



MINISTERIET FOR
BØRN, UNDERVISNING
OG LIGESTILLING
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematisk formelsamling

stx
B-niveau

maj 2018

Denne udgave af Matematisk formelsamling
stx B-niveau er udgivet af Undervisningsministeriet
og gjort tilgængelig på uvm.dk.

Formelsamlingen er udarbejdet i et samarbejde
mellem Matematiklærerforeningen
og Undervisningsministeriet, Styrelsen for
Undervisning og Kvalitet, maj 2018

Kopiering til andet end personlig brug må kun
ske efter aftale med Copy-Dan.

ISBN:
978-87-603-3165-7

Forfattere: Gert Schomacker, Jesper Bang-Jensen,
Bodil Bruun og Jørgen Dejgaard
rettet version

Forord:

”Matematisk formelsamling stx B” er udarbejdet til brug for eksaminanderne ved den skriftlige prøve og i undervisningen på stx i matematik på B-niveau.

Formelsamlingen indeholder de emner, der forekommer i læreplanen for matematik på B-niveau på stx inden for både kernestof og supplerende stof.

For overblikkets skyld er medtaget formler for areal og rumfang af en række elementærgeometriske figurer.

Endvidere indeholder formelsamlingen en liste over matematiske standardsymboler.

Hensigten hermed er dels at give eleverne et hurtigt overblik, dels at bidrage til, at undervisere og forfattere af undervisningsmaterialer kan anvende ensartet notation, symbolsprog og terminologi. Listen over matematiske standardsymboler går derfor ud over kernestoffet, men holder sig dog inden for det matematiske univers i gymnasiet og på hf.

En række af formlerne i formelsamlingen er kun anvendelige under visse forudsætninger (fx at nævneren i en brøk er forskellig fra 0). Sådanne forudsætninger er af hensyn til overskueligheden ikke eksplicit nævnt.

Figureerne er medtaget som illustration til formlerne, og den enkelte figur anskueliggør ofte ét blandt flere mulige tilfælde.

Betydningen af de størrelser, der indgår i formlerne, er ikke altid forklaret, men vil dog være det i tilfælde, hvor betydningen ikke følger umiddelbart af skik og brug i den matematiske litteratur.

Birte Iversen

Undervisningsministeriet,
Styrelsen for Undervisning og Kvalitet,
Kontor for Prøver, Eksamen og Test
Maj 2018

Indhold

Procent- og rentesregning	5
Indekstal	5
Proportionalitet	6
Brøkregler	6
Kvadratsætninger	7
Potensregneregler	7
Ensvinklede trekanter	8
Retvinklet trekant	8
Vilkårlig trekant	9
Vektorer i planen	10
Linjer, cirkler og parabler	13
Lineære funktioner	17
Andengradspolynomier	17
Logaritmefunktioner	18
Ekspontielt voksende funktioner	19
Ekspontielt aftagende funktioner	20
Potensfunktioner	21
Trigonometriske funktioner	22
Differentialregning	23
Afledede funktioner	24
Grupperede observationer	25
Ugrupperede observationer	26
Lineær regression	28
Kombinatorik	29
Sandsynlighedsregning	30
Binomialfordeling	31
Pascals trekant	33
Multiplikationstabel	34
Areal og omkreds, rumfang og overflade	35
Matematiske standardsymboler	36
Stikordsregister	42

Procent- og rentesregning

Begyndelsesværdi B
Slutværdi S

$$(1) \quad S = B \cdot (1 + r)$$

Vækstrate r

$$(2) \quad r = \frac{S}{B} - 1$$

Procentvis ændring p

$$(3) \quad p\% = r \cdot 100\%$$

Kapitalformel
Startkapital K_0
Rente $p\%$ pr. termin
Kapital K efter n terminer

$$(4) \quad K = K_0 \cdot (1 + r)^n, \text{ hvor } r = \frac{p}{100}$$

Annuitetsopsparing
Terminsindbetaling b
Rentefod r
Antal indbetalinger n
Kapital A efter sidste indbetaling

$$(5) \quad A = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Annuitetslån
Hovedstol G
Rentefod r
Antal terminsydelser n
Terminsydelse y

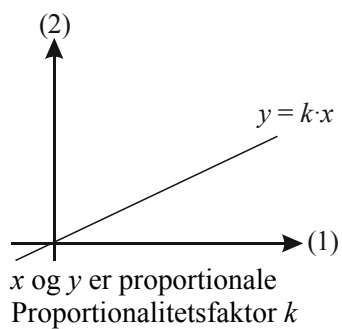
$$(6) \quad y = G \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

Indekstal

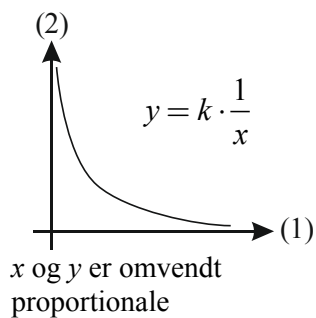
Værdi	B	S
Indekstal	I_B	I_S

$$(7) \quad I_S = \frac{S}{B} \cdot I_B \quad S = \frac{I_S}{I_B} \cdot B$$

Proportionalitet



$$(8) \quad y = k \cdot x \quad \frac{y}{x} = k$$



$$(9) \quad y = k \cdot \frac{1}{x} \quad x \cdot y = k$$

Brøkregler

$$(10) \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$(11) \quad \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \cdot c}{b}$$

$$(12) \quad \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

$$(13) \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$(14) \quad \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}}{e} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d \cdot e}$$

Kvadratsætninger

$$(15) \quad (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot b$$

$$(16) \quad (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b$$

$$(17) \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Potensregneregler

$$(18) \quad a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$(19) \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$(20) \quad (a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$(21) \quad (a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$(22) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

$$(23) \quad a^0 = 1$$

$$(24) \quad a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

$$(25) \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$(26) \quad \sqrt[r]{a} = a^{\frac{1}{r}}$$

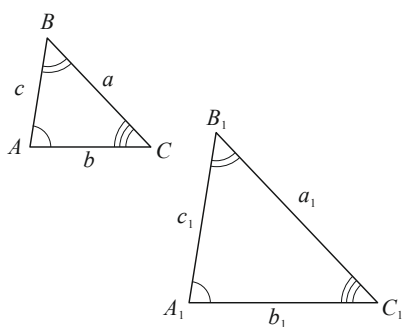
$$(27) \quad \sqrt[s]{a^r} = a^{\frac{r}{s}}$$

$$(28) \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$(29) \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$(30) \quad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

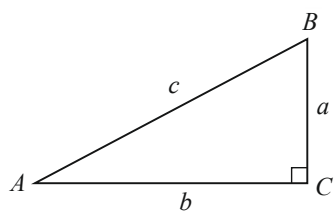
Ensvinklede trekanter



$$(31) \quad \frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c} = k$$

$$(32) \quad \begin{aligned} a_1 &= k \cdot a \\ b_1 &= k \cdot b \\ c_1 &= k \cdot c \end{aligned}$$

