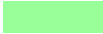
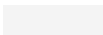
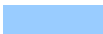


Evaluering af de
skriftlige prøver i
matematik på stx og hf
ved sommereksamen
2020

Indholdsfortegnelse

1. FORORD	3
2. BAGGRUND	4
Covid-19-pandemien og prøveudtræk, sommer 2020	4
Elever til prøve	5
Prøveform og prøvesæt	6
Statistisk grundlag og forcensur	6
3. DATAMATERIALE OG FORUDSÆTNINGER FOR ANALYSE	7
Klassifikationskriterier	7
 Let spørgsmål	9
 Svært spørgsmål	10
 Knald-eller-fald spørgsmål	11
 Standard-spørgsmål	12
 Midtertop spørgsmål	13
Klassifikationskriterier for 10-point spørgsmål	14
Klassifikationskriterier for 5-point spørgsmål	14
4. MATEMATIK NY STX A, 25. OG 27. MAJ 2020	15
Karakterstatistik NY stx A, 25. maj 2020	15
Karakterstatistik NY stx A, 27. maj 2020	16
Vurdering af resultater for NY stx A, 25. maj 2020	17
Spørgsmål til 5-point	18
Spørgsmål til 10 point	18
Knald-eller-fald spørgsmål	21
Tekst- og ræsonnement-spørgsmål	21
Mindstekravsopgaver	23
Delprøve 1 opgaver	24
Opgaver i nyt stof	25
Mindstekravsopgaver	25
De to delprøver	26

1. Forord

I dette evalueringshæfte gennemgås som tidligere år prøveresultaterne ved de skriftlige prøver i matematik i det almene gymnasium og hf ved sommerprøverne maj-juni 2020.

Evalueringsgruppen bestod af studieleder Ernst Hansen, Institut for Matematiske Fag ved Københavns Universitet, lektor Marianne Kesselhahn, Egedal Gymnasium & Hf og lektor Susanne Højte, Gladsaxe Gymnasium, som pånær oplysninger om prøvevilkår pga. covid-19 har forfattet afsnit 3-4. Datamateriale til forcensuren er indsamlet og organiseret af Jes Sixtus Jørgensen, Espergærde Gymnasium. Alle fire takkes mange gange for deres indsats.

Hver eksaminands besvarelse bedømmes ved forhandling mellem to censorer. Censorerne takkes ligeledes for uvurderlig indsats med at rette og bedømme årets besvarelser samt indberette oplysninger til forcensuren om delspørgsmål og opgavers forløb.

Karakterstatistikker for de gymnasiale prøver offentliggøres også på www.uddannelsesstatistik.dk efter hver prøvetermin.

Kim Bertelsen
Fagkonsulent i matematik stx og hf

2. Baggrund

Covid-19-pandemien og prøveudtræk, sommer 2020

På grund af udbruddet af covid-19-pandemien blev gymnasier, hf- og vuc-kurser lukket for almindelig skolegang umiddelbart efter 11. marts 2020. I perioden indtil sommerferien undervistes virtuelt.

Ved sommerterminen blev hovedparten af prøverne blev aflyst ved politisk aftale af 8. april 2020. Omfang af sommerens prøver blev offentliggjort 8. april 2020 og fremgår af den [politiske aftale af 8. april 2020 om sommerens prøver](#). Aftalen blev udmøntet den 23. april 2020 i ”[Bekendtgørelse om aflysning af prøver \[...\] i grundskolen, de gymnasiale uddannelser \[...\]](#)”.

Formålet var jf. bekendtgørelsen ”at sikre elevers og kursisters gennemførelse og afslutning af igangværende uddannelse eller kurser under de helt ekstraordinære forhold som følge af foranstaltningerne efter loven og forebyggelsen og afhjælpningen i samfundet i forbindelse med covid-19”.

Den almengymnasiale uddannelse (stx), 3g

- I 3g stx gennemførtes skriftlig prøve i dansk og ét studieretningsfag på A-niveau samt mundtlig prøve i studieretningsprojektet (SRP). Eleven skulle til den prøve i det studieretningsfag på A-niveau, der lå først efter prøven i skriftlig dansk ifølge den eksamensplan for eleven, der var lagt pr 30. marts 2020. Alle andre prøver blev aflyst. For de aflyste prøver blev årskaracteren ophøjet til eksamenskaracter. Normalt er eleverne til 7-8 prøver ved afslutningen af 3g, heraf 3-4 skriftlige prøver.
- Konsekvens for matematik: ca. 7000 elever til prøve i matematik stxA mod normalt ca. 12000. Sættningen af eleverne til prøve afhænger af elevernes prøveudtræk og prøvedatoerne for de forskellige andre studieretningsfag på A-niveau og vides ikke sikkert.
- For så vidt angår holdenes og elevernes forberedelse til prøve, så har holdene på den ene side i perioden fra 11. marts haft ringere vilkår for undervisningen pga hjemsendelse. På den anden side har eleverne i perioden fra 8. april vidst, at mundtlige prøver i stx A og alle andre mundtlige prøver var aflyst.

Den almengymnasiale uddannelse (stx), 1g og 2g

- Alle prøver blev aflyst for elever i 1g og 2g. Dermed aflystes den skriftlige prøve i matematik for elever i sædvanligt forløb. For de aflyste prøver blev årskaracteren ophøjet til eksamenskaracter.
- Konsekvens for matematik: Skriftlig prøve i matematik hfB blev aflyst for elever i sædvanligt forløb.

Hf-uddannelsen, 2hf

- I 2hf gennemførtes skriftlig prøve i dansk og engelsk samt mundtlige prøver i dansk samt det senest placerede fag ifølge den eksamensplan for eleven, der var lagt pr. 30. marts 2020.

Alle andre prøver blev aflyst. Eleverne fik i stedet årskarakter. Normalt er eleverne ved afslutningen af hf til 9 prøver.

- Konsekvens for matematik: Skriftlig prøve i matematik hfB blev aflyst for elever i sædvanligt forløb.

Hf-uddannelsen, 1hf

- Alle prøver blev aflyst i 1hf. Eleverne fik i stedet årskarakter.
- Konsekvens for matematik: Skriftlig prøve i matematik hfC blev aflyst for elever i sædvanligt forløb.

Nødundervisningen fortsattes med krav om prøvetræning i 1g, 2g og 1hf. Børne- og Undervisningsministeriet stillede prøvesæt til rådighed.

Elever til prøve

På grund af det reducerede prøveudtræk var antallet af elever til prøve sommer 2020 således usædvanligt lavt.

Prøveforekomst	Antal eksaminander
GL stx A 25. maj 2020	58
GL stx A 27. maj 2020	11
NY stx A 25. maj 2020	7232
NY stx A 27. maj 2020	380
GL stx B 27. maj 2020	10
NY stx B 25. maj 2020	25
NY stx B 27. maj 2020	65
Hf B-niveau	186
Hf C-niveau	47

Tabel 1: *Elever til prøve maj-juni 2020*

Det lave antal elever til prøve skyldes prøveaflysninger pga covid-19, jf foranstående afsnit. For så vidt angår stxA er fordelingen af elever mellem de to prøveforekomster meget skæv. Dette må antages at skyldes, at den enkelte skulle til den prøve i det studieretningsfag på A-niveau, der lå tidsmæssigt *først efter prøven i skriftlig dansk* ifølge den oprindelige, men annullerede eksamensplan.

Gruppen af elever til prøve ved prøveforekomster på andre niveauer på forventes at have haft en særlig sammensætning med en forholdsvis høj andel af selvstuderende, heriblandt elever, der pga højt fravær havde mistet retten til at følge undervisningen.

Det betyder, at det er vanskeligt at gennemføre en egentlig analyse af prøveresultaterne, og evalueringshæfte for 2020 fokuserer alene på prøveforekomsten NY stx A, 25. maj 2020.

Prøveform og prøvesæt

Prøveformerne i matematik stx og hf er som følger for hvert af niveauerne

Niveau	Delprøve 1	Delprøve 2	Samlet varighed
Matematik stx A NY	2 timer uden andre hjælpemidler end godkendt formelsamling	3 timer med hjælpemidler	5 timer
Matematik stx B NY	1½ time uden andre hjælpemidler end godkendt formelsamling	2½ time med hjælpemidler	4 timer
Matematik hf B NY	1½ time uden andre hjælpemidler end godkendt formelsamling	2½ time med hjælpemidler	4 timer
Matematik hf C NY	1 time uden andre hjælpemidler end godkendt formelsamling	2 timer med hjælpemidler	3 timer
Matematik stx A Gammel	1 time uden hjælpemidler	4 timer med hjælpemidler	4 timer

Til prøverne på stx A og hf B efter ny ordning hører et forberedelsesmateriale.

