne placeres midt i 2. g, i starten af 3. g, eller hvornår det passer ind i skolens årshjul.

4.2 Prøveform

Forberedelsesmaterialet

Der er afsat 6 timer af undervisningstiden til arbejdet med forberedelsesmaterialet til prøverne. Forberedelsesmaterialet indeholder teori, eksempler og opgaver i et emne i forlængelse af kernestoffet. Eleverne arbejder selvstændigt med materialet, og alle hjælpemidler er tilladt inklusiv at modtage vejledning. Det er ikke meningen, at der skal undervises i forberedelsesmaterialet. Forberedelsesmaterialet er med til at teste det faglige mål om læsning, hvorfor eleverne med fordel kan have stødt på lignende materialer tidligere i undervisningen.

Den skriftlige prøve

Denne prøve består af et todelt centralt stillet opgavesæt, som udleveres ved prøvens begyndelse. Signet med denne prøveform er at teste elevens matematikkompetencer, jf. punkt 2.1. Prøvens varighed er 5 timer.

Delprøve 1 har en varighed på op til 2 timer.

Besvarelsen af delprøve 1 foregår på et selvstændig papirark og eventuelt tilhørende bilag. Besvarelsen skal ikke indføres i selve opgavehæftet. Da flere og flere skoler indscanner elevernes besvarelser og sender dem elektronisk til censorerne, er det en god ide at instruere eleverne om, hvilke skriveredskaber der vil være gode at anvende til denne del. Erfaringerne viser, at blyant ofte ikke indscannes lige så godt som kuglepen.

Til delprøve 1 skal den centralt udmeldte formelsamling benyttes, og denne formelsamling ligger på [UVM's hjemmeside](#) under læreplaner for matematik.

Det er skolen som sikrer, at eleverne har et eksemplar af formelsamlingen, der ikke er skrevet i. Når eleverne har afleveret delprøve 1 (senest efter to timer), må de gå i gang med delprøve 2. Dvs. de må gå på Netprøver, hvor prøven ligger digitalt, og de må benytte deres hjælpemidler. Delprøve 2 afleveres som en pdf-fil i Netprøver.

Når eksaminanden, dog højst efter to timer, mener at have besvaret delprøven 1 tilstrækkeligt efter egne evner, må eleven aflevere prøven. Derefter er det tilladt at tage alle hjælpemidler i brug til besvarelse af de øvrige opgaver.

Spørgsmålene til den første del af prøven består af opgaver stillet med udgangspunkt i kernestoffet, jf. punkt 2.2 og forberedelsesmaterialet. Ved den første del af prøven må eksaminanden ikke bruge andre hjælpemidler end den centralt udmeldte formelsamling med eventuelt tilhørende indstiksark om forberedelsesmaterialet.

En del af opgaverne i delprøve 1 har til formål at teste en række basale færdigheder hos eksaminanderne. Desuden bliver der testet færdigheder svarende til alle niveauer. Derudover vil der også blive stillet opgaver, der tester forståelsen af forskellige begreber.

Eleven skal ikke aflevere formelsamlingen efter delprøve 1, men først ved prøvens afslutning.

Den anden delprøve tager udgangspunkt i spørgsmål inden for kernestoffet, men vil også inddrage spørgsmål i forberedelsesmaterialet. Der kan forekomme opgaver, hvor eksaminanderne i et delspørgsmål skal anvende resultatet af et tidligere delspørgsmål. I den forbindelse er det vigtigt at fortælle eksaminanderne, at hvis de mangler et sådant resultat, kan der stadig opnås delvis eller fuld besvarelse for senere delspørgsmål ved at komme med et fornuftigt og velargumenteret forslag til et svar, der kan arbejdes videre med.

En del af opgaverne kan eksaminanden kun løse ved brug af CAS-værktøj, og ligeledes vil en del af opgaverne anvende data, der ligger i et Excel-regneark.

Ved anden del af prøven har eksaminanden adgang til alle hjælpemidler og it-værktøjer, bortset fra kommunikation med omverdenen. Der henvises i øvrigt til bestemmelserne i eksamensbekendtgørelsen. Det er dog ikke alle opgaver i denne del, som eksaminanden kan opnå fuldt point ved at besvare med it-værktøjet. Der vil i en kommende revidering af vejledningen og senest i forbindelse med udgivelsen af vejledende opgaver og eksamenssæt, blive udarbejdet en oversigt over, hvilke krav der er i forbindelse med ordlyden af det enkelte spørgsmål. Allerede nu kan det dog nævnes, at "beregner" kommer til at betyde at opgaven skal løses uden brug af CAS-kommandoer, og at "bestem" giver eksaminanden frihed til selv at vælge løsningsmetode.