Retvinklet trekant



Pythagoras' sætning

$$(33) \quad c^2 = a^2 + b^2$$

cosinus

$$(34) \quad \cos(A) = \frac{b}{c}$$

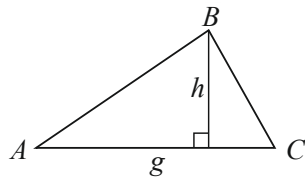
sinus

$$(35) \quad \sin(A) = \frac{a}{c}$$

tangens

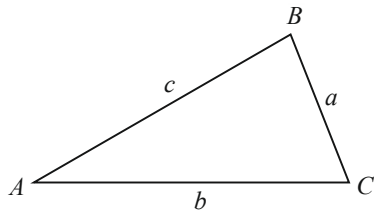
$$(36) \quad \tan(A) = \frac{a}{b}$$

Vilkårlig trekant



Trekantens vinkelsum (37) $A + B + C = 180^\circ$

Trekantens areal T (38) $T = \frac{1}{2}h \cdot g$

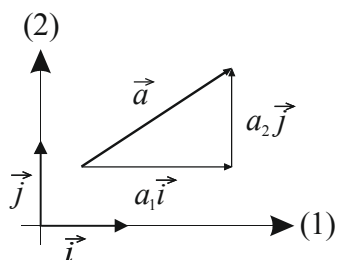


cosinusrelation (39) $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos(C)$

sinusrelation (40) $\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$

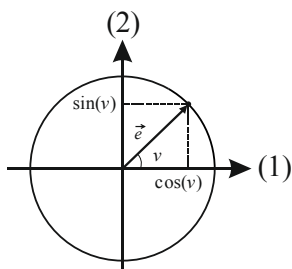
Trekantens areal T (41) $T = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin(C)$

Vektorer i planen



Koordinatsættet for vektor \vec{a}
hvor $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$

$$(42) \quad \vec{a} = a_1 \cdot \vec{i} + a_2 \cdot \vec{j} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

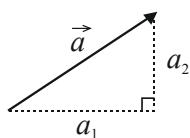


Enhedsvektor

$$(43) \quad \vec{e} = \begin{pmatrix} \cos(v) \\ \sin(v) \end{pmatrix}$$

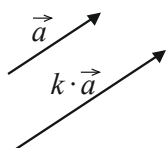
Enhedsvektor \vec{e} ensrettet med \vec{a}

$$(44) \quad \vec{e} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$



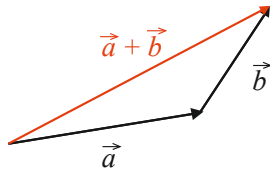
Længden af vektor \vec{a}

$$(45) \quad |\vec{a}| = \left| \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$



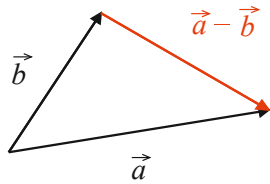
Multiplikation af vektor \vec{a}
med tallet k

$$(46) \quad k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix}$$



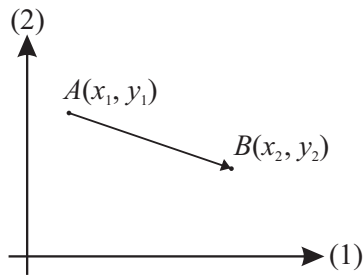
Summen af to vektorer

$$(47) \quad \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$$



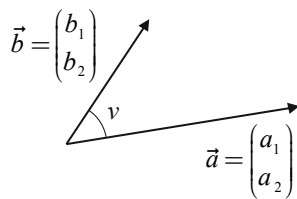
Differensen mellem to vektorer

$$(48) \quad \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$$



Koordinatsættet for vektor \overrightarrow{AB}

$$(49) \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix}$$



Skalarproduktet (prikproduktet) af \vec{a} og \vec{b}

$$(50) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

$$(51) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(v)$$

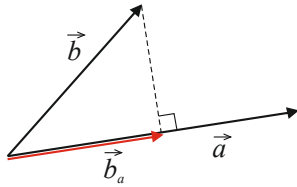
$$(52) \quad \cos(v) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Ortogonale vektorer

$$(53) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

Kvadratet på en vektor

$$(54) \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

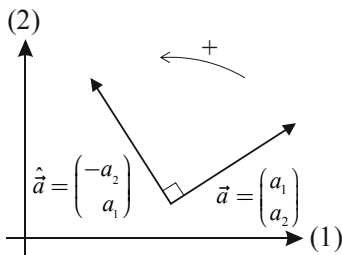


Projektionen af \vec{b} på \vec{a}

$$(55) \quad \vec{b}_a = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \cdot \vec{a}$$

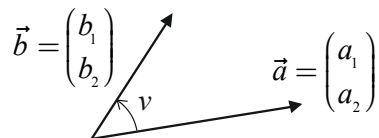
Længden af projektionen

$$(56) \quad |\vec{b}_a| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}|}$$



Tværvektoren til \vec{a}

$$(57) \quad \hat{\vec{a}} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$$



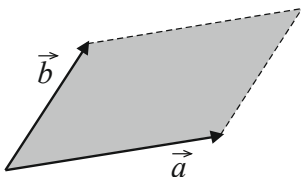
Determinanten for vektorparret (\vec{a}, \vec{b})

$$(58) \quad \det(\vec{a}, \vec{b}) = \hat{\vec{a}} \cdot \vec{b} = a_1 b_2 - a_2 b_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$(59) \quad \det(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(v)$$

Parallele vektorer

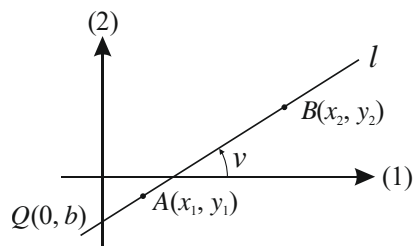
$$(60) \quad \det(\vec{a}, \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$$



Arealet af det parallelogram, som udspændes af \vec{a} og \vec{b}

$$(61) \quad A = |\det(\vec{a}, \vec{b})|$$

Linjer, cirkler og parabler



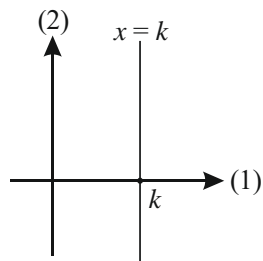
Ligning for linjen l gennem $Q(0, b)$ med hældningskoefficient a (62) $y = a \cdot x + b$

Hældningskoefficient (stigningstal) a for linjen l gennem $A(x_1, y_1)$ og $B(x_2, y_2)$ (63) $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

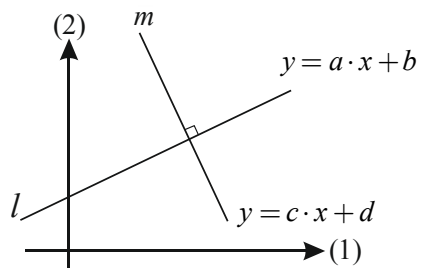
Skæring med y -aksen (64) $b = y_1 - a \cdot x_1$

Ligning for linjen l gennem $A(x_1, y_1)$ med hældningskoefficient a (65) $y = a \cdot (x - x_1) + y_1$

Hældningsvinklen v er vinklen fra førsteaksen til l regnet med fortegn (66) $a = \tan(v)$