Prøverne på stx A og stx B har hver to prøveforekomster i eksamensperioden maj-juni for at sikre, at de skriftlige prøver for den enkelte elev kan afvikles i løbet af et forholdsvis kort tidsrum uanset hvad elevens fagkombination er.

Opgavekommissionerne tilstræber at sammensætte opgavesæt, der rummer opgaver af varierende sværhedsgrad, således at elever på alle faglige niveauer kan få lejlighed til at vise, hvad de kan. Således indeholder et opgavesæt opgaver, der tester mindre komplekse færdigheder og kompetencer såvel som vanskeligere opgaver og delspørgsmål.

Den tilsigtede karakterfordeling for de beståede karakterer er, at 10% af eleverne opnår karakteren 12, at 25% af eleverne opnår 10, at 30% opnår 7, at 25% opnår 4, og at 10% opnår karakteren 02.

Statistisk grundlag og forcensur

Data til karakterstatistikken stammer fra ministeriets samlede opgørelse af elevers prøvekarakterer trukket i netprøver.dk.

Undersøgelsen af pointgivning i de enkelte delspørgsmål baseres på forcensurens data. Ved forcensuren indsamles en stikprøve bestående af points for hvert delspørgsmål, som censorerne har givet til hver af de første 5 elever på hvert af de hold, hvor de er 1. censor. Forcensuren kan dermed bidrage til at afdække en række detaljer om prøvernes forløb, som en karakterstatistik alene ikke ville kunne give.

3. Datamateriale og forudsætninger for analyse

I 2020 er der for første gang i større omfang blevet afviklet eksamen efter den nye ordning på stx A. Eksamener efter den nye ordning har et betydeligt mere variabelt format end eksamener efter den gamle ordning.

For det første er en række spørgsmål på forhånd defineret som mindstekravsspørgsmål. De er tydeligt markeret i eksamenssættet (der er en grøn point-boks ved mindstekravsspørgsmålene). Det må forventes, at de svagere elever prioriterer mindstekravsspørgsmålene. Dels fordi de ofte er lettere end de øvrige spørgsmål, men også simpelthen fordi de er udpeget.

For det andet har spørgsmålene ikke den samme formelle vægt. Sættene er bygget op med en blanding af 5-point spørgsmål og 10-point spørgsmål dog med en klar overvægt af 10-point spørgsmål. I modsætning til 2019-eksamenerne efter ny ordning (primært på B- og C-niveau) var det dog karakteristisk for netop dette A-sæt, at der kun var ganske få 5-points opgaver.

10-point spørgsmålene scores på en heltalsskala fra 0 til 10, mens 5-point spørgsmålene scores på en heltalsskala fra 0 til 5. Bedømmelsen af de enkelte spørgsmål er dermed ikke umiddelbart sammenlignelig, hvis de to spørgsmål har forskellig vægt. Vi vælger derfor at dele kategoriseringen af spørgsmålene op, så vi kategoriserer 10-point spørgsmålene for sig og 5-point spørgsmålene for sig.

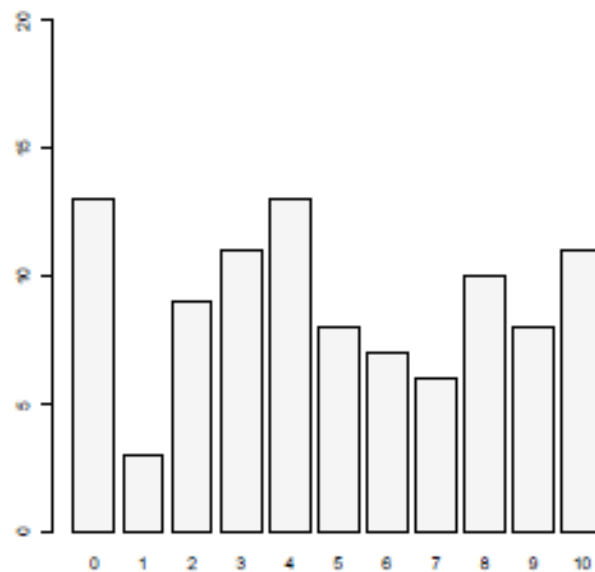
Klassifikationskriterier

For et 10-point spørgsmål kan data fra forcensuren opsummeres i en tabel som i tabel 1.

Score	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Procent	13	3	9	11	13	8	7	6	10	8	11

Tabel 1: *Eksempel på bedømmelse af et 10-point spørgsmål. Procenttallet angiver hvor mange procent af besvarelserne fra forcensuren i den pågældende prøve, der har opnået scoren i kolonnen. Procenttallene summeres således til 100 (på nær diskretiseringsfejl).*

Informationen i tabellen over scorerne forstås lettest ved at optegne et histogram:



Figur 1: Grafisk repræsentation af data fra tabel 1.

Eksemplet i figur 1 er ganske ukarakteristisk for de histogrammer, man ser for de faktiske bedømmelser. En ligelig fordeling over de mulige scorer er et sjældent fænomen. Normalt vil der være en skævhed i den ene eller den anden retning, ofte ganske udtalt. Det er formentlig et karakteristisk forhold for matematik.

Det er ikke klart om skævheden ligger i spørgsmålenes formulering, i elevernes præstationer eller om den skabes af bedømmelsespraksis. Men det vil fremgå af denne rapport, at det er uhyre sjældent at se bedømmelser af spørgsmål, hvor midterområdet har nogen særlig vægt.

Bedømmelserne vil koncentrere sig i den ene eller i den anden ende af skalaen - eller eventuelt i begge ender (svarende til at halvdelen af eleverne ikke kan få hul på spørgsmålet, mens den anden halvdel af eleverne løser spørgsmålet perfekt). For at kunne formulere os kvalitativt om disse skævheder kan vi forgrove oplysningerne fra tabel 1 til følgende tabel:

Score	0-3	4-7	8-10
Procent	36	34	30

Tabel 2: Grov version af data tabel 1.

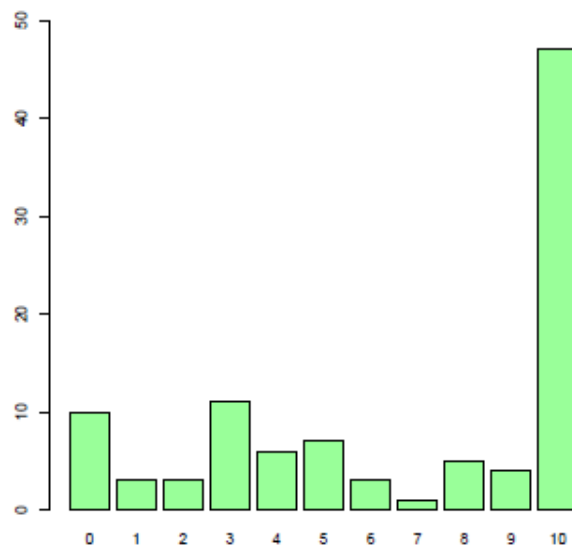
Denne grove version af data kan repræsenteres i et kompositionsdiagram, hvor vi optegner de to ydergrupper.



Figur 2: Kompositionsdiagram. Data fra tabel 2 er repræsenteret af den sorte prik. Det åbne punkt vil svare til at lige mange elever får bedømmelser i de tre grupper 0-3, 4-7 og 8-10. De farvede områder forklares nedenfor.

Let spørgsmål

Vi definerer et let spørgsmål som et spørgsmål, hvor mindst 70 procent af eleverne scorer 8-10. Et typisk histogram vil se ud som i figur 3.

