

Matematik A – Hhx
Vejledning / Råd og vink
Gymnasiekontoret 2015

Alle bestemmelser, der er bindende for undervisningen og prøverne i de gymnasiale uddannelser, findes i uddannelseslovene og de tilhørende bekendtgørelser, herunder læreplanerne. Denne vejledning/Råd og vink indeholder forklarende kommentarer til nogle af disse bestemmelser, men indfører ikke nye bindende krav. Desuden gives eksempler på god praksis samt anbefalinger og inspiration, og den udgør dermed et af ministeriets bidrag til faglig og pædagogisk fornyelse. Citater fra læreplanen er anført i kursiv.

0. Indholdsfortegnelse

0. INDHOLDSFORTEGNELSE	2
1. INDLEDNING	3
2. IDENTITET OG FORMÅL	4
2.1 Identitet	5
2.2 Formål	5
3. FAGLIGE MÅL OG FAGLIGT INDHOLD	6
3.1 Faglige mål	8
3.2 Kernestof	10
3.3 Supplerende stof	12
4. TILRETTELÆGGELSE	13
4.1 Didaktiske principper	13
4.2 Arbejdsformer	14
4.3 It	17
4.4 Samspil med andre fag	18
5. EVALUERING	19
5.1 Løbende evaluering	19
5.2 Prøveformer	20
5.3 Bedømmelseskriterier	23
5.4 Beståelseskrav.	23

1. Indledning

Det matematiske kompetencebegreb

Centralt for beskrivelsen af faget, og for udarbejdelsen af denne vejledning, står det faglige matematiske kompetencebegreb, som beskrevet i Mogens Niss m.fl.: *Kompetencer og matematiklæring*¹. Med udgangspunkt i denne rapport kan det forhold, at en person er fagligt kompetent, beskrives ved at ”vedkommende på en indsigtfuld måde er parat til at sætte faget og fagets metoder i spil i forskellige situationer, der åbenlyst eller skjult rummer matematisk indhold”. En kort beskrivelse af kompetencebegrebet findes i afsnit 5.

Deltagerforudsætninger og sammenhæng

En forudsætning for, at eleverne er i stand til at gennemføre undervisningen i faget og nå fagets mål, er, at eleverne ved undervisningens start behersker færdigheder og faglige kompetencer i matematik svarende til de, der er beskrevet i ”Fælles mål for Folkeskolen” efter 9. klassetrin.

Herunder ses en kort beskrivelse af sammenhængen mellem matematikfaget på hhx-uddannelsen og matematikfaget i grundskolen:

- **mål:** De opstillede mål² ligger i forlængelse af trinmålene efter 9. klasse. På højeste gymnasiale niveau arbejdes i høj grad med det interne faglige sprog (modellering, repræsentation, symbolik og formalisme) ligesom abstraktionsniveauet og kravene til logisk stringens øges. Der arbejdes også med modellering og formidling af matematikholdigt stof og formidling af resultater fra matematiske analyser i dagligdags sprog. Endvidere skal den gymnasiale matematikundervisning medvirke til, at den evne til refleksion over faglige metoder/modeller/resultater, som eleverne forventes at besidde efter 9. klasse, videreudvikles.
- **indhold:** Centrale dele af kernestoffet³ indeholder eller bygger på elementer, der er kendte fra grundskolen. Dette stof suppleres med indhold, der ligger i logisk forlængelse heraf, og som medvirker til at give eleverne en større faglig aktionsradius, en større faglig dækning samt et højere teknisk niveau.
- **fagsyn:** Der tages udgangspunkt i fagets undersøgende og anvendelsesorienterede sider, hvilket er en direkte fortsættelse af grundskolens syn på matematikfaget. Dette fagsyn ændres gradvist gennem forløbet til A - niveau, således at videnskabsfagsynet er dominerende ved afslutningen af forløbet.
- **inddragelse af it og CAS-værktøj:** Det tekniske niveau for beherskelse af lommeregner og it-hjælpemidler, eleverne forventes at besidde efter 9. klasse, øges gennem krav om anvendelse af disse hjælpemidler og anvendelse af CAS-værktøj - både til visualiseringer og til beregninger - på mere komplekse problemstillinger.

¹ Mogens Niss m.fl.: *Kompetencer og matematiklæring*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18 – 2002.

² Se de faglige mål, 5.1

³ Se afsnittet 5.2.

Opbygning af vejledningen og vejledningens eksempler

Denne vejledning er opbygget i afsnit, som følger afsnitsinddelingen i læreplanen. Endvidere henvises til fagets hjemmeside på EMUen⁴, hvor man kan finde paradigmatiskke eksempler. Disse viser, hvorledes kortere eller længere sær- eller flerfaglige forløb kan beskrives og tilrettelægges.