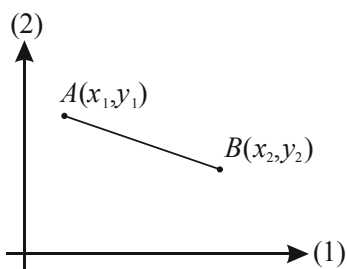


Ligning for lodret linje (67) $x = k$



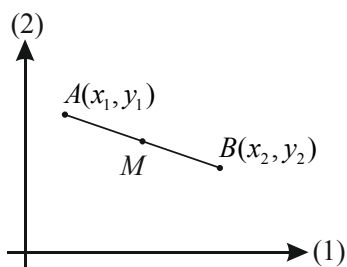
Orthogonale linjer l og m

$$(68) \quad l \perp m \Leftrightarrow a \cdot c = -1$$



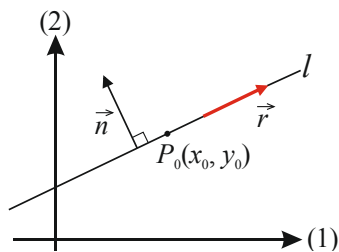
Afstand $|AB|$ mellem to punkter $A(x_1, y_1)$ og $B(x_2, y_2)$

$$(69) \quad |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



Midtpunkt M for linjestykke AB

$$(70) \quad M \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$



Ligning for linjen l gennem P_0 med normalvektor

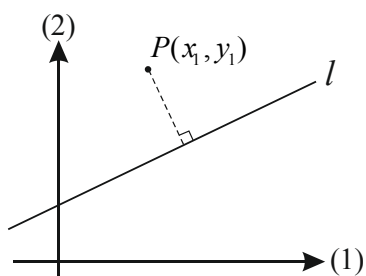
$$\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Parameterfremstilling for linjen l gennem P_0 med

$$\text{retningsvektor } \vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$$

$$(71) \quad a \cdot (x - x_0) + b \cdot (y - y_0) = 0$$

$$(72) \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$$

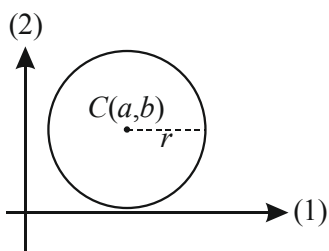


Afstand $\text{dist}(P, l)$ fra punktet $P(x_1, y_1)$ til linjen l med ligningen $y = a \cdot x + b$

$$(73) \quad \text{dist}(P, l) = \frac{|a \cdot x_1 + b - y_1|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

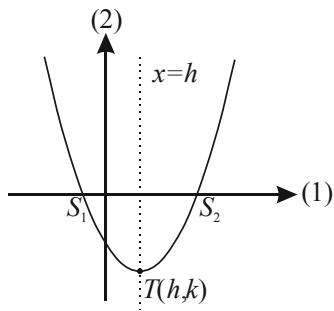
Afstand $\text{dist}(P, l)$ fra punktet $P(x_1, y_1)$ til linjen l med ligningen $a \cdot x + b \cdot y + c = 0$

$$(74) \quad \text{dist}(P, l) = \frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



Ligning for cirkel med centrum i $C(a, b)$ og radius r

$$(75) \quad (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$



Ligning for parabel med symmetriakse parallel med andenaksen

$$(76) \quad y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c = a \cdot (x - h)^2 + k$$

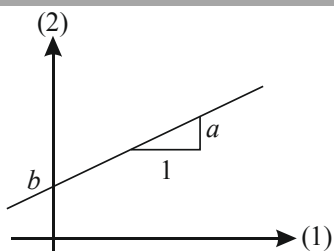
Toppunkt T

$$(77) \quad T(h, k) = T\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-d}{4a}\right), \quad d = b^2 - 4ac$$

Skæringspunkter S_1 og S_2 med førsteaksen

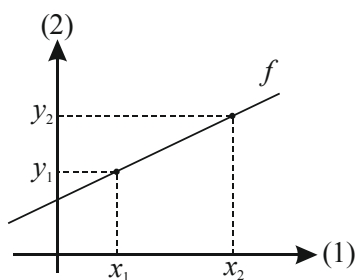
$$(78) \quad S_1\left(\frac{-b - \sqrt{d}}{2a}, 0\right), \quad S_2\left(\frac{-b + \sqrt{d}}{2a}, 0\right)$$

Lineære funktioner



Førstegradspolynomium,
lineær funktion f

$$(79) \quad f(x) = a \cdot x + b$$



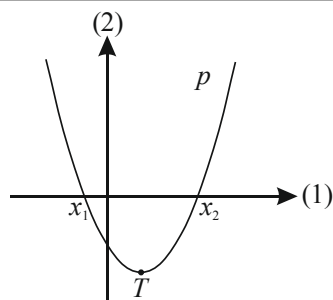
Hældningskoefficienten a
(stigningstallet)
ud fra to punkter på grafen
 (x_1, y_1) og (x_2, y_2)

$$(80) \quad a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Skæring med y -aksen

$$(81) \quad b = y_1 - a \cdot x_1$$

Andengradspolynomier



Andengradspolynomium p med
nulpunkterne (rødder) x_1 og x_2

$$(82) \quad p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$= a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Nulpunkter (rødder) i p

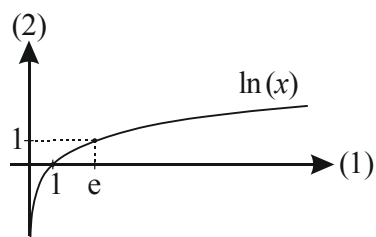
$$(83) \quad x_1 = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a},$$

hvor $d = b^2 - 4ac$

Toppunkt T

$$(84) \quad T\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-d}{4a}\right)$$

Logaritmefunktioner



Grafen for den naturlige
logaritmefunktion

$$(85) \quad \ln(x) \rightarrow -\infty \quad \text{for } x \rightarrow 0$$

$$(86) \quad \ln(x) \rightarrow \infty \quad \text{for } x \rightarrow \infty$$

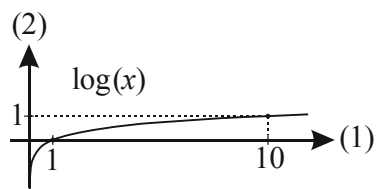
$$(87) \quad y = \ln(x) \Leftrightarrow x = e^y$$

$$(88) \quad \ln(e) = 1$$

$$(89) \quad \ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$(90) \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$(91) \quad \ln(a^r) = r \cdot \ln(a)$$



Grafen for logaritme-
funktionen med grundtal 10

$$(92) \quad \log(x) \rightarrow -\infty \quad \text{for } x \rightarrow 0$$

$$(93) \quad \log(x) \rightarrow \infty \quad \text{for } x \rightarrow \infty$$

$$(94) \quad y = \log(x) \Leftrightarrow x = 10^y$$

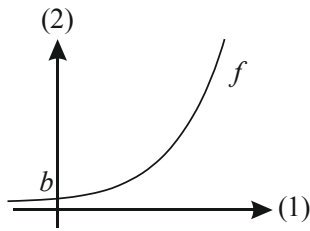
$$(95) \quad \log(10) = 1$$

$$(96) \quad \log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$$

$$(97) \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

$$(98) \quad \log(a^r) = r \cdot \log(a)$$

Ekspontielt voksende funktioner



Grafen for en eksponentielt voksende funktion f

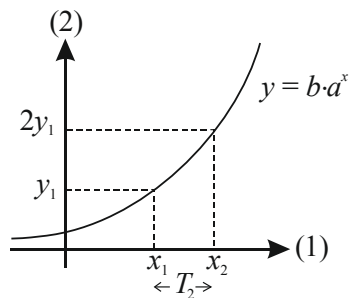
$$a > 1$$

vækstraten $r > 0$

$$k > 0$$

Fremskrivningsfaktoren a ud fra to punkter på grafen (x_1, y_1) og (x_2, y_2)

Skæring med y-aksen



Fordoblingskonstanten T_2

$$\begin{aligned} (99) \quad f(x) &= b \cdot a^x \\ &= b \cdot (1+r)^x \\ &= b \cdot e^{k \cdot x}, \text{ hvor } k = \ln(a) \end{aligned}$$

$$(100) \quad f(x) \rightarrow \infty \quad \text{for } x \rightarrow \infty$$

$$(101) \quad f(x) \rightarrow 0 \quad \text{for } x \rightarrow -\infty$$

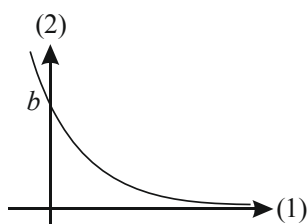
$$(102) \quad a = \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}} = \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^{\frac{1}{x_2 - x_1}}$$

$$(103) \quad b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$

$$(104) \quad T_2 = x_2 - x_1$$

$$(105) \quad T_2 = \frac{\log(2)}{\log(a)} = \frac{\ln(2)}{\ln(a)} = \frac{\ln(2)}{k}$$

Ekspontielt aftagende funktioner



Grafen for en eksponentielt aftagende funktion f
 $0 < a < 1$
 vækstraten $r < 0$
 $k < 0$

$$(106) \quad \begin{aligned} f(x) &= b \cdot a^x \\ &= b \cdot (1+r)^x \\ &= b \cdot e^{k \cdot x}, \text{ hvor } k = \ln(a) \end{aligned}$$

$$(107) \quad f(x) \rightarrow 0 \quad \text{for } x \rightarrow \infty$$

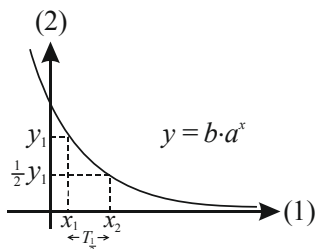
$$(108) \quad f(x) \rightarrow \infty \quad \text{for } x \rightarrow -\infty$$

Fremskrivningsfaktoren a
 ud fra to punkter på grafen
 (x_1, y_1) og (x_2, y_2)

$$(109) \quad a = \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}} = \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^{\frac{1}{x_2 - x_1}}$$

Skæring med y -aksen

$$(110) \quad b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$



Halveringskonstanten $T_{\frac{1}{2}}$

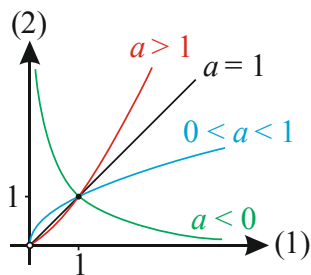
$$(111) \quad T_{\frac{1}{2}} = x_2 - x_1$$

$$(112) \quad T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log(\frac{1}{2})}{\log(a)} = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{\ln(a)} = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{k}$$

Potensfunktioner

Potensfunktion

$$(113) \quad f(x) = b \cdot x^a$$



Grafer for $f(x) = x^a$

Bestemmelse af tallet a
ud fra to punkter på grafen
 (x_1, y_1) og (x_2, y_2)

$$(114) \quad a = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)} = \frac{\ln(y_2) - \ln(y_1)}{\ln(x_2) - \ln(x_1)}$$

$$(115) \quad b = \frac{y_1}{x_1^a}$$

Når x ganges med tallet $1+r_x$,
så ganges $f(x)$ med tallet $1+r_y$

$$(116) \quad 1+r_y = (1+r_x)^a$$

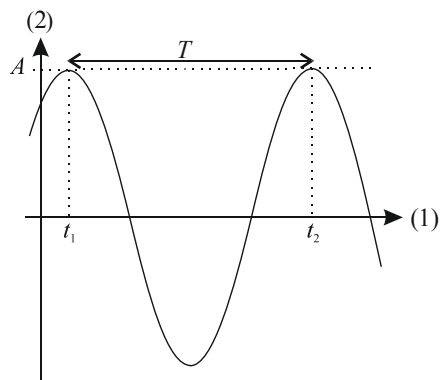
Når x ganges med tallet k ,
så ganges $f(x)$ med tallet k^a

$$(117) \quad f(k \cdot x) = k^a \cdot f(x)$$

Trigonometriske funktioner

Harmonisk svingning f

$$(118) \quad f(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$



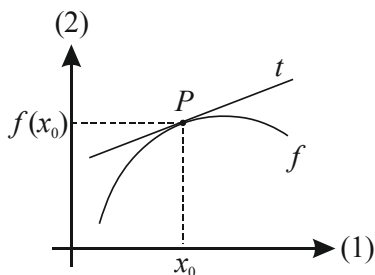
Graf for harmonisk svingning f
med amplitude A og periode
(svingningstid) T

$$(119) \quad T = t_2 - t_1 = \frac{2\pi}{\omega}$$

Differentialregning

Differentialkvotienten $f'(x_0)$
for funktionen f i tallet x_0

$$(120) \quad f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$



Ligning for tangenten t til
grafen for f i $P(x_0, f(x_0))$

$$(121) \quad y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) \\ \text{eller} \\ y = a \cdot x + b \\ \text{hvor } a = f'(x_0) \text{ og } b = y_0 - a \cdot x_0$$

Regneregler for differentiation

$$(122) \quad (k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$$

$$(123) \quad (f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(124) \quad (f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$$

$$(125) \quad (f(x) \cdot g(x))' = \\ f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

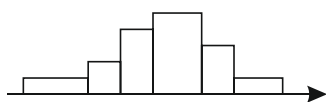
$$(126) \quad (f(a \cdot x + b))' = a \cdot f'(a \cdot x + b)$$

Afledede funktioner

		Funktion	Afledet funktion
		$y = f(x)$	$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$
Lineær funktion	(127)	$a \cdot x + b$	a
	(128)	k	0
Logaritmefunktion	(129)	$\ln(x)$	$\frac{1}{x} = x^{-1}$
Eksponentialfunktioner	(130)	e^x	e^x
	(131)	e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$
	(132)	a^x	$a^x \cdot \ln(a)$
Potensfunktioner	(133)	x^a	$a \cdot x^{a-1}$
	(134)	$\frac{1}{x} = x^{-1}$	$-\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$
	(135)	$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$
Trigonometriske funktioner	(136)	$\cos(x)$	$-\sin(x)$
	(137)	$\sin(x)$	$\cos(x)$

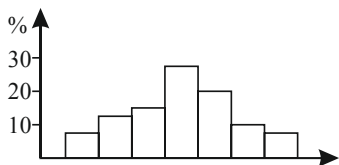
Grupperede observationer

□ 10%



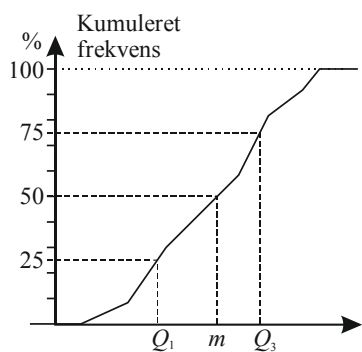
Histogram

(138) Arealet af en blok svarer til intervallets frekvens



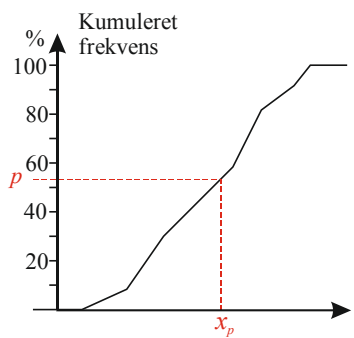
Histogram med *ens* intervallængder

(139) Højden af en blok svarer til intervallets frekvens



Sumkurve

(140) Q_1 : nedre kvartil, 25% -fraktilen
 m : median, 50% -fraktilen
 Q_3 : øvre kvartil, 75% -fraktilen
 x_p : $p\%$ -fraktilen