På første side i opgavesættet står, hvilke krav der er til besvarelsen herunder ovennævnte oversigt. Det er en god ide, at denne nøje gennemgås med eleverne, ikke blot lige før den skriftlige prøve, men kravene kan tages op i forbindelse med opgaveregning og afleveringsopgaver.

Den mundtlige prøve, A-niveau:

Ved den mundtlige prøve indgår opgaver inden for hele kernestoffet samt det supplerende stof, der er arbejdet med. Emnet, behandlet i forberedelsesmaterialet, indgår som supplerende stof, og der skal derfor være spørgsmål i dette emne. Hvis emnet i forberedelsesmaterialet er tæt relateret til et emne i kernestoffet, kan forberedelsesmaterialet også dækkes som bilag til netop dette emne i stedet for selvstændige spørgsmål. Opgaverne, der består af 2 delspørgsmål, er kendte for eksaminanden, mens bilaget er ukendt for eksaminanden. Eleverne må godt kende kombinationen af de to kendte delspørgsmål. Det ene af de to kendte delspørgsmål skal relatere sig til en af de udarbejdede emneopgaver, mens det andet skal være rettet mod et specifikt delemne. Dette emne kan både være i samme emne som emnet i emneopgaven, men det foretrækkes, at de to delspørgsmål stilles inden for to emner. Der må gerne

være en tydelig sammenhæng mellem de to emner, men dette er ikke et krav. Rækkefølgen på besvarelsen af delspørgsmålene er op til eksaminanden.

Det er vigtigt, at opgaverne udformes brede, således at eksaminanden gives mulighed for at vise selvstændighed. Derudover er det væsentligt at tilgodese både den elev, der skal have karakteren 02 og den elev, der skal have karakteren 12. Det er derfor ikke relevant om emnet der stilles opgaver i fremkommer på både C- og B- niveau, men mere hvordan emnet har været behandlet i undervisningen og i emneopgaverne. Et eksempel på dette kunne være emnet finansielregning. Emnet er i alle læreplanerne, men det er vidt forskelligt, hvilke krav man kan forvente af en elev på de tre niveauer. På A-niveau kunne det fx være at bevise formelen for A_0 eller isolerer n i formlen for A_0 . Mens en isolation af K_0 i fremskrivningsformlen, nok ikke ville betragtes som A-niveau, kunne det give god mening for en middel elev på B-niveau. Derfor er det vigtigt, at der ses på, hvad emneopgaven til det pågældende emne indeholder, inden man kan afgøre om spørgsmålet kan besvares på et tilstrækkeligt højt niveau.

De ukendte bilag skal perspektivere spørgsmålet gennem billeder, figurer, kort overskuelig tekst og lignende. Bilag kan også være fysiske genstande. Bilaget trækkes sammen med det mundtlige spørgsmål, og inddrages i den faglige samtale i anden del af eksaminationen. Bilaget skal relatere sig til mindst et af de to delspørgsmål og må ikke være deciderede regneopgaver.

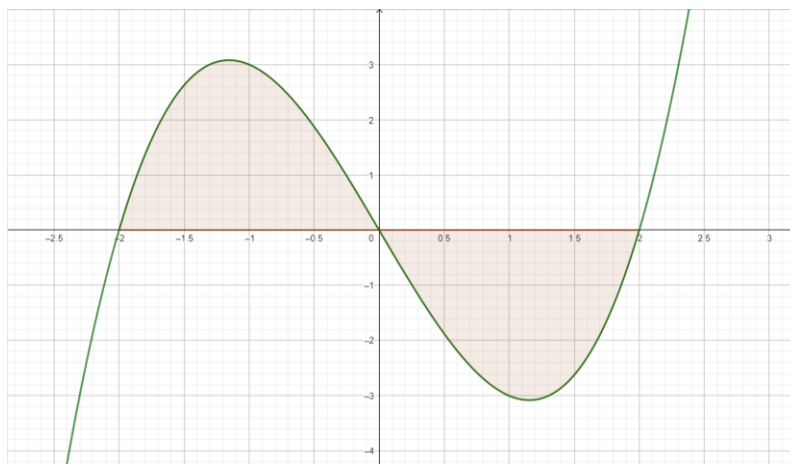
Herunder ses et eksempel på, hvordan en opgave med tilhørende bilag kan være opbygget.