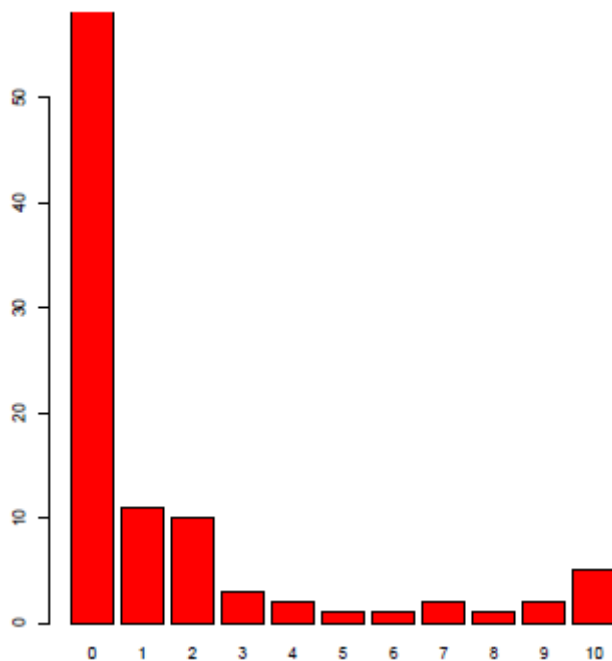


Figur 3: Eksempel på et histogram, hvor det pågældende spørgsmål vil blive kategoriseret som 'let'.

Det er vigtigt, at et eksamenssæt har enkelte spørgsmål i denne kategori. De skal bruges til at skelne de elever, der kan lidt fra de elever, der intet kan. Men der skal ikke være for mange af den slags spørgsmål, for de har ingen funktion i forhold til at separere middel- og gode elever fra hinanden. Det præcise valg af 70 procent som skæringsgrænse har naturligvis en vis grad af vilkårlighed.

Svært spørgsmål

Vi definerer et svært spørgsmål som et spørgsmål, hvor mindst 70 procent af eleverne scorer 0-3. Et typisk histogram vil se ud som i figur 4.

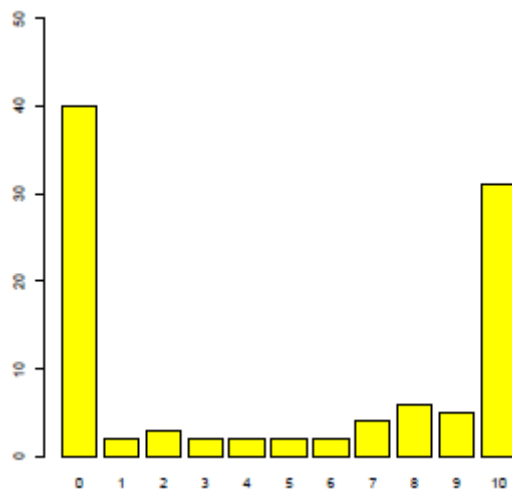


Figur 4: *Eksempel på et histogram, hvor det pågældende spørgsmål vil blive kategoriseret som 'svært'.*

Det er vigtigt, at et eksamenssæt har enkelte spørgsmål i denne kategori. De skal bruges til at skelne mellem top-eleverne. Men der skal ikke være for mange af den slags spørgsmål, for de har ingen funktion i forhold til at separere middelelever fra hinanden. Det præcise valg af 70 procent som skæringsgrænse har naturligvis en vis grad af vilkårlighed.

Knald-eller-fald spørgsmål

Vi definerer et knald-eller-fald spørgsmål som et spørgsmål der hverken er let eller svært og hvor under 12 procent af eleverne scorer 4-7. Et typisk histogram vil se ud som i figur 5.



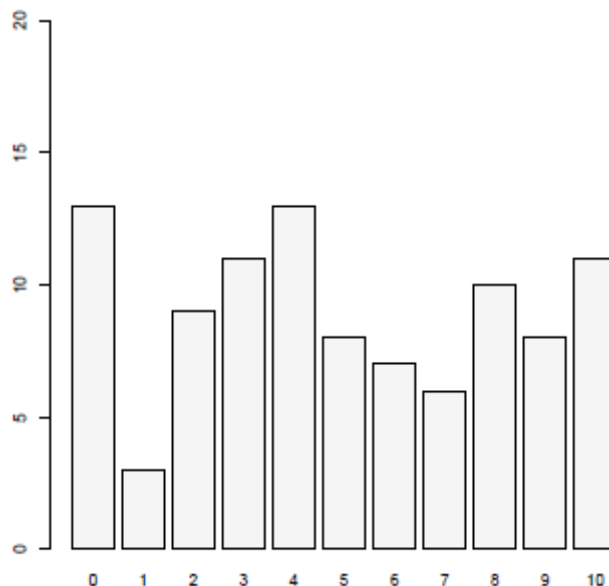
Figur 5: *Eksempel på et histogram, hvor det pågældende spørgsmål vil blive kategoriseret som 'knald-eller-fald'.*

Hvis spørgsmålet hverken er let eller svært, vil der være mindst 18 procent i både 0-3 gruppen og 8-10 gruppen. De to ydergrupper vil således hver især være mindst 50 procent større end midtergruppen. Forbløffende mange spørgsmål har knald-eller-fald karakter i et eller andet omfang. Det er et helt typisk fænomen, at 0 og 10 er de to enkeltscorer, der gives flest af i de enkelte spørgsmål. Præcis hvor man sætter grænsen i den formelle definition, har naturligvis en vis grad af vilkårlighed.

Det kan være udmærket med et vist antal knald-eller-fald spørgsmål i et eksamenssæt. De har en vis funktion i at separere elever i midterområdet.

Standard-spørgsmål

Et spørgsmål defineres som standard hvis det ikke falder i en af de tre allerede definerede kategorier 'let', 'svær' eller 'knald- eller-fald'. Der skal altså være under 70 procent i hver af de to yderområderne 0-3 og 8-10, og mindst 12 procent i midterområdet 4-7. Et typisk histogram kan se ud som i figur 6.



Figur 6: Eksempel på et histogram, hvor det pågældende spørgsmål vil blive karakteriseret som 'standard'. Tegningen er den samme som i figur 1.

Bemærk, at hvis der fandtes spørgsmål, hvor scorerne klumpede sig sammen i midterområdet, så ville man nok have behov for en speciel kategori til at fange dette fænomen. Men i praksis ses der aldrig spørgsmål af den karakter. Derfor føles behovet for en ekstra kategori ikke så stærkt.

Som udgangspunkt vil man ønske at der er mange standardspørgsmål i et opgavesæt, for spørgsmål af denne karakter er de bedst egnede til at differentiere mellem elever på nogenlunde samme niveau.

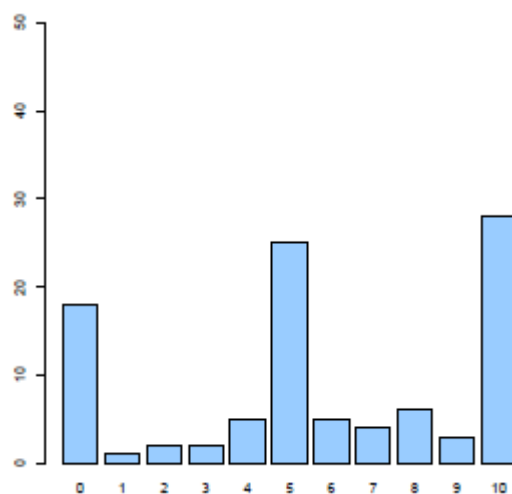
Midtertop spørgsmål

Inden for standardspørgsmålene er der et enkelt mønster, der er så karakteristisk, at det fortjener sin egen kategori. Det drejer sig som spørgsmål, hvor der er markant flere elever, der får præcis 5 point end de umiddelbare naboscorer 4, 6 og 7 point. Histogrammer med dette mønster har en top i midten.

Denne midtertop kan opstå, hvis spørgsmålet har en todelt formulering. For eksempel:

Bestem parametrene a og b , og giv en fortolkning af b .

Her vil der være en række elever, der fejlfrit kan bestemme parametrene, men som ikke har noget brugbart at sige om deres fortolkning. I praksis fungerer sådanne spørgsmål som en kombination af to 5-point spørgsmål nærmere end som et 10-point spørgsmål. Et typisk histogram vil se ud som i figur 7.



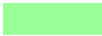
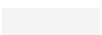
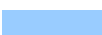
Figur 7: Eksempel på et histogram, hvor det pågældende spørgsmål vil blive kategoriseret som 'midtertop'.