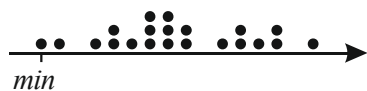


Ugrupperede observationer



Prikdiagram

(141) Observationerne afsat på en tallinje



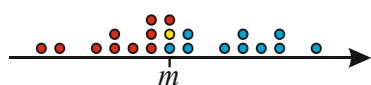
(142) min : mindste observation



(143) max : største observation

Variationsbredde

(144) $max - min$



(145) m : median
(midterste observation, når antallet af observationer er ulige, ellers tallet midt mellem de to midterste observationer)



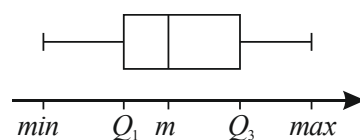
(146) Q_1 : nedre kvartil
(medianen for den nederste halvdel af observationerne)



(147) Q_3 : øvre kvartil
(medianen for den øverste halvdel af observationerne)

Kvartilbredde

(148) $Q_3 - Q_1$



(149) Boksplot, kassediagram
(boksens højde er uden betydning)

Kvartilsæt

(150) (Q_1, m, Q_3)

Udvidet kvartilsæt

(151) (min, Q_1, m, Q_3, max)

Outlier

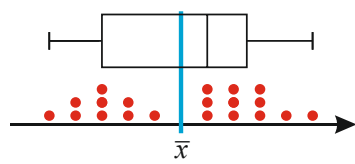
(152) Observation, der ligger mere end halvanden kvartilbredde under nedre kvartil eller mere end halvanden kvartilbredde over øvre kvartil

Middeltal \bar{x} for observations-sættet x_1, x_2, \dots, x_n

$$(153) \quad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

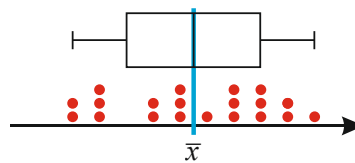
Spredning af en stikprøve x_1, x_2, \dots, x_n fra en population

$$(154) \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \\ = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$



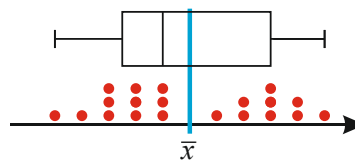
Venstreskæv fordeling

(155) Middeltal mindre end medianen $\bar{x} < m$



Ikke-skæv fordeling

(156) Middeltal lig med medianen $\bar{x} = m$



Højreskæv fordeling

(157) Middeltal større end medianen $\bar{x} > m$

Lineær regression

Tabel med observerede data

(158)

x	x_1	x_2	x_3	\dots	x_n
y	y_1	y_2	y_3	\dots	y_n

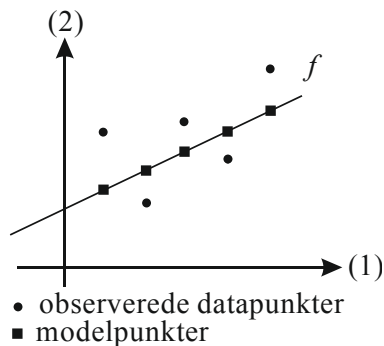
Regressionslinje

(159)

Bedste rette linje, graf for
 $f(x) = a \cdot x + b$

Punktplot og bedste rette linje

(160)



Residual

(161)

Forskel mellem observeret y -værdi og tilsvarende y -værdi i model

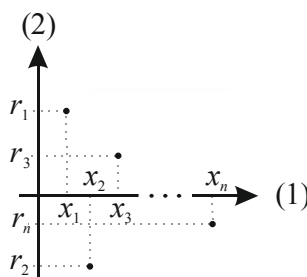
Residualtabel

(162)

x	x_1	x_2	\dots	x_n
Residual	$r_1 = y_1 - f(x_1)$	$r_2 = y_2 - f(x_2)$	\dots	$r_n = y_n - f(x_n)$

Residualplot

(163)



Residualspredning

(164)

$$s = \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_n^2}{n - 2}}$$

Kombinatorik

Multiplikationsprincip

Antal mulige måder at vælge både ét element fra N og et element fra M , hvor N består af n elementer og M består af m elementer

$$(165) \quad n \cdot m$$

Additionsprincip

Antal mulige måder at vælge enten ét element fra N eller ét element fra M , hvor N består af n elementer og M består af m elementer

$$(166) \quad n + m$$

Fakultet

$$(167) \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

Permutationer

Antal muligheder for udvælgelse af r elementer blandt n elementer, når rækkefølgen har betydning

$$(168) \quad P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Kombinationer

Antal muligheder for udvælgelse af r elementer blandt n elementer, når rækkefølgen ikke har betydning

$$(169) \quad K(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Sandsynlighedsregning

Sandsynlighedsfelt med udfaldsrum U og sandsynligheder p (170) (U, p)

Udfaldsrum U med n udfald (171) Mængden af alle udfald $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$

Summen af alle sandsynligheder (172) $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$

Sandsynlighedstabel (173)

Udfald	u_1	u_2	u_3	...	u_n
Sandsynlighed	p_1	p_2	p_3	...	p_n

Hændelse A med k udfald fra U (174) Mængde af k udfald fra U

Sandsynlighed for hændelse A (175) Summen af de k udfalds sandsynligheder

Symmetrisk sandsynlighedsfelt

Alle sandsynligheder er lige store (176) $p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_n = \frac{1}{n}$

Sandsynlighed for udvælgelse af et element fra A (177) $P(A) = \frac{k}{n} = \frac{\text{antal gunstige}}{\text{antal mulige}}$

Sandsynlighed ved kombination af uafhængige hændelser A og B (178) $P(\text{både } A \text{ og } B) = P(A) \cdot P(B)$

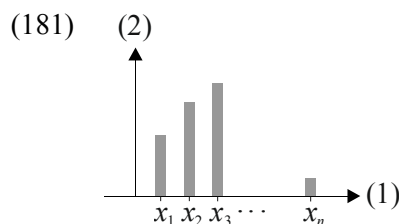
Sandsynlighed ved kombination af hændelser A og B , som ikke har noget fælles udfald (179) $P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B)$

Sandsynlighedsfordelings-
tabel for en stokastisk
variabel X

(180)

x_i	x_1	x_2	x_3	\dots	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	\dots	p_n

Søjlediagram.
Højde af søjle svarer til
sandsynlighed af udfald



Middelværdi af en stokastisk
variabel X

(182)

$$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$= x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + \dots + x_n \cdot p_n$$

Varians af en stokastisk
variabel X

(183)

$$\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

$$= (x_1 - \mu)^2 \cdot p_1 + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot p_n$$

Spredning af en stokastisk
variabel X

(184)

$$\sigma = \sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

Binomialfordeling

Binomialfordelt stokastisk
variabel X med
antalsparameter n og
sandsynlighedsparameter p

(185)

$$X \sim b(n, p)$$

Binomialkoefficient $K(n, r)$

(186)

$$K(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

(187)

$$K(n, r) = K(n, n-r)$$

Sandsynlighedsfunktion for
binomialfordelt stokastisk
variabel X

(188)

$$P(X = r) = K(n, r) \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}$$

Middelværdi μ

(189)

$$\mu = n \cdot p$$

Spredning σ

(190)