Eksempel på opgave med bilag:

- a) Gennemgå udvalgte dele af emneopgaven *differentialregning*.
- b) Gør rede for integral- og differentialregningens hovedsætning.

Det vedhæftede bilag skal indgå i fremlæggelsen.

Bilag: Forklar, hvordan man vil beregne arealet af de skraverede punktmængder.



Der kan ses flere eksempler på spørgsmål med tilhørende bilag i dokumentet [Inspiration til mundtlig eksamen på A-niveau](#), der findes på EMU.

Under forberedelsen må eksaminanden benytte alle hjælpemidler. I forbindelse med den stadig mere udbredte brug af computeren til at tage noter på, vælger nogle elever at lave noterne i forberedelsen på computeren ofte som klippe-klistre fra undervisningsnoterne. Det er vigtigt, at eksaminanden er klar over, hvad formålet med forberedelsestiden er, og hvordan tiden udnyttes bedst muligt. Det vil næppe forbedre elevens præstation, at vedkommende ved prøven medbringer lange detaljerede noter, der er hentet direkte ind fra tidligere notater.

Eksaminanden har mulighed for at medbringe såvel noter, bøger computer/lommeregner etc. under eksaminationen, men igen er det vigtigt, at man i forvejen har drøftet eksaminationens forløb med eleverne. En forud forberedt PowerPoint-præsentation, der læses op, fortæller ikke meget om eksaminandens matematikundskaber. Derimod har eksaminanden naturligvis lov til at støtte sig til sin disposition/noter i mindre omfang. Det forlanges ikke, at eksaminanden kan huske hele sin præsentation udenad. Hvis eksaminanden finder det relevant at anvende fx en computer til visualisering af en given problemstilling eller komplicerede udtryk i forbindelse med et bevis er dette også muligt. Her skal eksaminanden frarådes at skrive tekst i forbindelse med dette.

Regler vedrørende eksaminandernes brug af internettet for at tilgå tilladte hjælpemidler ved prøverne fremgår af §6 i "Bekendtgørelse om visse regler om prøver og eksamen i de gymnasiale uddannelser".

I [vejledningen](#) til denne bekendtgørelse er der givet eksempler på, hvilke hjælpemidler der må, og hvilke der ikke må tilgås via internettet.

Censor og eksaminator skal være opmærksomme på formålet med den mundtlige prøve, nemlig at eksaminanden skal vise, i hvor høj grad vedkommende har tilegnet sig de matematiske kernekompetencer jf. afsnittet om bedømmelseskriterierne.

Det samlede grundlag skal fremgå af undervisningsbeskrivelsen. Undervisningsbeskrivelsen skal sikre et entydigt eksaminationsgrundlag.

I uddybning og perspektivering af emnet lægges der op til at eksaminanden selvstændigt kan inddrage relevant stof inden for emnet og på den måde kan gives mulighed for selvstændigt at vise fagligt overblik og progression inden for emnet.

"Der stilles i alt 14 til 16 forskellige opgaver, der skal gå igen et antal gange, således at det samlede antal som minimum svarende til antallet af eksaminander plus tre."

Det betyder, at hvis man har en prøve med fx 22 eksaminander, skal opgaverne dubleres en enkelt gang, mens der ved en prøve med fx 30 eksaminander skal der dubleres 2 gange, dvs. her går opgaverne igen tre gange. Det er vigtigt at antallet af opgaver overholdes for at sikre, at alle elever har samme forberedelsesmængde inden prøven.

Oplæg til emneopgaverne, de kendte opgaver med tilhørende bilag sendes til censor mindst 5 hverdage før prøvens afholdelse, medmindre særlige forhold er til hinder herfor. Det kan betyde, at udsendelsen må foretages, før eksamensplanen er offentliggjort. Udsendelsen af opgaver og materialer må da kun ske i et omfang, der ikke medfører, at andre dele af eksamensplanen kan udledes.

Inden den mundtlige prøve i matematik er det ikke censors rolle at godkende opgaver og bilag. Censor skal påse og, hvis der er grund til det, påpege, hvis censor mener, at opgaver og bilag ikke opfylder kravene, og bede eksaminator om at justere. Dette handler ikke om formen på opgaverne, da denne i forvejen er kendt af eleverne, men kun, hvis der er mangle i forhold til emner, der ikke er dækket af spørgsmålene, uden begrundelse herom fra eksaminators side eller at spørgsmålene ikke er svarende til A-niveau.