Rent operativt definerer vi et midtertop spørgsmål som et spørgsmål, der som udgangspunkt er standard, men hvor der er en markant top i scoren 5. For næsten alle spørgsmål er det sådan, at der er flere, der scorer netop 5 end nabo-scorerne. Det er formentlig et retteteknisk fænomen eller fordi del 1 er et lettere spørgsmål end del 2. Der skal være markant flere, der får 5 point, før vi udråber spørgsmålet til at have midtertop. Vi kræver, at mindst halvdelen af scorerne i midterområdet 4-7 falder i netop 5.

Det er ikke klart om det bedømmelsesteknisk er godt eller skidt med en midtertop. Men hvis et spørgsmål har en midtertop, så kan det så godt som altid føres tilbage til, at spørgsmålet er formuleret som et dobbeltspørgsmål. Det tilstræbes at undgå sådanne dobbeltspørgsmål, og at de kun optræder når der er tale om naturlige sammenhæng eller kan være en direkte hjælp for eleven

Vi opsummerer disse definitioner samlet:

Klassifikationskriterier for 10-point spørgsmål

	Let spørgsmål – mindst 70 procent i 8-10
	Svært spørgsmål – mindst 70 procent i 0-3
	Knald-eller-fald – hverken let eller svær, højest 12 procent i 4-7
	Standard spørgsmål – hverken let, svær eller knald-eller-fald
	Midtertil – se præcis definition ovenfor

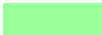
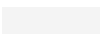
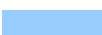
For et 5-point spørgsmål kan data fra forensuren opsummeres i en tabel som i tabel 3.

Score	0	1	2	3	4	5
Procent	16	20	21	13	18	11

Tabel 3: *Eksempel på bedømmelse af et 5-point spørgsmål. Procenttallet angiver hvor mange procent af besvarelserne fra forensuren i den pågældende prøve, der har opnået scoren i kolonnen. Procenttallene summeres således til 100 (på nær diskretiseringsfejl).*

5-point spørgsmålene klassificeres efter følgende modificerede definitioner:

Klassifikationskriterier for 5-point spørgsmål

	Let spørgsmål – mindst 70 procent i 4-5
	Svært spørgsmål – mindst 70 procent i 0-1
	Knald-eller-fald – hverken let eller svær, højest 12 procent i 2-3
	Standard spørgsmål – hverken let, svær eller knald-eller-fald
	Midtertil – bruges ikke

4. Matematik NY stx A, 25. og 27. maj 2020

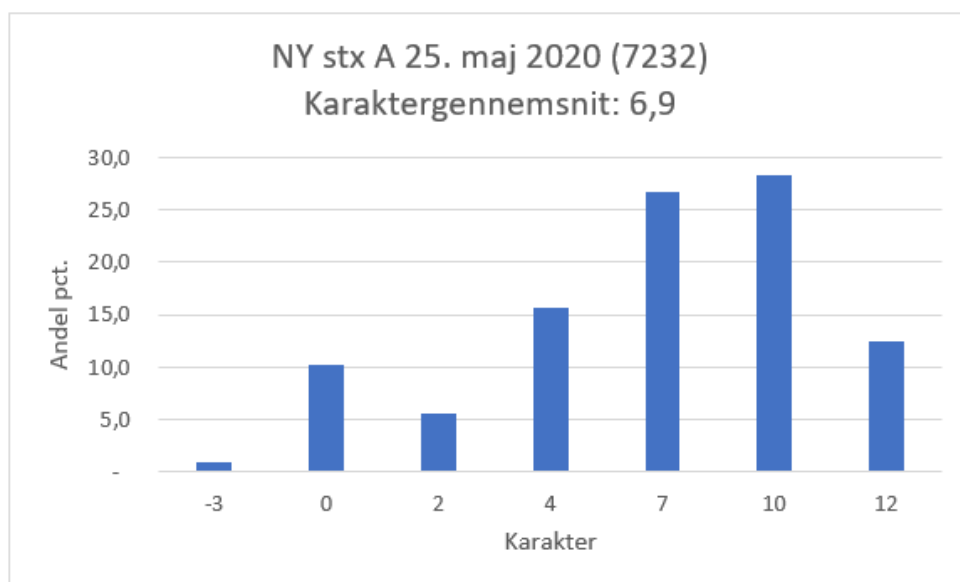
Karakterstatistik NY stx A, 25. maj 2020

Elever i sædvanligt forløb til denne prøve har været påvirket af covid-19-epidemien sådan, som det er beskrevet i afsnit 2. I perioden fra 11. marts var holdene hjemsendt, hvad der alt andet lige må formodes at have givet ringere vilkår for undervisningen. På den anden side har eleverne i perioden fra 8. april vidst, at mundtlige prøver i stx A og alle andre mundtlige prøver var aflyst, hvad der omvendt har givet eleverne mulighed for at fokusere prøveforberedelsen.

Der var 7232 elever til denne eksamen, og der indgik 1922 elever i forcensuren.

Der er stillet 15 opgaver med i alt 26 spørgsmål. En elev kan maksimalt opnå 250 point i opgavesættet.

Karakterfordelingen var følgende:



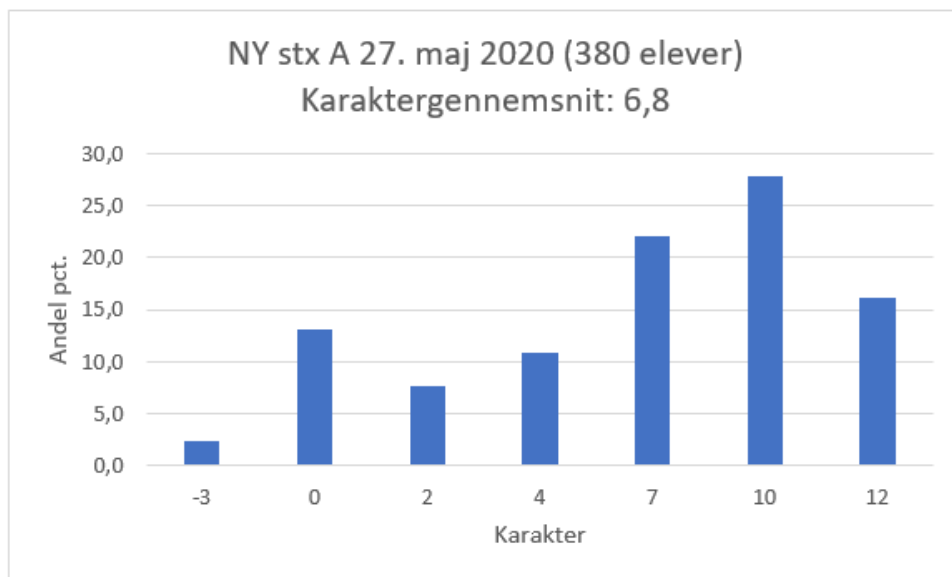
Figur 8: Karakterfordeling for stx A 25. maj.

Der var 40 %, der opnåede en topkarakter, dvs. 10 eller 12, mens der var 11,9 % der dumpede. Typekarakteren var 10.

Karakterstatistik NY stx A, 27. maj 2020

Der var 380 elever til denne eksamen. Forcensuren af denne eksamen vil ikke blive analyseret. Der er stillet 12 opgaver med i alt 26 spørgsmål. En elev kan maksimalt opnå 250 point i opgavesættet.

Karakterfordelingen var følgende:



Figur 9: Karakterfordeling for stx A 27. maj.

Der var 43,9 %, der opnåede en topkarakter, dvs. 10 eller 12, mens der var 15,5 % der dumpede. Typekarakteren var 10.

Ved karakterfastsættelse blev der dels anvendt nedenstående oversættelsesskala samt individuelle helhedsvurderinger.

Karakter	-3	00	02	4	7	10	12
Pointinterval	0-20	16-86	84-104	100-144	140-194	190-230	230-250

I vurderingen af en given besvarelse inddrages helhedsvurderingen, ligesom der skal indgå en vurdering af opfyldelsen af de faglige mål, herunder de matematiske færdigheder og kompetencer.

Vurdering af resultater for NY stx A, 25. maj 2020

Der er 1922 elever i forensuren for denne prøve.

Som nævnt i forordet er der altså tale om en stikprøve på 1922 elever ud af en population på 7232 elever.

Der er stillet 15 opgaver med i alt 26 spørgsmål og de kan klassificeres efter vægt:

Vægt	Antal
5 point	2
10 point	24

Samlet set er der 250 point i sættet.