Centralt for beskrivelsen og tilrettelæggelsen af forløbene er:

- **de faglige mål:** Ethvert forløb skal naturligvis medvirke til opfyldelse af de samlede faglige mål. I praksis kan det tilrådes at identificere og beskrive dele af et eller flere af målene og tilrettelægge forløbene med henblik på opfyldelse af disse delmål.
- **det faglige indhold:** I ethvert konkret forløb kan der inddrages elementer fra både kernestoffet og fra det supplerende stof. Endvidere skal indholdet – specielt indholdet i kernestoffet – udvælges under hensyntagen til, at kernestoffet er grundlaget for den skriftlige prøve, der afslutter niveau A. Udvalgelsen af indholdet skal endvidere foretages med skyldigt hensyn til fagets identitet, ligesom fagets status i uddannelsen (studieretningsfag eller valgfag) skal medtænkes ved udvælgelse af indhold.
- **arbejds- og studiemetoderne:** Som det er beskrevet i bekendtgørelsen skal der være en variation og progression i de arbejds- og studiemetoder, eleverne bliver konfronteret med. Ved planlægning af et konkret forløb er det derfor væsentligt, at arbejds- og studiemetoderne bliver tænkt godt igennem og udvalgt således, at de for det første understøtter elevernes læring og for det andet medvirker til, at eleverne møder den krævede variation og progression.
- **evalueringsmetoder:** Som det også er skrevet i bekendtgørelsen, skal der ved evalueringen af elevernes skriftlige arbejde i fag på A-niveau med forhåndstildelt tid til skriftligt arbejde, benyttes forskellige evalueringsformer, herunder
 - 1) retning af elevernes individuelle besvarelser af opgaver og test, herunder interne prøver,
 - 2) retning og kommentering af gruppebaserede eller individuelle skriftlige arbejder, herunder interne prøver,
 - 3) kommentering af delvist færdige skriftlige arbejder i en processkrivning,
 - 4) samtaler med elever eller elevgrupper og
 - 5) kombinationer af ovenstående.

2. Identitet og formål

Faget matematik A kan optræde både som valgfag og som studieretningsfag på uddannelsen til højere handelseksamen (hhx). I begge tilfælde afsluttes undervisningen i faget efter 3. år på uddannelsen.

⁴ <http://www.emu.dk/gym/hhxhtx/hhx/index.html>

2.1 Identitet

På hhx-uddannelsen henter faget matematik A sin identitet fra såvel videnskabsfaget matematik som fra de fagområder, faget finder anvendelse indenfor i uddannelsen dvs. typisk de erhvervsøkonomiske og de samfundsvidenskabelige områder. Dette er beskrevet i læreplanen som:

”Faget matematik har sin oprindelse i videnskabsfaget matematik, og faget har i hhx berøringsflader med både samfundsvidenskabelige og økonomiske fagområder. Faget bygger på abstraktion, logisk tænkning og ræsonnementer og omfatter en række metoder til modellering og problembehandling. Faget beskæftiger sig både med teoretiske og anvendelsesorienterede emner gennem opbygning af og indsigt i matematisk teori, der anvendes til modellering og løsning af teoretisk eller praktisk orienterede problemstillinger.”

Centralt for fagets identitet står fagets natur: Tilgangen til problemløsning ved hjælp af abstrakt logisk tænkning og en konstant understøttelse af og bevisførelse for påstande gennem logiske ræsonnementer.

Endvidere er anvendelsesaspektet også på dette niveau væsentligt for fagets identitet, således at en del af det indhold, der skal konstituere faget, skal have et anvendelsesaspekt f.eks. med henblik på at kunne anvendes ved modellering og løsning af problemer fra praksis.

2.2 Formål

I læreplanen er fagets formål i uddannelsen angivet til at være både fagligt og alment dannende, og faget har dermed til formål at medvirke til udvikling af såvel faglige som almene kompetencer.

Den første del af formålsparagraffen omhandler udviklingen af de faglige kompetencer bl.a. gennem opbygning af en faglig værktøjskasse og et fagligt begrebsapparat samt arbejdet med faglige færdigheder i det omfang, det er nødvendigt for at kunne anvende faglige metoder indenfor andre fagområder og for at skabe faktisk faglig viden hos eleverne:

”Gennem undervisningen skal eleverne opnå faktisk viden om matematiske emner, metoder og anvendelsesområder.”

Denne faglige viden og udvikling af faglige kompetencer skal – i lighed med uddannelsens øvrige fag - medvirke til styrkelse af elevernes almene kompetencer samt medvirke til at forberede eleverne til videre uddannelse:

”Herved skal eleverne blive i stand til at overskue, analysere og vurdere kendte og ukendte problemstillinger fra faget eller uden for faget både i hverdagen og i erhvervs- eller studiemæssig sammenhæng.”