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

Statistisk usikkerhed i stikprøver

Antal elementer i stikprøven n

95% konfidensinterval for
populationens
sandsynlighedsparameter p
estimeret ud fra
stikprøveandelen \hat{p}

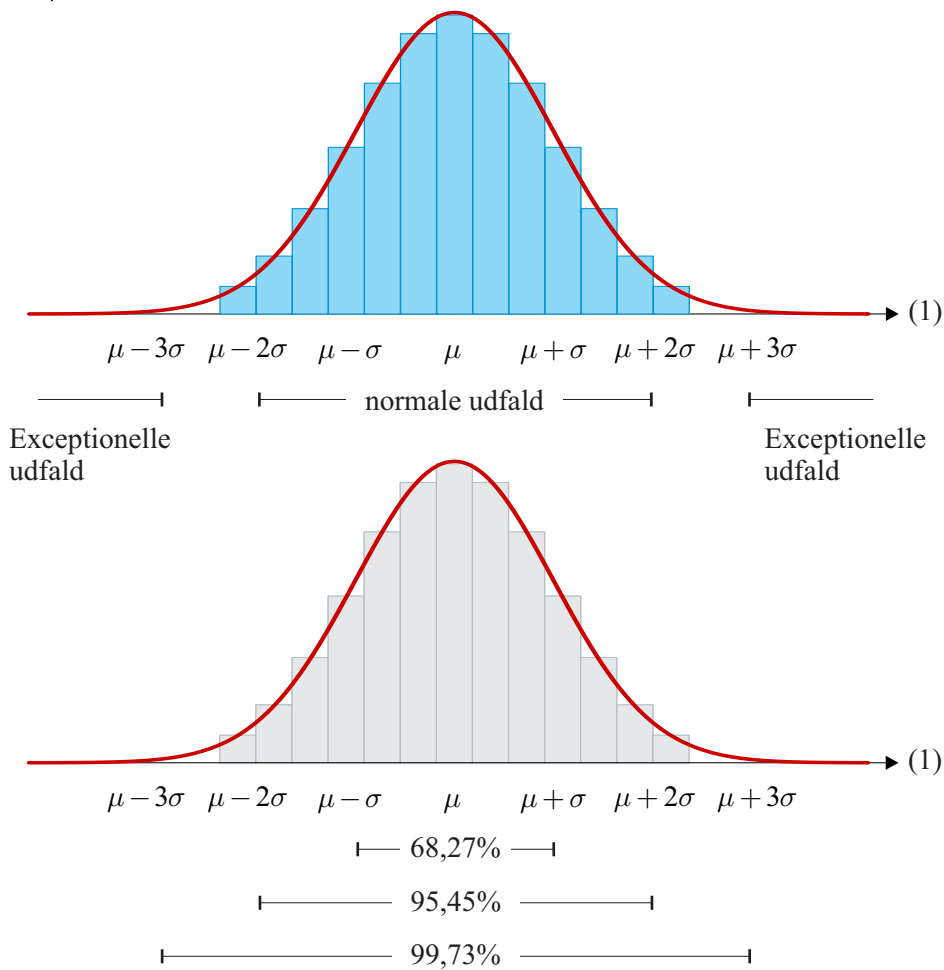
$$(191) \left[\hat{p} - 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}; \hat{p} + 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} \right]$$

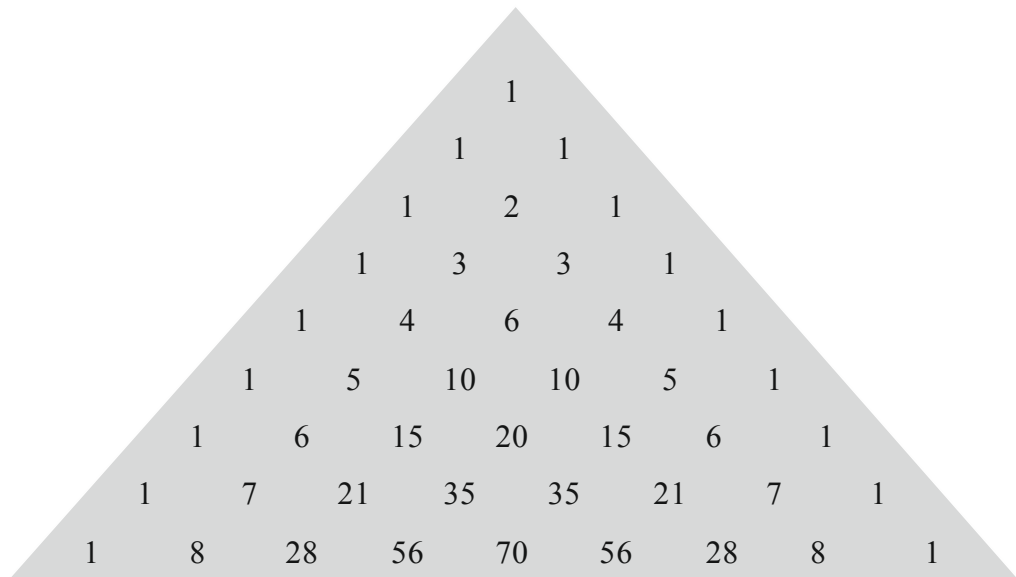
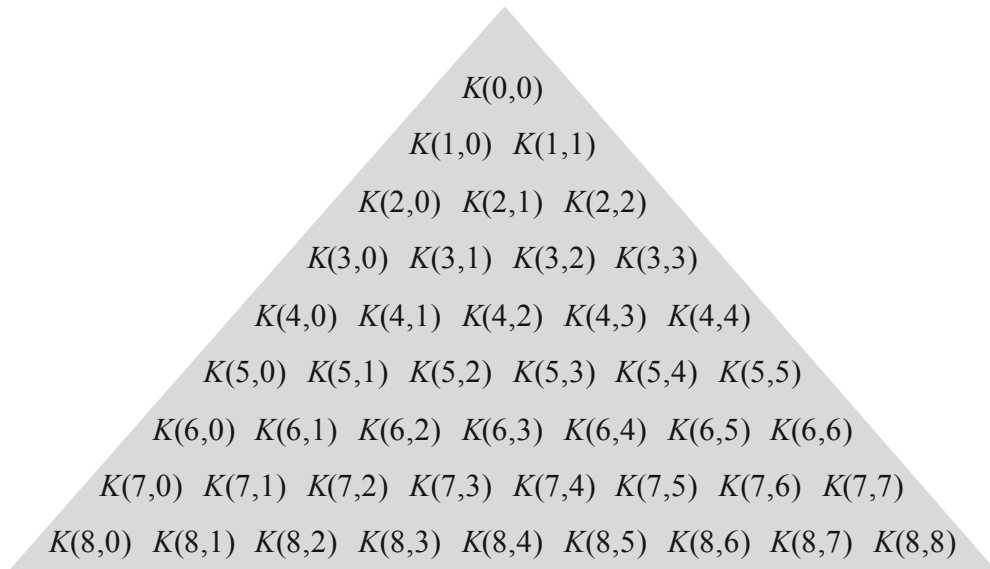
Normalfordelingsapproximation (192)
til binomialfordelt stokastisk
variabel X med middelværdi

$$\mu = n \cdot p$$

og spredning

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$





Multiplikationstabel

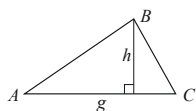
(194)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