Spørgsmålene kan også klassificeres efter, om de er knyttet til mindstekravene (og i så fald markeret med en grøn farve i opgavesættet):

	Antal
Mindstekrav (grøn)	11
Ikke-mindstekrav (hvid)	15

Der er i alt 105 point til de grønne spørgsmål og 145 point til de øvrige.

Endelig kan spørgsmålene deles op efter, om de er stillet i delprøve 1 (uden CAS-adgang) eller i delprøve 2 (med CAS-adgang):

	Antal
Delprøve 1	12
Delprøve 2	14

Det bemærkes, at der under den nye ordning er adgang til en formelsamling under hele eksamen, også under besvarelse af delprøve 1.

Der er i alt 120 point til delprøven uden CAS-adgang og 130 point til delprøven med CAS-adgang.

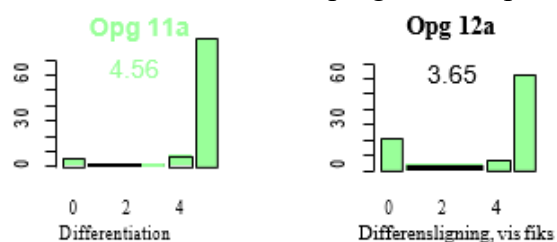
De forskellige vægte giver et metodisk problem i opsummeringen af resultatet. Det er uklart, hvordan man skal sammenligne et 5-point spørgsmål, der er gået rigtig godt med et 10-point spørgsmål, der er gået middelmådigt. Der er flere point at hente i 10-point spørgsmålet, og derfor bidrager det formentlig mere til slutscoren end 5-point spørgsmålet, uanset hvor godt det er gået. For ikke at lade opsummeringen forplumre af den problemstilling, vælger vi at gennemgå 5-point spørgsmålene for sig og 10-point spørgsmålene for sig.

Endelig skal det bemærkes, at de to spørgsmål, der udgjorde opgave 5, og de to spørgsmål, der udgjorde opgave 12, var stillet, så de skulle besvares ud fra forberedelsesmaterialet. Det er markeret i de efterfølgende grafer og tabeller ved, at der står '(FB)' ved disse spørgsmål.

I de efterfølgende afsnit analyseres de enkelte spørgsmål, og det gøres, som nævnt tidligere, ud fra censorernes indberetning i forensuren. Analysen tager afsæt i de i kapitel 1 gennemgåede kategorier.

Spørgsmål til 5-point

Som sagt var der kun to 5-point spørgsmål i opgavesættet for STX A 25. maj 2020, NY. Bedømmelsen af disse to spørgsmål er opsummeret i figur 8 nedenfor.



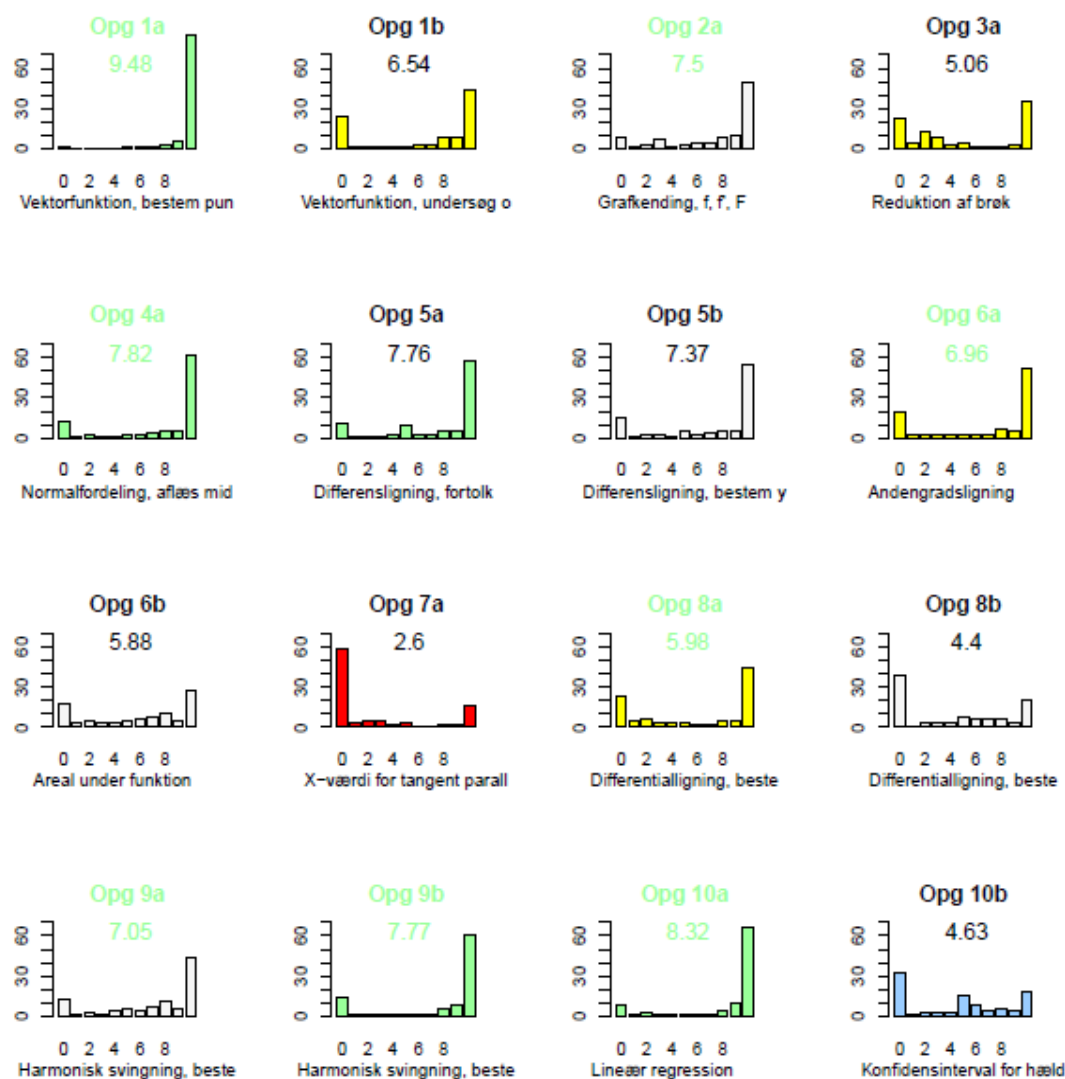
Figur 10: Resultater for de 2 spørgsmål for STX A 25. maj 2020, NY, der har vægt 5 point. Overskriften er farvet grøn for mindstekravsspørgsmål. Opgjort ud fra forensuren. Tallene er gennemsnitsscoren for de enkelte spørgsmål.

Eftersom der kun er to spørgsmål af denne art, er der ikke meget at tilføje til disse histogrammer, ud over at begge spørgsmål faldt eleverne lette.

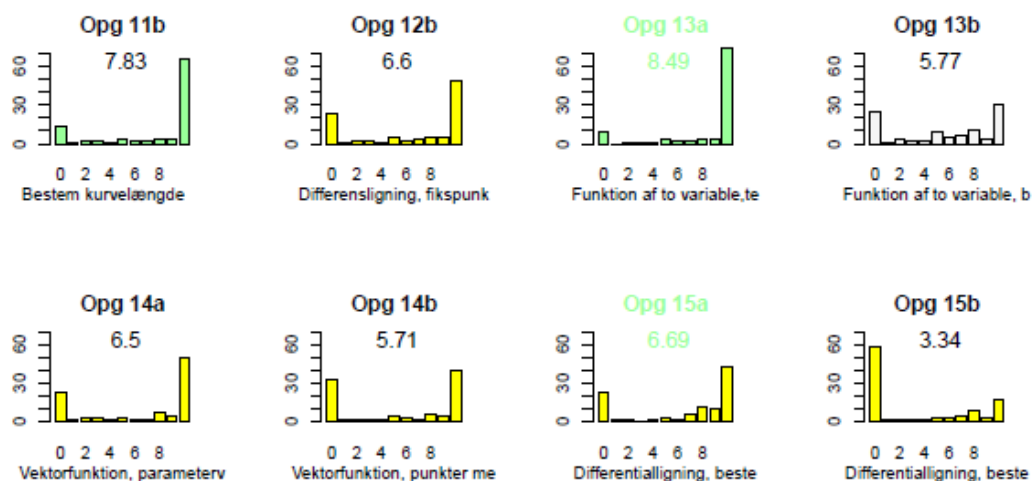
Spørgsmål til 10 point

Pointgivningen i forensuren er opsummeret i figur 9 og 10 nedenfor og det er igen kategorierne fra kapitel 1, der henvises til

	Let spørgsmål – mindst 70 procent i 8-10
	Svært spørgsmål – mindst 70 procent i 0-3
	Knald-eller-fald – hverken let eller svær, højest 12 procent i 4-7
	Standard spørgsmål – hverken let, svær eller knald-eller-fald
	Midtertil – se præcis definition i kapitel 1

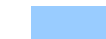


Figur 11: Resultater for de 16 første af de 24 spørgsmål for STX A 25. maj 2020, NY, der har vægt 10 point. Overskriften er farvet grøn for mindstekravsspørgsmål. Opgjort ud fra forensuren. Tallene er gennemsnitsscoren for de enkelte spørgsmål.