Omgangen med faglige kompetencer og fagligt stof skal ligeledes være medvirkende til elevernes generelle almene dannelse. Eleverne skal opnå en forståelse af matematikkens betydning for og rolle i den fortsatte udvikling af samfundet herunder den stadig forøgede anvendelse af automatiserede arbejdsgange og it. Denne forståelse skal udvikles til et niveau, hvor eleverne kan forholde sig til udviklingen på en kvalificeret og reflekterende måde.

”Eleverne skal opnå forståelse af matematikkens rolle i samfundet, herunder have kendskab til faglige metoder og tankeganges betydning for samfundsudviklingen. Gennem arbejdet med matematiske stofområder skal eleverne blive i stand til på kvalificeret måde at forholde sig til og forstå den øgede matematisering af samfundet.”

Udover at opfylde ovenstående formål skal undervisningen i faget også medvirke til træning af elevernes evne til at tænke abstrakt, ligesom den skal medvirke til at udvikle elevernes faglige nysgerrighed, faglige mod og kreativitet gennem anvendelsen af matematiske modeller og metoder på – så vidt muligt - autentiske problemer. Arbejdet med autentiske problemer skal endvidere medvirke til at øge elevernes forståelse af, at matematik optræder som et redskab overalt i dagligdagen, både åbenlyst og i det skjulte.

3. Faglige mål og fagligt indhold

Gennem undervisningen i faget skal der arbejdes med udvikling af elevernes faglige, sociale og personlige kompetencer. De faglige kompetencer skal her forstås som ”elevernes parathed til at sætte fagets elementer (indhold, tankegange, metoder mm.) i spil i faglige eller ikke faglige sammenhænge”. De kompetencer, der skal arbejdes med, deler sig grundlæggende i to ”klasser”, som vist herunder:

Kompetencer, der handler om, at eleverne skal kende til matematiske tankegange, matematisk argumentation og anvendelsesområder for matematikken:

- tankegangskompetencen
- ræsonnementskompetencen
- modelleringskompetencen
- problemløsningskompetencen

Kompetencer, der handler om elevernes håndtering af matematikkens sprog og redskaber:

- repræsentationskompetencen
- symbol- og formalismekompetencen
- kommunikationskompetencen
- hjælpemiddelkompetencen

Nedenfor gives en kort oversigt over kompetencerne specificeret med konkrete eksempler.

Tankegangskompetencen:

- stille spørgsmål – ”hvad er det, jeg ikke kan finde ud af?”, ”er dette et matematisk spørgsmål?”
- være bevidst om, hvilke slags spørgsmål, der er karakteristiske for matematik og selv at kunne stille sådanne spørgsmål
- have blik for hvilke typer af svar, som kan forventes

Eksempel: ”Er en cirkel i et koordinatsystem nogenside grafen for en funktion?”

Problembehandlingskompetencen.

- opstille (opdage, formulere, afgrænse og præcisere) forskellige problemer, såvel "ren" matematik ↔ matematik i anvendelse og åbne ↔ lukkede opgaver
- løse færdigformulerede matematiske problemer - egne såvel som andres

Eksempel: "En ny rapport fra Københavns Politi tegner et dystert billede. Mennesker af udenlandsk herkomst udgør 16% af indbyggerne i København, men står for 42% af voldssagerne (Aktuelt 26. november 1999). Hvor mange gange mere voldelige er mennesker af udenlandsk herkomst end mennesker af dansk herkomst i gennemsnit ifølge disse oplysninger?"

Modelleringskompetencen

- analysere virkeligheden
- matematisere (herunder begrænse) det område man vil modellere
- problemløsning
- validere
- analysere modellen og undersøge indenfor hvilke rammer den gælder
- diskutere modellen og dens resultater med andre.

Eksempel: Hvordan laver man stikprøveundersøgelser?

Ræsonnementskompetencen

- følge og bedømme et matematisk ræsonnement (en kæde af argumenter)
- forstå hvad et bevis er, dvs. afdække hovedpunkter i forhold til detaljer og teknikaliteter.
- udtænke og gennemføre matematiske ræsonnementer.

Eksempel: Forstå forskellen mellem at bevise "hvis" og "kun hvis" i den sætning, der siger at to vektorer er ortogonale hvis og kun hvis deres skalarprodukt er nul.

Repræsentationskompetencen

- betjene sig af forskellige repræsentationer af samme matematiske begreb givet ved f.eks. symbol, tal, billede, geometri, graf, diagram, tabel....
- forbinde repræsentationerne og oversætte i mellem dem.
- afgøre hvilke styrker og svagheder en repræsentation har.

Eksempel: Sammenhængen mellem en vektors koordinater og dens længde og retning.

Symbol- og formalismekompetencen

- afkode symbol- og formelsprog
- oversætte frem og tilbage mellem symbolholdigt matematisk sprog og alm. sprog
- behandle og betjene sig af symbolholdige udsagn og udtryk.