Røde tal: Kvadrattal

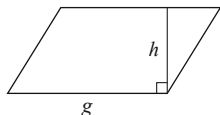
Areal og omkreds, rumfang og overflade af geometriske figurer

Trekant



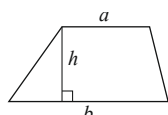
h	højde	
g	grundlinje	
A	areal	$A = \frac{1}{2} h \cdot g$

Parallelogram



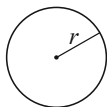
h	højde	
g	grundlinje	
A	areal	$A = h \cdot g$

Trapez



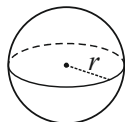
h	højde	
a, b	parallelle sider	
A	areal	$A = \frac{1}{2} h \cdot (a + b)$

Cirkel



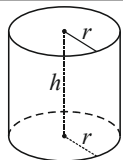
r	radius	
A	areal	$A = \pi r^2$
O	omkreds	$O = 2\pi r$

Kugle



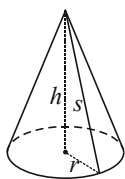
r	radius	
O	overflade	$O = 4\pi r^2$
V	rumfang	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Cylinder



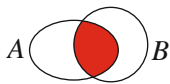
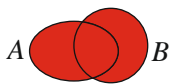
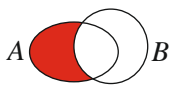


h	højde	
r	grundfladeradius	
O	krum overflade	$O = 2\pi r \cdot h$
V	rumfang	$V = \pi r^2 \cdot h$

Kegle



h	højde	
s	sidelinje	
r	grundfladeradius	
O	krum overflade	$O = \pi r \cdot s$
V	rumfang	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$

Matematiske standardsymboler

Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
$\{\dots\}$	mængde på listeform	$\{-5,0,3,10\}, \{-5,0,3,10\}, \{2,4,6,\dots\}$
\mathbb{N}	mængden af naturlige tal	$\mathbb{N} = \{1,2,3,\dots\}$
\mathbb{Z}	mængden af hele tal	$\mathbb{Z} = \{\dots,-2,-1,0,1,2,\dots\}$
\mathbb{Q}	mængden af rationale tal	tal, der kan skrives $\frac{p}{q}, p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}$
\mathbb{R}	mængden af reelle tal	
\in	tilhører / er element i	$2 \in \mathbb{N}$
$[a;b]$	lukket interval	$[1;3] = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$
$]a;b]$	halvåbent interval	$]1;3] = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 3\}$
$[a;b[$	halvåbent interval	$[1;3[= \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 3\}$
$]a;b[$	åbent interval	$]1;3[= \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\}$
\subset	er en ægte delmængde af	$\{1,2,3\} \subset \mathbb{N}$
\cap	fællesmængde	$A \cap B$ 
\cup	Foreningsmængde	$A \cup B$ 
\setminus	mængdedifferens	$A \setminus B$ 
\bar{A}	komplementærmængde	$U \setminus A$ 
\emptyset	den tomme mængde	
	disjunkte mængder	$A \cap B = \emptyset$ 
\times	mængdeprodukt	$[-10;10] \times [-10;10]$
\wedge	”og” i betydningen ”både og” (konjunktion)	$x < 2 \wedge y = 5$
\vee	”eller” i betydningen ”og/eller” (disjunktion)	$x < 2 \vee x > 5$

Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
\Rightarrow	"medfører", "hvis ... så" (implikation)	$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$
\Leftrightarrow	"ensbetydende", "hvis og kun hvis" (biimplikation)	$x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$
$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1 + a_2 + \dots + a_n$	$\sum_{i=1}^4 i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$
$n!$	n fakultet, n udråbstegn	$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ for $n \geq 1$ $0! = 1$
$f(x)$	funktionsværdi af x ved funktionen f	$f(x) = \sqrt{2x+1}$, så er $f(4) = 3$.
$\text{Dm}(f)$	definitionsområdet for f	
$\text{Vm}(f)$	værdimængden for f	
$f \circ g$	sammensat funktion	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
f^{-1}	omvendt (invers funktion)	$s = f(t) \Leftrightarrow t = f^{-1}(s)$
$\log(x)$	logaritmfunktionen med grundtal 10	$y = \log(x) \Leftrightarrow x = 10^y$
$\ln(x)$	den naturlige logaritme-funktion	$y = \ln(x) \Leftrightarrow x = e^y$
e^x	den naturlige eksponential-funktion	e^x betegnes også $\exp(x)$
a^x	eksponentialfunktionen med grundtal a , $a > 0$	$b \cdot a^x$ kaldes undertiden for en eksponentialfunktion eller en eksponentiel udvikling
x^a	potensfunktion	$b \cdot x^a$ kaldes undertiden for en potensfunktion eller en potens-udvikling
$ x $	numerisk (absolut) værdi af x	$ 3 = 3$, $ -7 = 7$ $ x $ betegnes også $\text{abs}(x)$
$\sin(x)$	sinus	
$\cos(x)$	cosinus	
$\tan(x)$	tangens	$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
$\sin^{-1}(y)$	omvendt funktion til sinus	$\sin^{-1}(y) = x \Leftrightarrow \sin(x) = y$ $\sin^{-1}(0,5) = 30^\circ$ \sin^{-1} betegnes også Arcsin
$\cos^{-1}(y)$	omvendt funktion til cosinus	$\cos^{-1}(y) = x \Leftrightarrow \cos(x) = y$ $\cos^{-1}(0,5) = 60^\circ$ \cos^{-1} betegnes også Arccos
$\tan^{-1}(y)$	omvendt funktion til tangens	$\tan^{-1}(y) = x \Leftrightarrow \tan(x) = y$ $\tan^{-1}(1) = 45^\circ$ \tan^{-1} betegnes også Arctan
$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	grænseværdien af $f(x)$ for x gående mod x_0	$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+1} = 2$
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$	grænseværdien af $f(x)$ for x gående mod ∞	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$
$f(x) \rightarrow a$ for $x \rightarrow x_0$	$f(x)$ går mod a for x gående mod x_0	$\sqrt{x+1} \rightarrow 2$ for $x \rightarrow 3$
$f(x) \rightarrow a$ for $x \rightarrow \infty$	$f(x)$ går mod a for x gående mod ∞	$e^{-x} \rightarrow 0$ for $x \rightarrow \infty$
Δx	x -tilvækst	$\Delta x = x - x_0$
$\Delta y, \Delta f$	funktionstilvækst for $y = f(x)$	$\Delta y = \Delta f = f(x) - f(x_0)$
$\frac{\Delta y}{\Delta x}, \frac{\Delta f}{\Delta x}$	differenskvotient for $y = f(x)$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
$f'(x_0)$	differentialkvotienten for $y = f(x)$ i x_0	$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
f'	afledet funktion af $y = f(x)$	betegnes $f'(x)$, y' , $\frac{d}{dx} f(x)$, $\frac{d}{dx}(f(x))$, $\frac{df}{dx}$, $\frac{dy}{dx}$, $(\sqrt{3x^2+1})'$
$f^{(n)}$	den n 'te afledede funktion af $y = f(x)$	$f^{(2)}(x)$ skrives ofte $f''(x)$, y'' eller $\frac{d^2 y}{dx^2}$

Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
--------	-----------	------------------------------