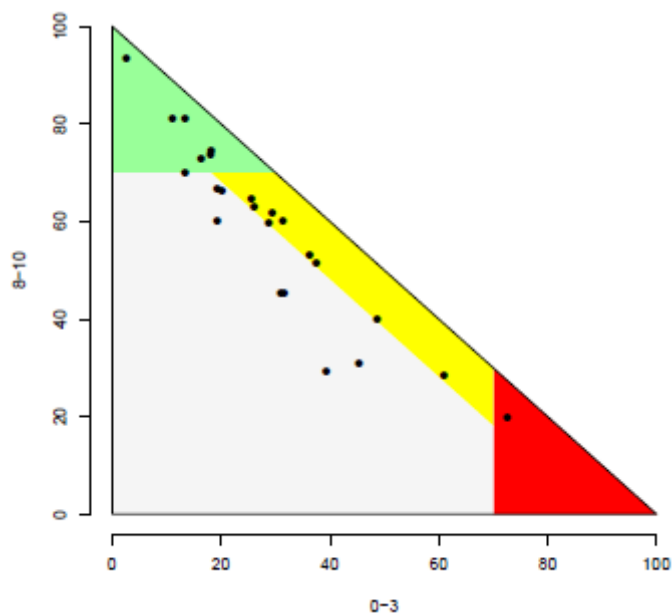


Figur 12: Resultater for sidste 8 af de 24 spørgsmål for STX A 25. maj 2020, NY, der har vægt 10 point. Overskriften er farvet grøn for mindstekravsspørgsmål. Opgjort ud fra forensuren. Tallene er gennemsnitsscoren for de enkelte spørgsmål.

En optælling af de forskellige kategorier giver følgende resultat:

Let	Svær	Knald-eller-fald	Midtertop	Standard
				
7	1	9	1	6

Et kompositionsdiagram for den grove tabellering, der danner udgangspunkt for kategoriseringen er:



Figur 13: Kompositionsdiagram for den grove tabellering af scorerne for hvert 10-point spørgsmål for STX A 25. maj 2020, NY. Spørgsmål der klassificeres som 'midtetop' (blå) samt standardspørgsmål befinder sig i det grå område.

Knald-eller-fald spørgsmål

I opgavesættet er der 9 spørgsmål, der falder ud som knald-eller-fald spørgsmål (spørgsmål 1b, 3a, 6a, 8a, 12b, 14a, 14b, 15a og 15b), altså hvor under 12 procent af eleverne scorer 4-7 point. De 4 af spørgsmålene findes i delprøve 1 og resten i delprøve 2. Der er ikke en entydig forklaring på, hvorfor disse spørgsmål falder ud som knald-eller-fald opgaver. Af mulige forklaringer kan tænkes, at selve spørgsmålets formulering i en ellers meget let opgave kan betyde, at nogle elever slet ikke går i gang med opgaven. Problemer med et a-spørgsmål i en opgave kan måske også betyde, at nogle opgiver at gå i gang med det efterfølgende spørgsmål b. Men det er fx svært at forklare, hvorfor bestemmelse af nulpunkter for et andengradspolynomium eller bestemmelse af en tangentligning ud fra en given differentialligning og et punkt ligger i denne kategori.

Tekst- og ræsonnement-spørgsmål

En anden kategorisering af spørgsmålene kan være i tekst- og ræsonnements-spørgsmål. Hermed menes spørgsmål, der tager afsæt i henholdsvis en konkret kontekst og/eller omhandler undersøgelse af påstand eller efterspørger matematiske ræsonnementer. Eksempelvis opgave 1b)

Opgave 1 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

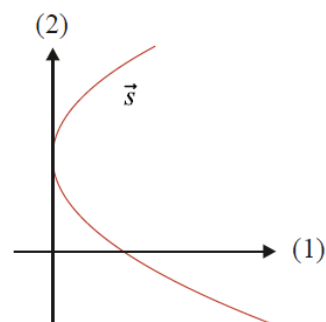
$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 0,5 \cdot t^2 \\ 2 \cdot t + 6 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

(10 point)

a) Bestem $\vec{s}(1)$.

(10 point)

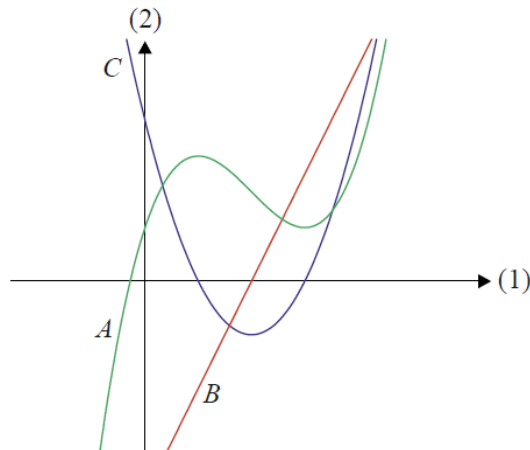
b) Undersøg, om parameterkurven for $\vec{s}$ går igennem punktet $P(2,10)$.



Opgave 2 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^2 - 4x + 3.$$

På figuren ses grafen for f sammen med grafen for dens afledede funktion f' samt grafen for en til f hørende stamfunktion F .



(10 point)

a) Argumentér for, hvilken af graferne der hører til henholdsvis f' , f og F .

samt

Opgave 10



Grafik: freepik.com



Tabellen viser sammenhørende værdier for statsgæld og arbejdsløshed i et bestemt land.

Arbejdsløshed (målt i % af arbejdsstyrken)	7,10	6,90	...	8,63	7,36
Statsgæld (målt i % af BNP)	81,6	79,1	...	73,2	69,5

(Hele tabellen med alle 42 datapunkter findes i bilaget "Arbejdsløshed_Statsgæld.xlsx")

En arbejdsmarkedsforsker formoder, at statsgælden som funktion af arbejdsløsheden kan beskrives ved en lineær model

$$f(x) = a \cdot x + b,$$

hvor $f(x)$ betegner statsgælden (målt i % af BNP), og x betegner arbejdsløsheden (målt i % af arbejdsstyrken).

Samlet ser drejer det sig om spørgsmål 1b, 2, 5a, 5b, 10a, 10b, 12b, 13 og 15 og de udgør i alt 110 point ud af de i alt 250 point. Tekstspørgsmålene falder ud som både standard, med midtertop og knald-eller-fald-opgaver, mens ræsonnement-spørgsmålene kategoriseres som let, med midtertop eller standard. Samlet set falder disse opgavetyper altså forskelligt ud. Det kunne tyde på, at det er lykkedes at stille sådanne spørgsmål på forskellige niveauer.

Mindstekravsopgaver

I det følgende analyseres, hvordan de enkelte opgavers score fordeler sig i forhold til mindstekravsopgaver, opgaver fra delprøve 1 samt opgaver stillet i nyt stof (efter 2017-reformen).

Opgave	Tema	Gennemsnit
1a	Vektorfunktion, bestem punkt	9.48
13a	Funktion af to variable, tegn graf i område	8.49
10a	Lineær regression	8.32
11b	Bestem kurvelængde	8.83
4a	Normalfordeling, aflæs middelværdi	7.82
9b	Harmonisk svingning, bestem periode	7.77
5a	Differensligning, fortolk værdier (FB)	7.76
2a	Grafkending, f, f, F	7.5
5b	Differensligning, bestem y for n=1 (FB)	7.37
9a	Harmonisk svingning, bestem minimum	7.05
6a	Andengradslikning	6.96
15a	Differentiallikning, bestem hastighed	6.69
12b	Differensligning, fikspunkt stabilt? (FB)	6.6
1b	Vektorfunktion, undersøg om punkt p°a banekurve	6.54
14a	Vektorfunktion, parameterværdier for dobbeltpunkt	6.5
8a	Differentiallikning, bestem tangent	5.98
6b	Areal under funktion	5.88
13b	Funktion af to variable, bestem saddepunkt	5.77
14b	Vektorfunktion, punkter med vandret tangent	5.71
3a	Reduktion af brøk	5.06
10b	Konfidensinterval for hældning og vurder	4.63
8b	Differentiallikning, bestem forskrift	4.4
15b	Differentiallikning, bestem øvre grænse	3.34
7a	X-værdi for tangent parallel med linje	2.6

Tabel 4: Spørgsmålene for STX A 25. maj 2020, NY, med vægt 10 point, sorteret efter gennemsnitsscore. De spørgsmål, der er direkte knyttet til **mindstekrav**, er farvet grønne.

Mindstekravsopgaverne er tydeligvis de opgaver, hvor eleverne scorer relativt flest point, suppleret af opgaver stillet i forberedelsesmaterialet. Der må ikke stilles mindstekravsopgaver i forberedelsesmaterialet, men under andre omstændigheder kunne de måske være kategoriseret som sådanne.

Delprøve 1 opgaver

Opgave	Tema	Gennemsnit
1a	Vektorfunktion, bestem punkt	9.48
13a	Funktion af to variable, tegn graf i område	8.49
10a	Lineær regression	8.32
11b	Bestem kurvelængde	8.83
4a	Normalfordeling, aflæs middelværdi	7.82
9b	Harmonisk svingning, bestem periode	7.77
5a	Differensligning, fortolk værdier (FB)	7.76
2a	Grafkending, f, f, F	7.5
5b	Differensligning, bestem y for n=1 (FB)	7.37
9a	Harmonisk svingning, bestem minimum	7.05
6a	Andengradslikning	6.96
15a	Differentiallikning, bestem hastighed	6.69
12b	Differensligning, fikspunkt stabilt? (FB)	6.6
1b	Vektorfunktion, undersøg om punkt p°a banekurve	6.54
14a	Vektorfunktion, parameterværdier for dobbelpunkt	6.5
8a	Differentiallikning, bestem tangent	5.98
6b	Areal under funktion	5.88
13b	Funktion af to variable, bestem saddepunkt	5.77
14b	Vektorfunktion, punkter med vandret tangent	5.71
3a	Reduktion af brøk	5.06
10b	Konfidensinterval for hældning og vurder	4.63
8b	Differentiallikning, bestem forskrift	4.4
15b	Differentiallikning, bestem øvre grænse	3.34
7a	X-værdi for tangent parallel med linje	2.6

Tabel 5: Spørgsmålene for STX A 25. maj 2020, NY, med vægt 10 point, sorteret efter gennemsnitsscore. De spørgsmål, der skulle besvares uden adgang til CAS, er farvet lilla.

Tabellen viser, at der forekommer opgaver fra begge delprøver blandt de opgaver, hvor eleverne scorer såvel flest som færrest point. Den ene delprøve falder tilsyneladende ikke eleverne sværere end den anden.

Opgaver i nyt stof

Opgave	Tema	Gennemsnit
1a	Vektorfunktion, bestem punkt	9.48
13a	Funktion af to variable, tegn graf i område	8.49
10a	Lineær regression	8.32
11b	Bestem kurvelængde	8.83
4a	Normalfordeling, aflæs middelværdi	7.82
9b	Harmonisk svingning, bestem periode	7.77
5a	Differensligning, fortolk værdier (FB)	7.76
2a	Grafkending, f, f, F	7.5
5b	Differensligning, bestem y for n=1 (FB)	7.37
9a	Harmonisk svingning, bestem minimum	7.05
6a	Andengradsligning	6.96
15a	Differentialligning, bestem hastighed	6.69
12b	Differensligning, fikspunkt stabilt? (FB)	6.6
1b	Vektorfunktion, undersøg om punkt p°a banekurve	6.54
14a	Vektorfunktion, parameterværdier for dobbelpunkt	6.5
8a	Differentialligning, bestem tangent	5.98
6b	Areal under funktion	5.88
13b	Funktion af to variable, bestem saddelpunkt	5.77
14b	Vektorfunktion, punkter med vandret tangent	5.71
3a	Reduktion af brøk	5.06
10b	Konfidensinterval for hældning og vurder	4.63
8b	Differentialligning, bestem forskrift	4.4
15b	Differentialligning, bestem øvre grænse	3.34
7a	X-værdi for tangent parallel med linje	2.6

Tabel 6: Spørgsmålene for STX A 25. maj 2020, NY, med vægt 10 point, sorteret efter gennemsnitsscore. De spørgsmål, der er i nyt stof, er farvet blå.

Ifølge tabellen tyder det på, at der er blevet stillet både lette og svære opgaver indenfor de nye stofområder. Opgaver stillet i nyt stof har en tendens til at være placeret i den midterste del af pointskalaen. Det tyder på, at det måske ikke mere giver mening at tale om ”nyt” og ”gammel” stof.

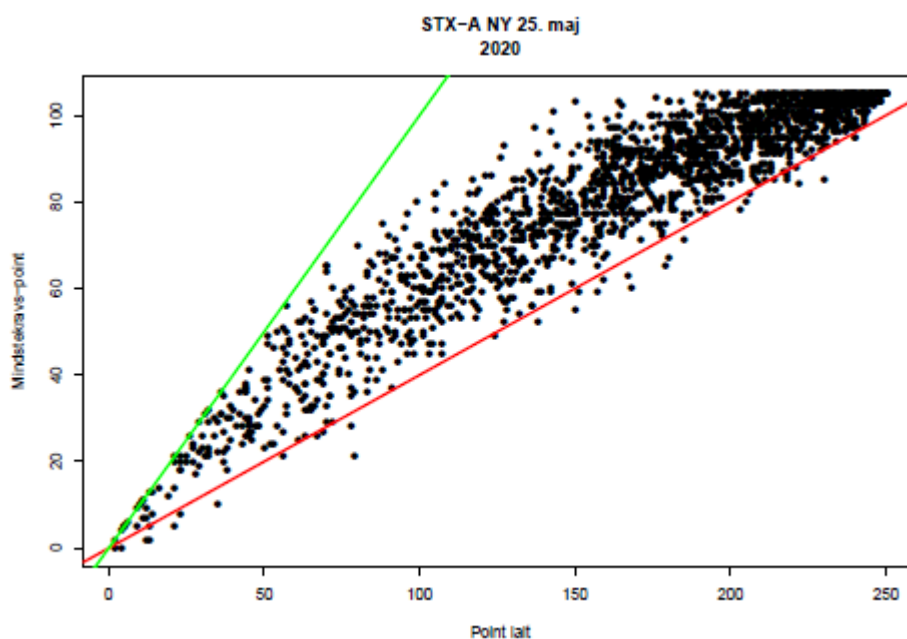
Mindstekravsopgaver

Mindstekravene knytter sig til de mest enkle og lettest forståelige dele af kernestoffet, som en elev forventes at kunne begå sig indenfor. Mindstekravene retter sig dermed mod de grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer med og uden CAS, som en elev som minimum skal

kunne mestre på det aktuelle niveau. Mindstekravsopgaverne er visuelt udpeget for eleverne i håb om, at de dermed får en guide til de letteste opgaver, og dermed en guide til hvilke opgaver de med fordel kan starte med i et måske mere eller mindre uoverskueligt opgavesæt.

Det er klart, at for at opnå en høj karakter, så skal både mindstekravsopgaver og ikke-mindstekravsopgaver løses.

Figur 13 viser sammenhæng mellem antal opnåede point i alt og point opnået fra mindstekravsopgaver. Den grønne linje svarer til at alle point er opnået i mindstekravsopgaver, mens den røde linje svarer til, at 40% af de opnåede point er fra mindstekravsopgaver.



Figur 14: STX A 25. maj 2020, point i mindstekravsopgaver mod point i alt. Den grønne linje svarer til, at alle pointene er opnået i mindstekravsopgaver. Den røde linje svarer til, at 40 procent af pointene er opnået i mindstekravsopgaverne.

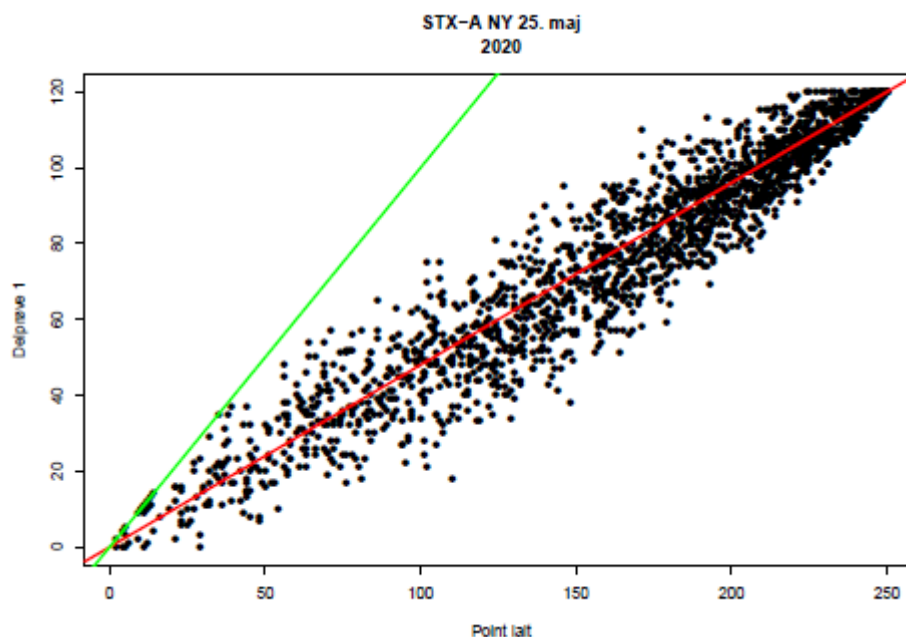
Figuren viser, at de elever, der scorer få point i alt (til omkring bestå-grænsen), placeres tættere på den grønne end på den røde linje. Dette tyder på, at de svageste elever generelt opnår en relativ stor del af disse point i mindstekravsopgaverne. Dvs. opgaverne er rent faktisk lette og eleverne (forsøger at) løse dem.

De to delprøver

Delprøve 1 er kortere end delprøve 2 og til delprøve 1 er kun den centralt udmeldte formelsamling tilladt som hjælpemidler. Brug af formelsamlingen bør derfor indgå som en integreret del af den daglige undervisning.

Figur 14 viser antal af point opnået i delprøve 1 som funktion af det samlede antal point. Den grønne linje svarer til, at alle point opnås i delprøve 1, mens den røde linje svarer til, at de opnåede point har fordelt sig relativt ens på de to delprøver (en elev har f.eks. opnået 50% af pointene fra delprøve 1 og 50% fra delprøve 2).

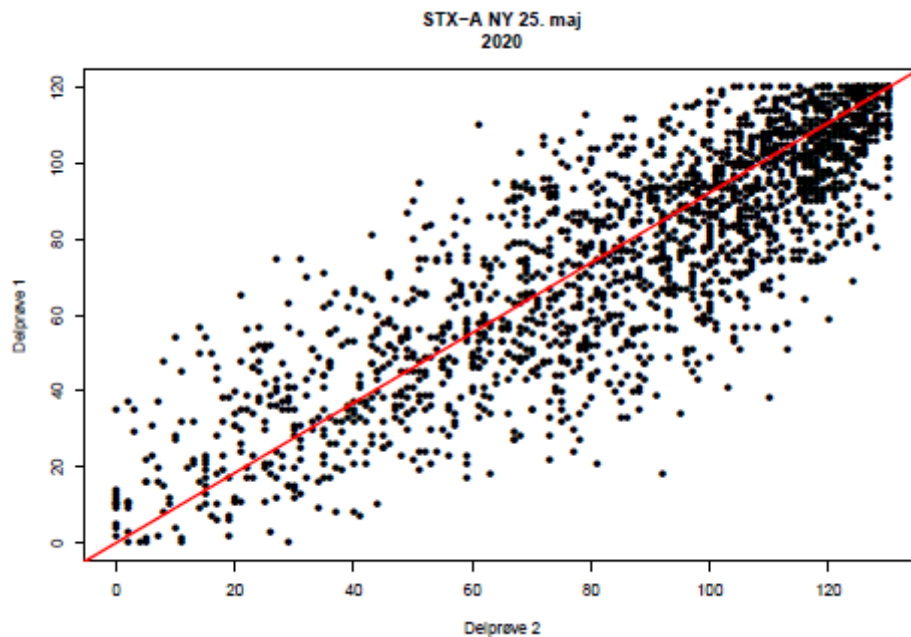
Det er klart, at for at opnå en høj karakter, så skal en betydelig del af opgaverne i begge delprøver besvares korrekt.



Figur 15: STX A 25. maj 2020, NY. Scatterplot af antal point i delprøve 1 (på andenaksen) mod det samlede antal point (på førsteaksen). Den grønne linje svarer til at alle pointene opnås i første delprøve. Den røde linje svarer til at 48 procent af pointene opnås i delprøve 1, svarende til at pointene i delprøve 1 og 2 er lige tilgængelige.

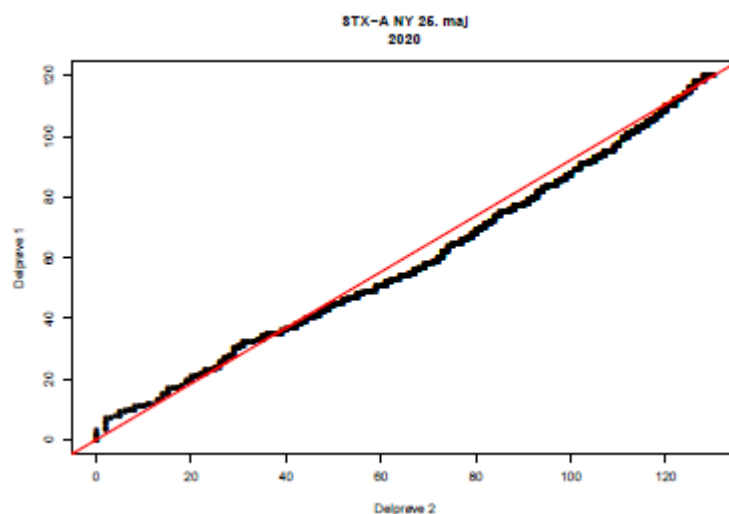
Figuren viser 2 tendenser for de fagligt svageste elever. Den ene tendens er, at hvis der kun opnås få point, så scores relativt flere point i delprøve 1 end i delprøve 2 (punkterne tæt på den grønne linje), mens den anden tendens er, at der scores fleste point i delprøve 2 (under den røde linje). En forklaring på dette kunne være manglende rutine i brug af CAS-værktøj og/eller i brugen af formelsamling,

I figur 16 er antal point opnået i delprøve 1 afbildet som funktion af point opnået i delprøve 2. Den røde linje svarer til, at der relativt er opnået lige mange point i de to delprøver, dvs. pointene har været lige tilgængelige for eleverne, opgaverne i de to delprøver er samlet set lige lette, lige svære.



Figur 16: STX A 25. maj 2020, NY. Scatterplot af antal point i delprøve 1 (på andenaksen) mod antal point i delprøve 2 (på førsteaksen). Den røde linje svarer til, at der opnås 8 procent flere point i delprøve 2 end i delprøve 1, svarende til at pointene i delprøve 1 og 2 er lige tilgængelige. Figuren viser, at de to delprøver falder eleverne lige lette/svære fordi punkterne fordeler sig pænt omkring den røde rette linje. De største afvigelser fra den røde linje for generelt lavt opnået pointtal viser igen, at der er elever, som henter hovedparten af deres point i enten delprøve 1 eller i delprøve 2.

På figur 17 ses et QQ-plot for figur 16. Den røde linje indikerer ligesom figur 16, at det samlede opnåede pointtal kommer relativt ens for begge delprøver.



Figur 17: STX A 25. maj 2020, NY. QQ-plot af antal point i delprøve 1 (på andenaksen) mod antal point i delprøve 2 (på førsteaksen). Den røde linje svarer til, at der opnås 8 procent flere point i delprøve 2 end i delprøve 1, svarende til at pointene i delprøve 1 og 2 er lige tilgængelige.