Eksempel: Konkludere hvilken punktmængde, der fremstilles ved ligningen:

$$(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 5^2$$

Kommunikationskompetencen

- forstå og fortolke andres matematikholdige udsagn
- udtrykke sig i et præcist matematisk sprog
- formidle et matematisk emne dvs. kunne få budskabet ud! (differentieret i forhold til modtageren)

Hjælpemiddelkompetencen

- kende til eksistens og egenskaber ved forskellige redskaber
- forstå redskabernes muligheder og begrænsninger
- betjene hjælpemidler og reflektere over resultatet

Eksempel: CAS-værktøj, lommeregner, computer: software som for eksempel regneark og statistikprogrammer, men også formelsamling etc.

En udfoldelse af hvorledes disse faglige kompetencer indgår i de faglige mål i læreplanen findes herunder i afsnit 5.1.

3.1 Faglige mål

I læreplanen for matematik A er slutmålene for de tre års undervisning i faget angivet. Disse mål er formuleret ud fra de faglige kompetencer, eleverne forventes at kunne aktivere efter den samlede undervisning i matematik A. Disse mål indeholder de mål, der er formuleret for niveauerne C og B. Alle de opstillede mål skal opfyldes, og rækkefølgen i læreplanen er ikke udtryk for en prioritering af målene.

Da de formulerede mål er slutmål, som skal kunne opfyldes efter 375 timers matematikundervisning, anbefales det at opdele disse mål i en række delmål, der opfyldes successivt gennem de gennemførte undervisningsforløb og tilsammen danner fagets slutmål⁵.

Hvorvidt eleverne opfylder fagets mål kan bl.a. undersøges ved at vurdere eleverne i forhold til bedømmeskriterierne ved den skriftlige henholdsvis den mundtlige prøve. De opstillede bedømmeskriterier kan betragtes som en operationalisering af fagets samlede mål med henblik på at lette vurderingen af elevernes præstation ved prøverne.

I det følgende vil de opstillede mål fra læreplanen blive udfoldet enkeltvist, og de tilhørende faglige kompetencer vil kort blive nævnt:

- *”identificere og beskrive matematiske problemstillinger fra fagets indhold samt foreslå og anvende metoder til løsning af disse”*

I dette mål ligger en beskrivelse af slutmålet for elevernes beherskelse af de matematiske problembehandlings-, tankegangs-, ræsonnements- og hjælpemiddelkompetencer.

- *”kunne anvende relevante matematiske hjælpemidler, herunder CAS-værktøj og matematikprogrammer, til løsning af givne matematiske problemer”*

⁵ Se eksempler på EMUen,.

Eleverne skal kunne foreslå, udvælge og anvende en metode til løsning af de identificerede problemer herunder kunne anvende CAS-værktøj til løsningen.

- *”genkende og skifte mellem verbale, grafiske og symbolske repræsentationer af matematiske problemstillinger fra fagets indhold, vurdere i hvilke tilfælde de forskellige repræsentationsformer er hensigtsmæssige, samt udvælge og anvende en hensigtsmæssig repræsentationsform på en given problemstilling”*

I dette mål fokuseres på repræsentationskompetencen, hvor eleverne frit skal kunne anvende og skifte mellem forskellige repræsentationsformer. Eleverne skal kunne udvælge en hensigtsmæssig repræsentationsform i forhold til en konkret problemstilling under hensyntagen til den kontekst, problemstillingen optræder i. Eleverne skal endvidere kunne vurdere, hvornår en bestemt repræsentationsform er hensigtsmæssig ud fra konteksten og/eller formålet.

- *”gennemføre matematiske ræsonnementer og beviser”*

Som nævnt i forbindelse med fagets identitet er ræsonnementets stilling central. Der skal gennemføres matematiske ræsonnementer og beviser.

- *”opstille og håndtere formler, herunder oversætte mellem matematisk symbolsprog og dagligt talt eller skrevet sprog, og anvende symbolsprog, herunder variabelskift, til løsning af problemer med matematisk indhold”*

Arbejdet med at udvikle elevernes parathed til at anvende det matematiske symbolsprog samt til at generalisere problemstillinger eller løsningsmetoder gennem arbejdet med formler skal ligeledes prioriteres højt på matematik A. Men symbolsprog og formalisme må aldrig stå alene. På den ene side er det vigtigt, at eleverne kan symbolisere og modellere virkeligheden, og på den anden side er det ligeså vigtigt, at resultater fremkommet gennem formelle, logisk stringente ræsonnementer kan fortolkes i forhold til den virkelighed, et givet problem har rod i.

Ovenstående mål omfatter også, at eleverne skal kunne udvælge og anvende på forhånd kendte formeludtryk – men også at eleverne på egen hånd skal kunne anvende det matematiske symbolsprog til at opstille nye formeludtryk ud fra en given problemstilling. Endvidere skal eleverne være så fortrolige med omgangen med det matematiske symbolsprog, at dette uden videre kan aktiveres og anvendes ved problemløsning, der kan kræve variabelskift (substitution) eller lignende situationer.

- *”gennemføre modelleringer ved anvendelse af variabelsammenhænge, vækstbetragtninger, arealbetragtninger, plangeometriske eller trigonometriske betragtninger, statistiske databehandlinger eller finansielle modeller og have forståelse af den opstillede models begrænsninger og rækkevidde”*

Da fagets identitet i uddannelsen bl.a. er præget af de anvendelsesområder, faget har, må træning og udvikling af modelleringskompetencen – det vil sige: elevernes lyst og evne til at anvende modeller til løsning af forskellige problemer – være væsentlig i forløbet.

Eleverne skal på det alment dannende plan ligeledes være bevidste om, at en model som regel kun giver et forsimplet billede af virkeligheden, og eleverne skal kunne analysere og vurdere fordele og ulemper ved at anvende modeller gennem en beskrivelse af modellernes begrænsninger og dens rækkevidde.

- *”formidle matematiske metoder og resultater i et hensigtsmæssigt sprog.”*

Eleverne skal kunne aktivere den matematiske kommunikationskompetence, således at de er i stand til formidle matematiske metoder og resultater i et hensigtsmæssigt sprog og anvende korrekt matematisk notation.

Eksempler på, hvorledes dele af de opstillede slutmål kan anvendes ved tilrettelæggelsen af konkrete forløb kan findes på EMU.

3.2 Kernestof

Kernestoffet er obligatorisk indhold uanset hvilken status (studieretningsfag eller valgfag), faget har. Udvælgelsen af det konkrete indhold i kernestoffet kan i visse tilfælde være afhængigt af de fag eller fagområder faget kan/skal spille sammen med i uddannelsen eller i studieretningen, således at fagets mål delvist nås gennem kernestof, der henter sine genstandsområder fra andre fag eller fagområder, som eleverne aktuelt beskæftiger sig med.

Alle områder i kernestoffet skal indgå i det samlede undervisningsforløb, således at eleverne har en solid basis – både teoretisk og praktisk - at arbejde ud fra i praktiske situationer, erhvervsmæssige sammenhænge eller i forbindelse med videre uddannelse.

Endvidere vil områderne/emnerne fra kernestoffet være centrale for evalueringen ved den skriftlige prøve.

- *”regningsarternes hierarki; potensbegrebet; løsning af ligninger med grafiske og simple analytiske metoder og med it-værktøjer”*

Denne del af kernestoffet er ikke tænkt som et afgrænset forløb, hvor eleverne udelukkende træner opgaver i ”at regne”. Derimod er det medtaget for at fastholde fokus på nævnte emner, der er en vigtig forudsætning for at kunne opnå mange af de matematiske kernekompetencer. Eksempler er bogstaver i bevisførelse.

Der indgår brugen af parentesreglerne og udregning af flerleddede udtryk svarende til kvadratet på en toleddet størrelse og to tals sum gange to tals differens. Potensregnerregler både med rationel og hel eksponent. Ligeledes indgår de grundlæggende regler for løsning af ligninger, herunder bestemmelse af grundmængde og løsningsmængde og korrekt brug af matematisk notation.

- *”funktioner i to variable: lineær programmering og følsomhedsanalyse; kvadratisk optimering”*

Indtegning af polygonområde, kriteriefunktion og niveaulinje. Løsning af lineære programmeringsproblemer. Følsomhedsanalyse. Kvadratisk optimering hvor niveaukurverne er parabler, cirkler eller ellipser.

- ”grundlæggende funktionskendskab: det generelle funktionsbegreb; lineære funktioner; polynomier; eksponentielle funktioner; potens-, logaritme- og trigonometriske funktioner. Karakteristika ved disse funktioner”

Funktionsbegrebet, herunder begreberne regneforskrift, graf, definitions­mængde og værdimængde, nulpunkter og fortegnsvariation, ekstrema og monotoniforhold, løsninger af ligninger og uligheder. Halverings- og fordoblingskonstant for eksponentielle funktioner. Den naturlige logaritmefunktion og 10-tals logaritmen og benyttelse af regneregler for disse. De trigonometriske funktioner sinus, cosinus og tangens både med vinkler og radian som argument. Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet.

- ”xy-plot af datamateriale og karakteristika ved lineære sammenhænge, eksponentielle sammenhænge og potenssammenhænge; anvendelse af regression”

Indtegning af data, bestemmelse af regneforskrift ved brug af it-programmel, korrelationskoefficient, determinationskoefficient, anvendelse af modellen.

- ”differentialregning: definition og fortolkning af differentialkvotient; afledet funktion for de elementære funktioner samt differentiation af $f + g$, $f - g$, $k \cdot f$, $f \cdot g$ og $f \circ g$; monotoniforhold; ekstrema og optimering samt sammenhængen mellem disse begreber og differentialkvotient; den anden afledede: konveks/konkav krumning; ligning for tangent/vendetangent”

Bestemmelse af f' for polynomier, eksponentielle funktioner, den naturlige logaritmefunktion, potensfunktioner og trigonometriske funktioner. Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet.

- ”integralregning: stamfunktion for de elementære funktioner; ubestemte og bestemte integraler; regneregler for integration af $f + g$, $f - g$ og $k \cdot f$ samt integration ved substitution”

Bestemmelse af stamfunktion for polynomier, eksponentielle funktioner, den naturlige logaritmefunktion, potensfunktioner og trigonometriske funktioner. Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet.

- ”procentregning, indekstal rentes- og annuitetsregning”

Kapitalværdi knyttet til et tidspunkt (K_0, K_n, A_0, A_n) . Ydelse, rente, rentefod, antal ydelser, antal terminer, gennemsnitlig og effektiv rente. Beregning af restgæld for et annuitetslån på et givet tidspunkt. Udfærdigelse af amortisationsplan. Sammenhæng mellem rentesregning og eksponentiel udvikling. Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet.

- ”beskrivende statistik, udtræk af data fra databaser, konstruktion af tabeller og grafisk præsentation af data; repræsentative undersøgelser; Chi-i-anden test”

Beskrivelse af et givet datamateriale vedr. diskrete eller grupperede observationer. Hyppighed, frekvens og summeret frekvens. Mindsteværdi, størsteværdi, typetal/-interval, median, gennemsnit, variationsbredde, kvartilafstand, varians, standardafvigelse

(spredning), kvartiler og fraktiler. Konstruktion af tabeller, der fx angiver deskriptorer. Grafisk præsentation af data. En fornemmelse af hvornår en undersøgelse er repræsentativ, herunder have forståelse for begreberne population og stikprøve. Chi-i-anden test til anvendelse af test for uafhængighed mellem to kvalitative variable, herunder begreberne forventede værdier, kritisk værdi, frihedsgrader, signifikansniveau og signifikanssandsynlighed.

- ”grundlæggende sandsynlighedsregning binomial- og normalfordelingen, konfidensintervaller for sandsynlighedsparameteren og middelværdien; simpel lineær regressionsanalyse”

Grundlæggende sandsynlighedsregning så man kan beregne sandsynligheder ved brug af binomialfordelingen og normalfordelingen. Middelværdi, varians og standardafvigelse (spredning) i disse fordelinger. Konfidensintervaller for sandsynlighedsparameteren i binomialfordelingen og middelværdien i normalfordelingen med ukendt varians. Simpel lineær regressionsanalyse, ved anvendelse af it-programmel til estimation af linjens ligning, forudsigelser, residualer samt konfidensinterval for linjens hældningskoefficient.

- ”simple differentiaalligninger af 1. orden”

Vide hvad der forstås ved en differentiaalligning og vise at en given funktion er løsning til en given differentiaalligning. Linjeelementer og løsningskurver. Opstilling af en differentiaalligning ud fra en sproglig beskrivelse. Udledning af formler eller beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet.

3.3 Supplerende stof

I læreplanen for faget bliver det præciseret at:

*”Eleverne vil ikke kunne nå de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof skal udvælges, således at det medvirker til at udvide og perspektivere områder fra kernestoffet og udbygger de faglige mål, der er erhvervet herfra. Eleverne skal gennem arbejdet med det supplerende stof erkende, at matematiske tankegange og metoder kan anvendes i samspil med andre fag og opnå erfaring med identifikation af problemstillinger, opstilling af modeller samt løsning af disse.
Der skal indgå et sammenhængende forløb i vektorregning.”*

Det supplerende stof skal altså udvælges så:

- det medvirker til at opfylde uddannelsens overordnede mål
- det medvirker til opfyldelse af fagets mål
- det styrker fagets muligheder for at indgå i samspil med de øvrige fag i uddannelsen på kort eller langt sigt
- de udvalgte emner giver eleverne erfaringer med modellering.

Bemærk, at der skal indgå et sammenhængende forløb i vektorregning. Her kan man inddrage definition af en vektor, nulvektor, egentlig vektor, tværvektor, stedvektor. Regneregler for vektorer, beregninger af vektorlængde, skalarprodukt, vinkel mellem vektorer, arealer, ortogonale og parallelle vektorer samt udledning af formler og beviser for nogle af de sætninger, der anvendes indenfor emnet. Der skal udarbejdes en emneopgave indenfor emnet.

Bemærk endvidere, at der i forbindelse med udvælgelsen af det supplerende stof, er et krav om, at stoffet understøtter elevernes erkendelse af, at faget kan anvendes i forbindelse med modellering og problemløsning i andre fag uanset fagets status som studieretningsfag eller valgfag, ligesom der er et krav om, at der gennem arbejdet med det supplerende stof sker en uddybning af emner fra kernestoffet.

Det kan anbefales, at det supplerende stof udvælges under hensyntagen til elevgruppens interesser. De faglige problemstillinger bør udvælges, således at eleverne på den ene side stilles overfor konstante faglige udfordringer i forløbet og på den anden side får mulighed for at arbejde kreativt med faget. Dette kan fx udmøntes i forskellige matematiske eksperimenter, hvor man ved hjælp af it-hjælpemidler undersøger funktioner og de indgående parametres betydning for grafernes forløb. Arbejdet med ligninger, parenteser og matematiske udtryk kan belyses ved hjælp af eksempler og modeksempler.

Arbejdet med det supplerende stof kan tilrettelægges både i særfaglige forløb og i forløb, hvor matematik A (både som studieretningsfag og som valgfag) spiller sammen med andre fag, blot målene for udvælgelse og beskæftigelse med supplerende stof bliver opfyldt – herunder at der umiddelbart eller efter et stykke tid sker en styrkelse af fagets muligheder for at indgå i samspil med andre fag.

På EMUen ses eksempler på emner, der kan indgå i det supplerende stof.

4. Tilrettelæggelse

I tilrettelæggelsen af de enkelte konkrete undervisningsforløb på niveau A er det væsentligt at være opmærksom på fagets status, således at tilrettelæggelsen – herunder tilrettelæggelse og gennemførelsen af forløb i samspil med andre fag – bærer præg af, hvorvidt der er tale om matematik A som studieretningsfag eller som valgfag.

Tilrettelæggelsen af undervisningen skal endvidere tage hensyn til, at eleverne – uanset eventuelle holdskift - skal opleve en helhed. Desuden skal eleverne gennem tilrettelæggelse have oplevelsen af, at matematik A er en naturlig udvidelse af matematikfaget på lavere niveauer (grundskolen eller niveau C/B på hhx). Se også bemærkningerne i vejledningerne til matematik C og B.

4.1 Didaktiske principper

I læreplanen fastslås, at principperne for tilrettelæggelse af undervisningen i matematik A ændres gradvist over forløbet samtidigt med, at det samlede forløb – uanset eventuelle holdskift pga. valg undervejs – skal opleves som en helhed.

Læreplanen fastsætter, at undervisningen i starten (dvs. i 1. og evt. også 2. semester) overvejende skal tilrettelægges ud fra et induktivt princip, hvilket i denne sammenhæng betyder, at det er behovet for ny viden, der berettiger introduktion af denne – og det er behovet for ny viden for at løse et konkret problem, der motiverer indlæringen af denne.

Over hele forløbet skal der ske en gradvis glidning mod mere deduktiv tilrettelagt undervisning, således at eleverne på uddannelsens 3. år i meget af uddannelsesstiden i faget vil opleve en deduktiv

matematikundervisning, hvor der først opbygges viden, hvorefter anvendelsesområderne for denne viden afsøges.

Fagsynet ændres i samme takt som de didaktiske principper, således at det ved starten af forløbet dvs. i 1. og 2. semester overvejende vil være fagets anvendelsesorienterede og undersøgende sider, der er fremherskende; mens det ved afslutningen af forløbet (5. og 6. semester) vil være videnskabsfaget matematik med sin egen natur og sit eget sprog, der er i centrum.

Gennem valget af undervisningsmetoder skal elevernes evne til og erfaring med at reflektere over faglige problemer styrkes. Endvidere skal undervisningsmetoderne udvælges, således at de medvirker til gradvist at øge elevernes evne til at vurdere metoder, repræsentationsformer og resultater. Dette indebærer, at eleverne og deres faglige udvikling kommer til at være centrale for tilrettelæggelsen og for de problemstillinger, der inddrages i undervisningen, ligesom det implicerer, at metoderne udvælges, således at eleverne til stadighed skal stilles overfor udfordringer i faget, der sigter mod at give dem erfaringer med nødvendigheden af at ræsonnere både mundtligt og skriftligt.

4.2 Arbejdsformer

Med henblik på at tilgodese elevernes muligheder for kreativitet og samarbejde organiseres undervisningen med jævne mellemrum i gruppe -, emne- eller casearbejde – gerne på tværs af de faglige indholdselementer og gerne i samspil med uddannelsens øvrige fag, så der bliver skabt optimale muligheder for at udvikle relevante kompetencer hos eleverne, og således at elevernes læreprocesser kommer i fokus. Specielt i forløb, hvor der arbejdes med matematikkens anvendelsesområder, vil en sådan organisering af arbejdet være naturlig, og anvendelsen af sådanne organisationsformer vil medvirke til at styrke elevernes faglige selvstændighed, deres evne til faglig formidling samt deres evne til faglig refleksion.

Det er vigtigt at være opmærksom på, at eleverne har forskellige styrkeområder og forskellige læringsstile. Derfor bør matematikforløbet tilrettelægges således, at der tilbydes varierende aktiviteter. Dette skal medvirke til at sikre, at alle elever får passende udfordringer, således at ingen mister modet og lysten til at beskæftige sig med faget.