4.3 Bedømmelseskriterier

Det er vigtigt at understrege, at bedømmelsen – uanset prøveform – altid skal gennemføres som en helhedsbedømmelse af eksaminandens præstation. Det er også vigtigt at understrege, at eksaminandens skriftlige besvarelse af emneopgaver ikke indgår i bedømmelsen af den mundtlige præstation til en prøve.

Oversigt over karakterskalaen

Nedenfor er angivet den generelle beskrivelse af karakterskalaen samt retningslinjer for opnåelse af karaktererne 12, 7 og 02 i matematik C, B og A.

Karakter	Betegnelse	Beskrivelse
12	Fremragende	Karakteren 12 gives for den fremragende præstation, der demonstrerer udtømmende opfyldelse af fagets mål, med ingen eller få uvæsentlige mangler.
7	God	Karakteren 7 gives for den gode præstation, der demonstrerer opfyldelse af fagets mål, med en del mangler.
02	Tilstrækkelig	Karakteren 02 gives for den tilstrækkelige præstation, der demonstrerer den minimalt acceptable grad af opfyldelse af fagets mål.

Den skriftlige prøve på A-niveau

Karakter	Beskrivelse
12	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet korrekt og hensigtsmæssigt. Hvor det er relevant er løsninger og modeller vurderet. Besvarelsen er veldokumenteret med sikker brug af figurer og symbolsprog. Der demonstreres stort fagligt overblik på alle felter og ud fra matematiske ræsonnementer argumenteres sagligt for de anvendte løsningsmetoder. Eksaminanden behersker fagets terminologi og kan skifte mellem forskellige repræsentationsformer. Kommunikationsværdien er meget høj, idet der på en naturlig måde skiftes mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. I besvarelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	I besvarelsen benyttes matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – på en fornuftig måde. Der demonstreres et solidt og bredt fagligt overblik, og ud fra matematiske ræsonnementer argumenteres i et vist omfang for de anvendte løsningsmetoder. Løsningen er dokumenteret med en god brug af figurer og symbolsprog. Eksaminanden er delvist i stand til at opstille og behandle matematiske modeller og vurdere løsninger. Kommunikationsværdien er god, idet eksaminanden kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. Eksaminanden behersker fagets terminologi og har et godt kendskab til sammenhængen mellem forskellige repræsentationsformer. I besvarelsen forekommer adskillige fejl og mangler.
02	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet på et meget elementært niveau. Matematiske ræsonnementer anvendes usikkert og usammenhængende. Dokumentation er mangelfuld med ringe brug af figurer og symbolsprog. Der demonstreres et beskedent fagligt overblik og eksaminanden har kun kendskab til en begrænset del af stoffet. Eksaminanden er i ringe grad i stand til at opstille og behandle simple matematiske modeller, men kan løse elementære opgavetyper. Anvendelsen af fagets terminologi er usikker. Kommunikationsværdien er beskedent, idet eksaminanden kun i mindre udstrækning kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. Honorering af fagets mindstekrav giver karakteren mindst 02.

Den mundtlige prøve på A-niveau

Karakter	Beskrivelse
12	Fremstillingen er velstruktureret og fagets terminologi anvendes sikkert. Der veksles problemfrit mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer meget stor fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement – herunder matematisk bevisførelse. Eksaminanden viser et stort overblik på alle felter samt evne til at generalisere. Hvor det er relevant veksles mellem begrebernes forskellige repræsentationsformer. Ved fremlæggelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	Fremstillingen er godt struktureret, og fagets terminologi benyttes. Der veksles på tilfredsstillende måde mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer en vis fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement – herunder matematisk bevisførelse, der kombineres med konkrete anvendelser. Eksaminanden har et godt overblik på mange områder og kan i nogen grad generalisere. Der veksles mellem begrebernes forskellige repræsentationsformer. Ved fremlæggelsen forekommer adskillige fejl og mangler.
02	Fremstillingen er ustruktureret. Eksaminanden behersker kun mangelfuldt fagets terminologi og skifter usikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog, samt mellem forskellige repræsentationsformer. Eksaminanden demonstrerer en beskedent fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement, hvor væsentlige argumenter udelades. I stedet vises eksempler på konkrete anvendelser. Eksaminanden har et mangelfuldt overblik og har kun kendskab til en begrænset del af stoffet.



**BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET**
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET