



UNDERVISNINGS  
MINISTERIET  
STYRELSEN FOR  
UNDERVISNING OG KVALITET

---

# Matematik A

---

## Højere teknisk eksamen

Formelsamling til delprøve 1

## **Matematik A**

Højere teknisk eksamen

Formelsamling til delprøve 1

### **Forfattere**

Bente Pihl, Marit Hvalsøe Schou og Laila Madsen

November 2019

ISBN: 978-87-603-3238-8 (web udgave)

Denne udgave af Matematisk formelsamling  
htx A-niveau er udgivet af Undervisningsministeriet  
og gjort tilgængelig på uvm.dk.

Kopiering til andet end personlig brug må kun  
ske efter aftale med Copy-Dan.

Dette er 2. udgave siden april 2019.

Der er sket følgende rettelser:

- i formel (88) er grafen for funktionen  $g$  ændret
- i formel (100) er præciseringen af vinklen ved polære koordinater ændret
- i formel (129) er ordet *middeltal* ændret til *gennemsnit*.

## Forord

”Matematisk formelsamling for htx A” er primært beregnet til brug for eksaminanter ved den skriftlige prøve i matematik A på htx og i særdeleshed til prøven uden hjælpemidler.

Mange matematiske formler gælder kun under særlige forudsætninger. Fx er  $ax^2 + bx + c = 0$  kun en andengradsligning under forudsætning af at  $a \neq 0$ , logaritmeregnerne gælder under forudsætning af at de tal, logaritmen tages af, er positive etc. For overskuelighedens skyld er disse restriktioner ikke angivet. Formlerne kan derfor siges at gælde, under forudsætning af at relevante antagelser er opfyldt, og de angivne formler er meningsfulde.

Mange formler er illustreret med figurer. I de tilfælde hvor betydningen af de størrelser, som indgår i formlerne, ikke er forklaret, vil disse være angivet på den tilsvarende figur.

## **Indholdsfortegnelse**

FORORD .....	1
TABEL OVER KVADRATTAL .....	3
KVADRATSÆTNINGER.....	3
POTENSREGNEREGLER.....	3
LOGARITMEREGRNRÈGLER .....	4
KLASSISK GEOMETRI.....	4
TRIGONOMETRI .....	6
RUMLIGE FIGURER .....	8
DEN RETTE LINJE .....	9
PARABEL OG CIRKEL .....	10
FUNKTIONER .....	10
DIFFERENTIAL- OG INTEGRALREGNING .....	12
VEKTORER I PLANEN .....	14
VEKTORER I RUMMET .....	16
DIFFERENTIALLIGNINGER.....	17
DISKRET MATEMATIK .....	18
STATISTIK .....	18

## Tabel over kvadrattal

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x^2$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

$x$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$x^2$	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

## Kvadratsætninger

$$\left| \begin{array}{l} (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \\ (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \\ (a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \end{array}$$

## Potensregneregler

$$\left| \begin{array}{l} a^p \cdot a^q = a^{p+q} \\ \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q} \\ (a^p)^q = a^{p \cdot q} \\ (a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p \\ \left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p} \\ a^0 = 1 \\ \frac{1}{a^p} = a^{-p} \\ a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \\ a^{\frac{1}{p}} = \sqrt[p]{a} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (4) \\ (5) \\ (6) \\ (7) \\ (8) \\ (9) \\ (10) \\ (11) \\ (12) \end{array}$$

# Logaritmeregneregler

Den naturlige logaritme    10-tals logaritmen

$$\ln(1) = 0 \quad \log(1) = 0 \quad (13)$$

$$\ln(e) = 1 \quad \log(10) = 1 \quad (14)$$

$$\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b) \quad \log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b) \quad (15)$$

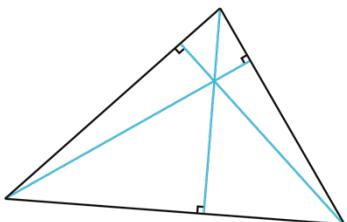
$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b) \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b) \quad (16)$$

$$\ln(a^p) = p \cdot \ln(a) \quad \log(a^p) = p \cdot \log(a) \quad (17)$$

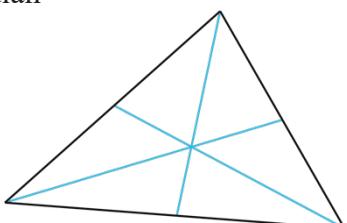
# Klassisk geometri

## Linjer ved trekant

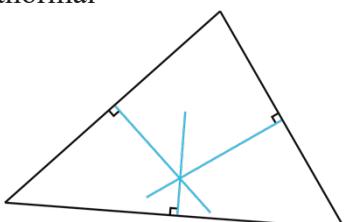
Højde



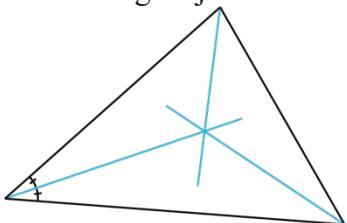
Median



Midtnormal



Vinkelhalveringslinje



En højde står vinkelret på trekantens side (eller dennes forlængelse) og går til den modstående vinkelspids.

Højderne skærer hinanden i samme punkt.

(18)

En median går fra midpunktet af en side til den modstående vinkelspids.

Medianerne skærer hinanden i samme punkt, der er trekantens tyngdepunkt. Skæringspunktet deler medianerne i forholdet 1:2.

(19)

En midtnormal står vinkelret på en side i sidens midtpunkt.

Midtnormalerne skærer hinanden i samme punkt, der er centrum for trekantens omskrevne cirkel.

(20)

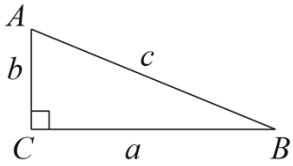
En vinkelhalveringslinje går fra en vinkelspids og deler vinklen i to lige store vinkler.

Vinkelhalveringslinjerne skærer hinanden i samme punkt, der er centrum for trekantens indskrevne cirkel.

(21)

## Retvinklet trekant

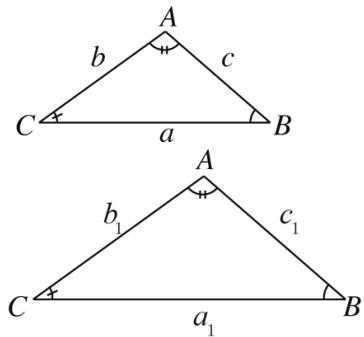
Pythagoras' sætning



$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (22)$$

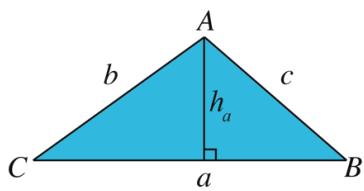
hvor  $a$  og  $b$  er kateter og  $c$  er hypotenusen

## Ligedannede/ensvinklede trekanter



$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} \quad (23)$$

## Areal ( $T$ ) af trekant



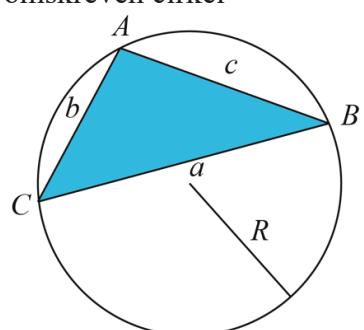
$$T = \frac{1}{2} \cdot h_a \cdot a \quad (24)$$

hvor  $h_a$  er højden på siden med længde  $a$

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C) \quad (25)$$

hvor  $C$  er vinklen mellem siderne med længder  $a$  og  $b$

Fra omskreven cirkel

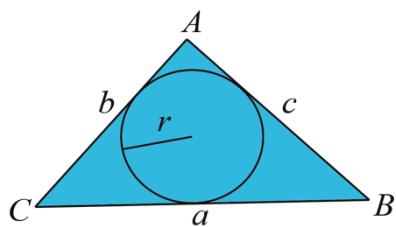


$$T = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot R} \quad (26)$$

hvor  $R$  er radius i den omskrevne cirkel og

$$R = \frac{a}{2 \cdot \sin(A)}$$

Fra indskrevne cirkel



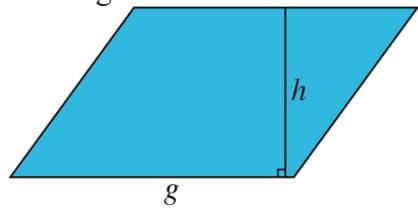
$$T = r \cdot s \quad (27)$$

hvor  $r$  er radius i den indskrevne cirkel og

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

## Areal ( $A$ ) af firkant

Parallelogram

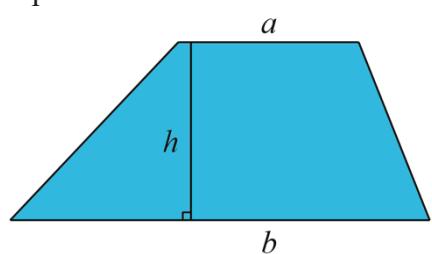


$$A = h \cdot g$$

hvor  $g$  er grundlinjen og  $h$  er højden

(28)

Trapez



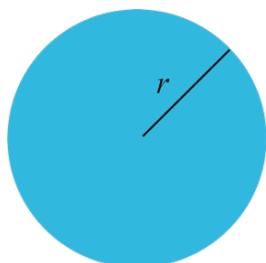
$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$$

hvor  $h$  er højden og  $a$  og  $b$  er længden af de parallelle sider

(29)

## Areal ( $A$ ) og omkreds ( $O$ ) af cirkel

Areal

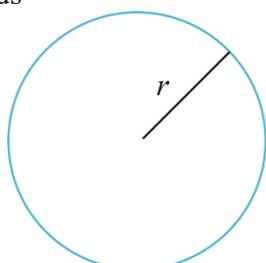


$$A = \pi \cdot r^2$$

hvor  $r$  er cirklens radius

(30)

Omkreds



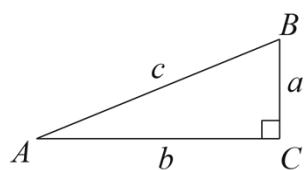
$$O = 2 \cdot \pi \cdot r$$

hvor  $r$  er cirklens radius

(31)

## Trigonometri

### Retvinklet trekant



$$\sin(A) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}} = \frac{a}{c}$$

(32)

$$\cos(A) = \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}} = \frac{b}{c}$$

(33)

$$\tan(A) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}} = \frac{a}{b}$$

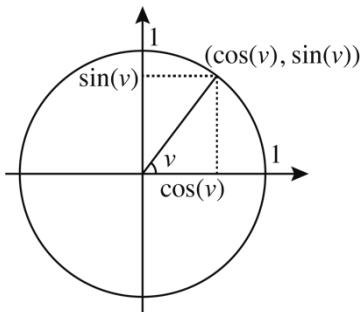
(34)

Udvalgte værdier af cosinus, sinus og tangens

Grader	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
Radianer	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—

(35)

## Enhedscirklen



$$\sin(v) = \sin(180^\circ - v) \quad (36)$$

$$\sin(v) = -\sin(-v) \quad (37)$$

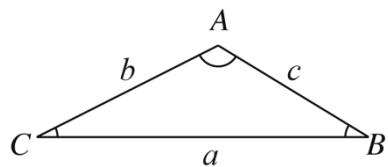
$$\cos(v) = -\cos(180^\circ - v) \quad (38)$$

$$\cos(v) = \cos(-v) \quad (39)$$

Grundrelationen

$$\sin(v)^2 + \cos(v)^2 = 1 \quad (40)$$

## Vilkårlig trekant



Sinusrelation

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)} \quad (41)$$

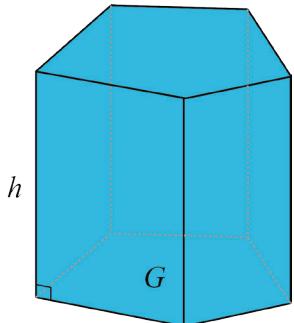
Cosinusrelation

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(A) \quad (42)$$

## Rumlige figurer

### Areal af krum overflade ( $A$ ) og volumen ( $V$ )

Prisme

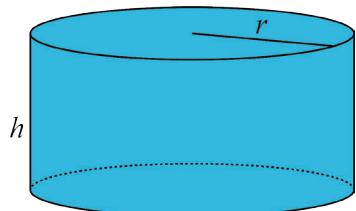


$$V = h \cdot G$$

(43)

hvor  $G$  er grundflade, og  $h$  er prismets højde

Cylinder



$$A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

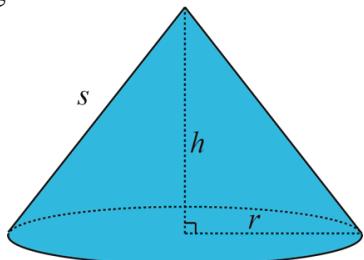
(44)

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

(45)

hvor  $r$  er radius, og  $h$  er cylinderens højde

Kegle



$$A = \pi \cdot r \cdot s$$

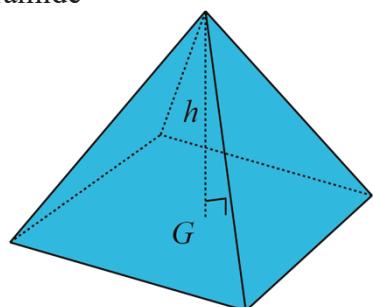
(46)

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

(47)

hvor  $r$  er radius, og  $h$  er keglens højde

Pyramide

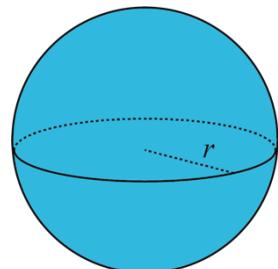


$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

(48)

hvor  $G$  er grundfladens areal, og  $h$  er pyramidens højde

Kugle



$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

(49)

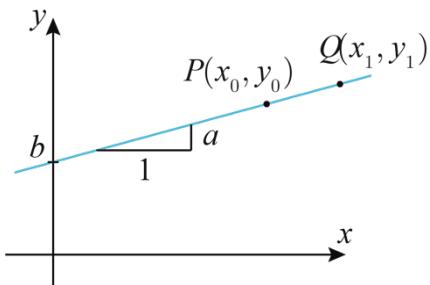
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

(50)

hvor  $r$  er kuglens radius

## Den rette linje

Linjens ligning



$$y = a \cdot x + b \quad (51)$$

hvor  $a$  er hældningskoefficienten, og  $b$  er skæring med  $y$ -aksen

$$y = a \cdot (x - x_0) + y_0 \quad (52)$$

hvor  $a$  er hældningskoefficienten, og  $P(x_0, y_0)$  er et punkt på linjen

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \quad (53)$$

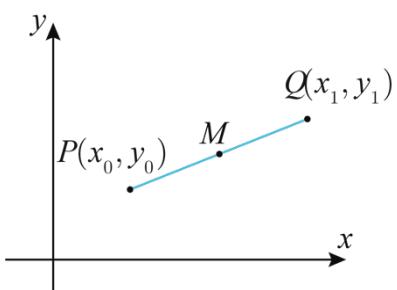
$$|PQ| = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} \quad (54)$$

$$M = \left( \frac{x_0 + x_1}{2}, \frac{y_0 + y_1}{2} \right) \quad (55)$$

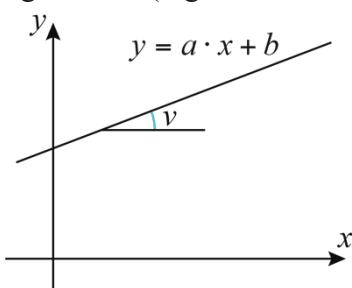
Hældningskoefficienten for linjen, gennem  $P(x_0, y_0)$  og  $Q(x_1, y_1)$

Afstanden mellem  $P(x_0, y_0)$  og  $Q(x_1, y_1)$

Midtpunkt  $M$  af linjestykket mellem  $P(x_0, y_0)$  og  $Q(x_1, y_1)$

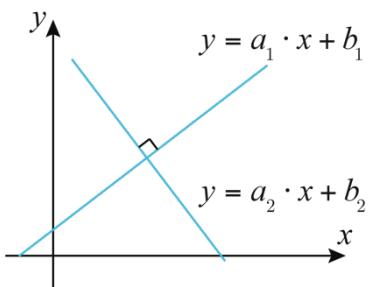


Hældningsvinkel  $v$  mellem linjen og vandret (regnet med fortegn)



$$\tan(v) = a \quad (56)$$

Ortogonale linjer



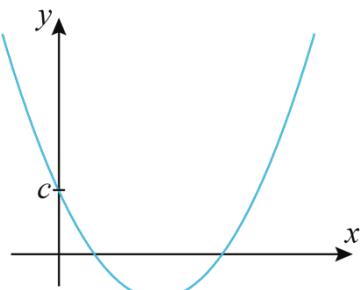
To linjer er ortogonale, hvis og kun hvis

$$a_1 \cdot a_2 = -1$$

hvor  $a_1$  og  $a_2$  er linjernes hældningskoefficienter

## Parabel og cirkel

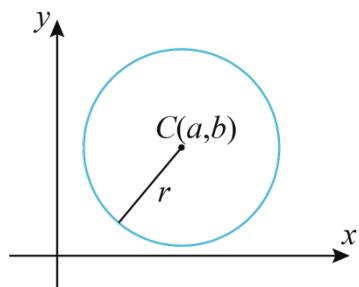
Parablens ligning



$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad (58)$$

hvor  $c$  er skæring med  $y$ -aksen

Cirklens ligning



$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \quad (59)$$

hvor  $C(a, b)$  er cirklens centrum, og  $r$  er radius

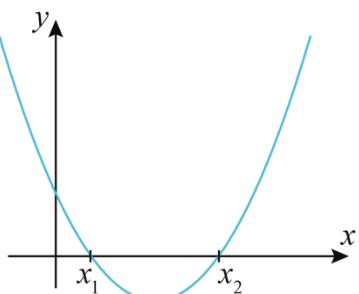
## Funktioner

### Polynomier

Lineær funktion/  
førstegradspolynomium

$$f(x) = a \cdot x + b \quad (60)$$

Andengradspolynomium



$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad (61)$$

Andengrads ligning

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \quad (62)$$

Løsninger:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2a} \text{ og } x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2a} \quad (63)$$

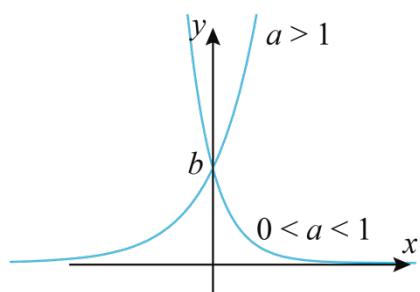
## Eksponentielle funktioner

Eksponentialfunktion

$$f(x) = a^x \text{ eller } f(x) = e^{kx} \quad (64)$$

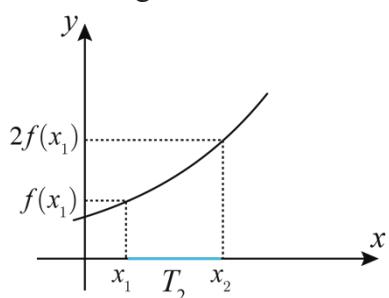
Eksponentielt voksende/aftagende funktion

$$f(x) = b \cdot a^x \quad (65)$$



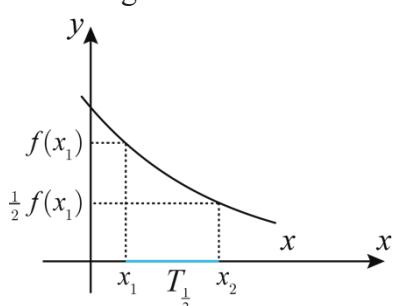
Fordoblingskonstant

$$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(a)} = \frac{\ln(2)}{\ln(a)} \quad (66)$$



Halveringskonstant

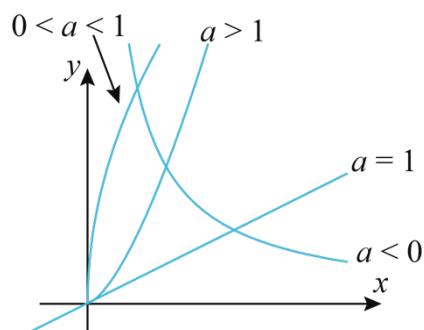
$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log(\frac{1}{2})}{\log(a)} = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{\ln(a)} \quad (67)$$



## Potensfunktioner

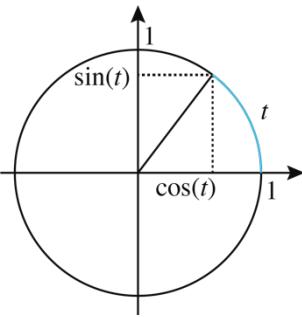
Potensfunktion

$$f(x) = b \cdot x^a \quad (68)$$



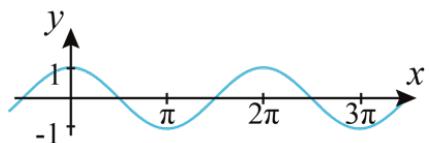
## Trigonometriske funktioner

Definition af funktionerne cosinus og sinus



(69)

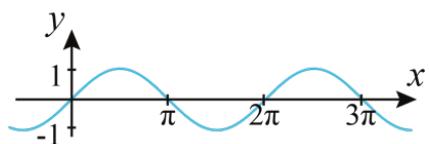
Cosinus



$$\cos(x) = \cos(x + 2\pi) \quad (70)$$

(70)

Sinus



$$\sin(x) = \sin(x + 2\pi) \quad (72)$$

(72)

$$\sin(-x) = -\sin(x) \quad (73)$$

(73)

## Differential- og integralregning

Differentialkvotienten  $f'(x_0)$  for funktionen  $f$  i tallet  $x_0$

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \quad (74)$$

(74)

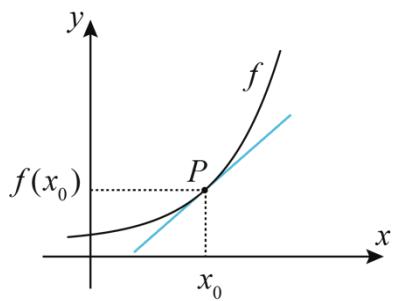
$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (75)$$

(75)

Ligning for tangenten  $t$  til grafen for  $f$  i  $P(x_0, f(x_0))$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) \quad (76)$$

(76)



Regneregler for differentiation

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x) \quad (77)$$

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \quad (78)$$

$$(k \cdot f)'(x) = k \cdot f'(x) \quad (79)$$

$$(f \circ g)'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \quad (80)$$

Regneregler for integration

Ubestemt integral

$$F(x) = \int f(x) dx + c \quad (81)$$

$$\int (f \pm g)(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx \quad (82)$$

$$\int (k \cdot f)(x) dx = k \cdot \int f(x) dx \quad (83)$$

Bestemt integral

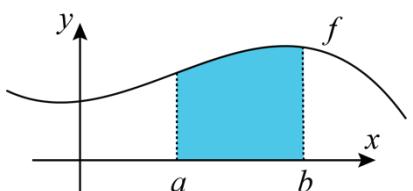
$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \quad (84)$$

$$\int_a^b (f \pm g)(x) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx \quad (85)$$

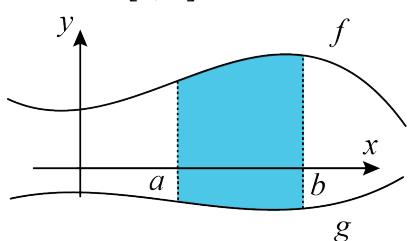
$$\int_a^b (k \cdot f)(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx \quad (86)$$

## Areal ( $A$ ) og kurvelængde ( $L$ )

Arealet under grafen for  $f$  i intervallet  $[a, b]$



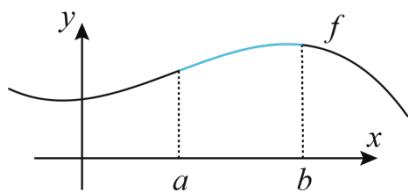
Arealet mellem graferne for  $f$  og  $g$  i intervallet  $[a, b]$



$$A = \int_a^b f(x) dx \quad (87)$$

$$A = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \quad (88)$$

Kurvelængden  $L$  af grafen for  $f$  i intervallet  $[a, b]$



$$L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

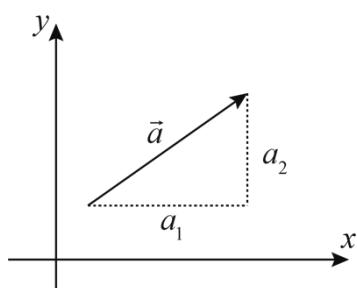
(89)

## Aflede funktioner og stamfunktioner

$f'(x)$	$f(x)$	$F(x)$	
0	$a$	$a \cdot x$	(90)
$n \cdot x^{n-1}$	$x^n$	$\frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1}$	(91)
$-\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$	$\frac{1}{x} = x^{-1}$	$\ln x $	(92)
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$	$x \cdot \ln(x) - x$	(93)
$e^x$	$e^x$	$e^x$	(94)
$k \cdot e^{k \cdot x}$	$e^{k \cdot x}$	$\frac{1}{k} \cdot e^{k \cdot x}$	(95)
$\ln(a) \cdot a^x$	$a^x$	$\frac{1}{\ln(a)} \cdot a^x$	(96)
$-\sin(x)$	$\cos(x)$	$\sin(x)$	(97)
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$-\cos(x)$	(98)

## Vektorer i planen

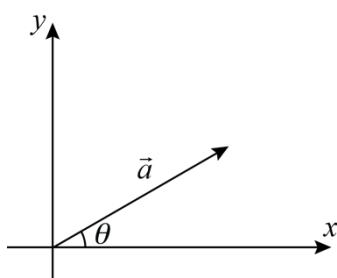
Kartesiske koordinater



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

(99)

Polære koordinater

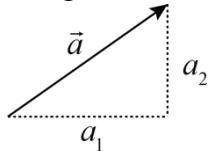


$$\vec{a} = (\|\vec{a}\|, \theta)$$

(100)

hvor  $\|\vec{a}\|$  er længden af vektoren  $\vec{a}$ , og  $\theta$  er vinklen fra vektoren til  $x$ -aksen målt i positiv omløbsretning.

Længde



$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

(101)

Retningsvinkel

$$\tan(\theta) = \frac{a_2}{a_1}$$

(102)

Vektorens kartesiske koordinater ud fra de polære koordinater

$$a_1 = \|\vec{a}\| \cdot \cos(\theta)$$

(103)

Enhedsvektor i  $\vec{a}$ 's retning

$$a_2 = \|\vec{a}\| \cdot \sin(\theta)$$

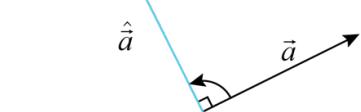
(104)

$$\hat{e}_{\vec{a}} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|}$$

Tværvektor

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$$

(105)



Skalarprodukt (prikprodukt)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

(106)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos(v)$$

(107)

hvor  $v$  er vinklen mellem vektorerne

(108)

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = \|\vec{a}\|^2$$

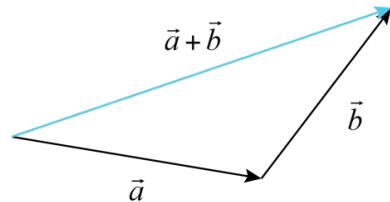
Ortogonal vektorer

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

(109)

To (egentlige) vektorer er ortogonale, hvis og kun hvis deres skalarprodukt er 0

Vektorsum

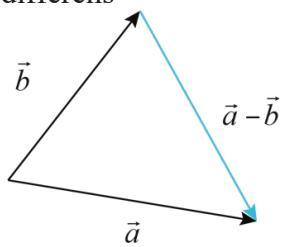


$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$$

(110)

$$\text{hvor } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

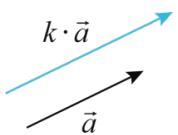
Vektordifferens



$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix} \quad (111)$$

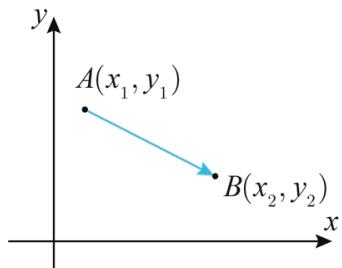
hvor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$  og  $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$

Vektor ganget med konstant



$$k \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix} \quad \text{hvor } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (112)$$

Vektor mellem to punkter  $A(x_1, y_1)$  og  $B(x_2, y_2)$



$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} \quad (113)$$

## Vektorer i rummet

Vektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad (114)$$

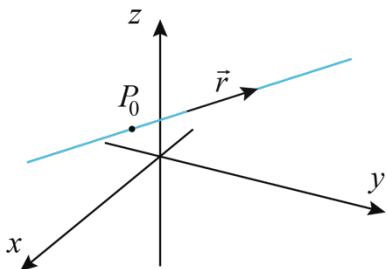
Vektors længde

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad (115)$$

Skalarprodukt (prikprodukt)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 \quad (116)$$

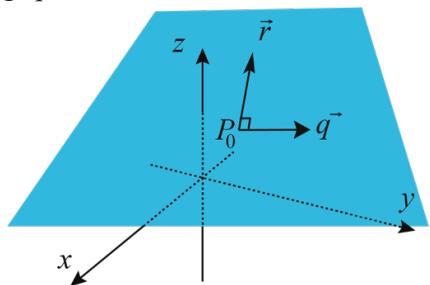
Parameterfremstilling for linje gennem  $P_0$  med retningsvektor  $\vec{r}$



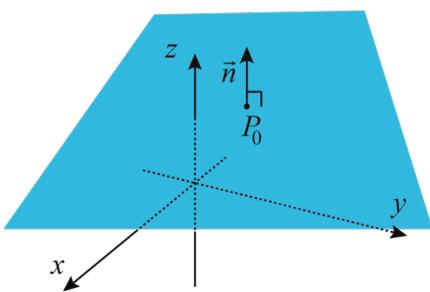
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} \quad (117)$$

hvor  $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$  og  $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$

Parameterfremstilling for plan gennem  $P_0$  med retningsvektorer  $\vec{r}$  og  $\vec{q}$



Ligning for plan gennem  $P_0$  med normalvektor  $\vec{n}$



$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (118)$$

$$\text{hvor } P_0 = (x_0, y_0, z_0), \vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$

$$a \cdot (x - x_0) + b \cdot (y - y_0) + c \cdot (z - z_0) = 0 \quad (119)$$

$$\text{hvor } P_0 = (x_0, y_0, z_0) \text{ og } \vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

## Differentialligninger

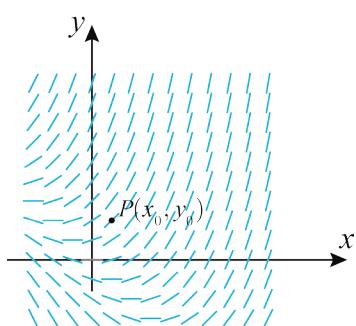
Linjeelement

$$(x_0, f(x_0); f'(x_0)) = (x_0, y_0; y'_0) = (x_0, y_0; a) \quad (120)$$

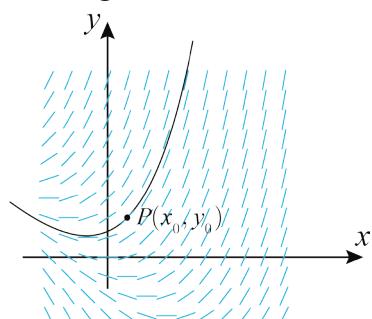
Retningsfelt/hældningsfelt

hvor  $a$  er tangentens hældning i punktet  $P(x_0, y_0)$

$$(121)$$



Løsningskurve



Grafen for løsningen til en differentialligning. (122)

En funktion er *løsning* til differentialligningen, hvis den ved indsættelse gør ligningen sand.

## Diskret matematik

Rekursionsligning

En rekursionsligning af første grad benyttes til at frembringe en følge af tal, hvor hvert nyt tal i rækken kan bestemmes ud fra det foregående:

$$y_{n+1} = f(y_n, n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (123)$$

Løsning af rekursionsligninger

Løsningen af en rekursionsligning er entydigt bestemt ved en begyndelsesbetingelse:  
Rekursionsligningen

$$y_{n+1} = f(y_n, n)$$

har netop én løsning, der opfylder

$$y_0 = s, \quad \text{hvor } s \text{ er en konstant.}$$

(124)

Samtlige løsninger til den homogene  
rekursionsligning

$$y_{n+1} = a \cdot y_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

er givet ved talfølgen

$$y_n = k \cdot a^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

hvor  $k$  er en konstant.

(125)

Newton's metode til bestemmelse af  
nulpunkter for en differentiabel  
funktion  $f$

Talfølgen  $x_n, n = 0, 1, 2, \dots$

defineret ved rekursionsligningen

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

hvor  $x_0$  er et startgæt på et nulpunkt, kan benyttes til bestemmelse af funktionens nulpunkter.

(126)

## Statistik

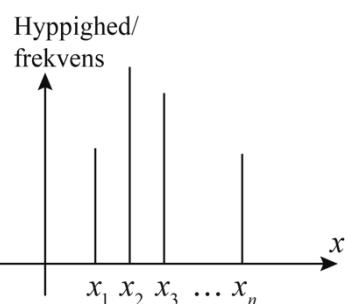
### Ikke-grupperede observationer

Observationssæt

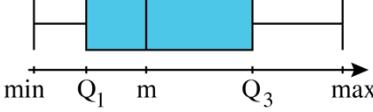
$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

(127)

Stolpediagram/pindediagram



(128)

Gennemsnit $\bar{x}$ for observationssæt	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$	(129)
Variationsbredde	$max - min$ <p>hvor <math>min</math> er den mindste observation og <math>max</math> er den største.</p>	(130)
Typetal	Den/de oftest forekommende observation(er)	(131)
Median $m$	Midterste observationsværdi, når antallet af observationer er ulige, ellers tallet midt imellem de to midterste observationer.	(132)
Nedre kvartil $Q_1$	Medianen for den nederste halvdel af observationerne.	(133)
Øvre kvartil $Q_3$	Medianen for den øverste halvdel af observationerne.	(134)
Kvartilbredde	$Q_3 - Q_1$	(135)
Kvartilsæt	$(Q_1, m, Q_3)$	(136)
Udvidet kvartilsæt	$(min, Q_1, m, Q_3, max)$	(137)
Boksplot		(138)