AB linjestykket AB

$|AB|$ længden af linjestykket AB

\widehat{AB} cirkelbuen \widehat{AB}

$|\widehat{AB}|$ længden af cirkelbuen \widehat{AB}

$\vec{a}, \overrightarrow{AB}$ vektor

$|\vec{a}|, |\overrightarrow{AB}|$ længden af vektoren

\hat{a} tværvektor

betegnelsen \hat{a} kan også anvendes

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ skalarprodukt, prikprodukt

betegnelsen $\vec{a} \cdot \vec{b}$ benyttes også

$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ determinanten for vektorparret (\vec{a}, \vec{b})

betegnelsen $\det(\vec{a}, \vec{b})$ benyttes også

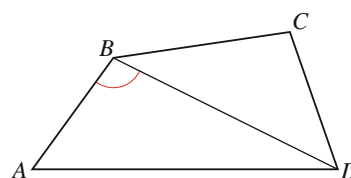
\perp "er vinkelret på"

$l \perp m$ læses også "l og m er ortogonale"

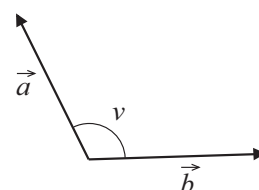
$\angle A$ vinkel A

$\angle A = 110^\circ$ eller $A = 110^\circ$

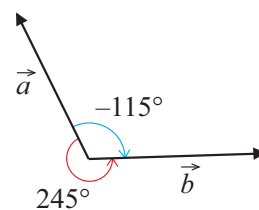
$\angle ABD$ vinkel B i trekant ABD



$\angle(\vec{a}, \vec{b})$ vinklen v mellem \vec{a} og \vec{b} , hvor $0^\circ \leq v \leq 180^\circ$

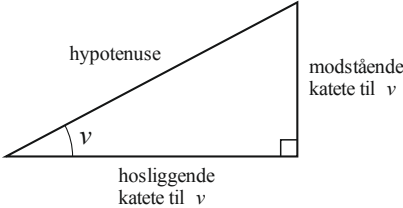


vinklen fra \vec{a} til \vec{b}

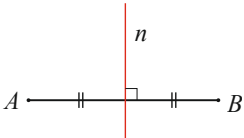


Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
--------	-----------	------------------------------

retvinklet trekant

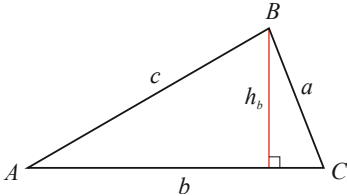


midtnormalen n for linjestykket AB



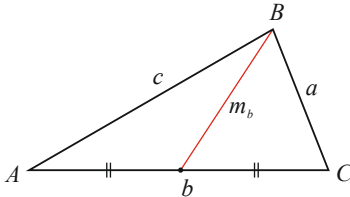
h_b

højden fra B på siden b eller dens forlængelse



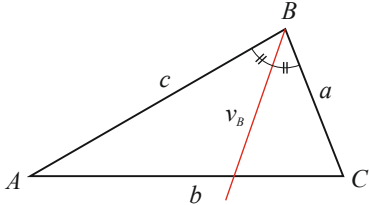
m_b

medianen fra B på siden b



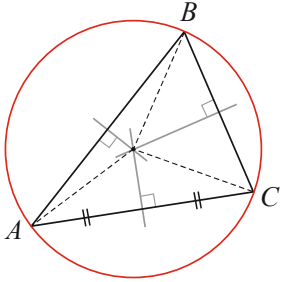
v_B

vinkelhalveringslinjen for vinkel B

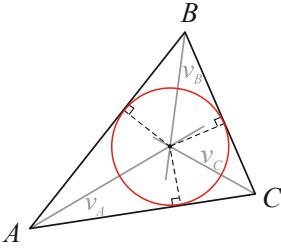


Symbol	Betydning	Eksempler, bemærkninger m.v.
--------	-----------	------------------------------

trekant ABC 's omskrevne cirkel



trekant ABC 's indskrevne cirkel



Stikordsregister

A	additionsprincip	29	G	grupperede observationer	25
	afledet funktion	24, 38		grænseværdi	38
	afstand mellem		H	halveringskonstant	20
	- punkt og linje	14		harmonisk svingning	22
	- to punkter	15		histogram	25
	areal			hældningskoefficient	13, 17
	- cirkel	35		hældningsvinklen	13
	- parallelogram	35		hændelse	30
	- trapez	35		højde	35, 40
	- trekant	35		højreskæv	27
B	bedste rette linje	28	I	ikke-skæv	27
	binomialfordeling	31		indekstal	5
	binomialkoefficient	31		indskreven cirkel	41
	boksplot	26	K	kapitalformel	5
	brøkregler	6		kegle	35
C	cirkel	35		kombinationer	29
	cirklens ligning	15		konfidensinterval	32
	cosinus	8, 37		kugle	35
	cosinusrelation	9		kvadratsætninger	7
	cylinder	35		kvartil	25, 26, 27
D	determinant	12		kvartilbredde	26
	differensen mellem vektorer	11		kvartilsæt	26
	differenskvotient	38	L	lineær funktion	17
	differentialkvotient	23, 38		lineær regression	28
E	eksponentiel funktion			linjens ligning	13
	- aftagende	20		lodret linje, ligning	13
	- voksende	19		logaritmefunktioner	18
	enhedsvektor	10		længde af vektor	10
	ensvinklede trekanter	8	M	median (statistik)	25, 26
	exceptionelle udfald	32		median (trekant)	40
F	fakultet	29, 37		middeltal	27
	fordoblingskonstant	19		middelværdi	31
	fremskrivningsfaktor	19, 20		midtnormal	40
	førstegradspolynomium	17		midtpunkt	14

multiplikationsprincip	29	R regression, lineær	28
		regressionslinje	28
N nedre kvartil	25	residual	28
normale udfald	32	residualplot	28
normalfordeling	32	residualspredning	28
normalvektor	15	retningsvektor	15
nulpunkter	17	retvinklet trekant	8, 40
		rod, rødder	17
O omkreds, cirkel	35	rumfang af	
omskreven cirkel	41	- cylinder	35
omvendt proportionalitet	6	- kegle	35
ortogonal, vinkelret	39	- kugle	35
ortogonale linjer	14	S sandsynlighed	30, 31
ortogonale vektorer	11	sinus	8, 37
outlier	27	sinusrelation	9
overflade		skæringspunkt m. førsteaksen	16
- cylinder	35	skalafaktor	8
- kegle	35	skalarprodukt	11, 39
- kugle	35	spredning	27, 31
P $p\%$ -fraktilen	25	statistisk usikkerhed	32
parabel	16	stokastisk variabel	31, 32
parallelle vektorer	12	sum af vektorer	11
parallelogram	35	sumkurve	25
Pascals trekant	33	symboler	36
permutationer	29	symmetrisk sandsynlighedsfelt	30
potensfunktioner	21	søjlediagram	31
potensregneregler	7		
prikdiagram	26	T tangens	8, 37
prikprodukt	11, 39	tangent til graf	23
procent-procent tilvækst	21	toppunkt	16, 17
procentregning	5	trapez	35
projektionen	12	trigonometriske funktioner	22
proportionalitet	6	tværvektor	12
		U uafhængige hændelser	30
		udfaldsrum	30
		udvidet kvartilsæt	26
		ugrupperede observationer	26

V	varians	31
	variationsbredde	26
	vektorer i planen	10
	venstreskæv fordeling	27
	vilkårlig trekant	9
	vinkelhalveringslinje	40
	vinkelret, ortogonal	39
	vinkelsum i trekant	9
	vinkler	39
	vækstrate	5, 19, 20
Ø	øvre kvartil	26