Underviseren bør under hele forløbet vænne eleverne til og træne dem i læringsforløb, hvor de i deres læringsproces undres og går på opdagelse i faglige problemer. Uanset om arbejdet foregår individuelt eller gruppeorganiseret er det nødvendigt, at der skabes rum til – og arbejdes systematisk med – elevernes mundtlige formidling af matematisk eller matematikholdigt stof.

Der bør arbejdes eksperimenterende både med og uden inddragelse af hjælpemidler. Fx kan eleverne arbejde med den matematiske beskrivelse af en konkret sammenhæng, og ved hjælp af et it-værktøj forsøge at beskrive, hvorledes denne sammenhæng ændrer sig i forskellige situationer.

Skriftligt arbejde

Der skal gennem hele forløbet arbejdes med de skriftlige sider af matematikken. Dette skriftlige arbejde kan have mange former, som det også fremgår af det følgende. Arbejdet skal bl.a. medvirke til at sikre, at eleverne får tilstrækkelig træning i faglig formidling; men det skriftlige arbejde skal også medvirke til at undersøge, hvorvidt eleverne kan håndtere fagets metoder, værktøjer og medier på en fornuftig måde i forhold til de faglige mål.

” I tilknytning til hvert hovedemne skal eleverne udarbejde emneopgaver, der sammenfatter centrale dele af emnet og dokumenterer de faglige mål, der er opnået gennem arbejdet hermed.

Emneopgaverne rettes og kommenteres af læreren.

Træning og fastholdelse af færdigheder skal ske gennem løbende arbejde med mindre træningsopgaver, multiple-choice-opgaver eller tilsvarende. Der skal endvidere arbejdes med traditionelle individuelle opgaver til aflevering.”

Som støtte til den mundtlige læring, og for at give eleverne mulighed for selvstændigt at bearbejde matematisk stof, skal eleverne udarbejde et antal emneopgaver, således at hovedområder/ hovedemner, både indenfor kernestoffet og indenfor det supplerende stof, er dækket. En emneopgave kan udarbejdes indenfor (en del af) et emne fra indholdet eller på tværs af flere emner. Emneopgaverne kan være rapport, projekt, case, tema, synopsis, mindmap, præsentation (PP), talepapir, referat af en matematisk tekst, skrivning af en artikel til en bestemt målgruppe etc.

Som det er skrevet i bekendtgørelsen, skal der ved evalueringen af elevernes skriftlige arbejde i fag på A-niveau med forhåndstildelt tid til skriftligt arbejde, benyttes forskellige evalueringsformer, herunder

- 1) retning af elevernes individuelle besvarelser af opgaver og test, herunder interne prøver,
- 2) retning og kommentering af gruppebaserede eller individuelle skriftlige arbejder, herunder interne prøver,
- 3) kommentering af delvist færdige skriftlige arbejder i en processkrivning,
- 4) samtaler med elever eller elevgrupper og
- 5) kombinationer af ovenstående.

Dette bør medtænkes i evalueringen af elevens skriftlige arbejde.

Antallet af emneopgaver bør begrænses, så arbejdet med løbende at revidere og justere i emneopgaverne ikke virker for voldsomt for eleverne og læreren! Det er vigtigt, man som lærer påpeger, når der gennemgås nyt stof, hvis dette naturligt kan knyttes til en eller flere af de tidligere emneopgaver. Det bør også her understreges overfor eleverne, at det er elevernes eget ansvar at følge op på dette.

Hvor mange emneopgaver eleverne skal udarbejde afhænger bl.a. af, hvorledes læreren vælger at formulere sine oplæg til emneopgaverne. Man kan fx forestille sig en model, hvor eleverne udarbejder mange, men forholdsvis små emneopgaver, som de så til sidst samler i en stor emneopgave. Afhængig af opgaverne form og indhold kan antallet af emneopgaver således variere fra klasse til klasse; men ved årets afslutning vil det være hensigtsmæssigt at få reduceret i antallet, så delemnerne samles under nogle færre hovedemner.

Det er i den sammenhæng vigtigt at have for øje, at opgaverne skal have en sådan form og indhold, at de uden problemer kan danne udgangspunkt for en eventuel mundtlig prøve.

Det er derfor vigtigt, at emneopgaverne indholdsmæssigt er så brede, at de rummer mulighed for at blive besvaret på flere forskellige taksonomiske niveauer.

På første år vil det være passende med 4 – 6 emneopgaver; men det vil ikke være hensigtsmæssigt at tredoble antallet på A-niveau. På tredje år er det fortsat nødvendigt at revidere i opgaverne fra første og andet år, for bl.a. at synliggøre progressionen. Det er derfor ikke utænkeligt, at emneopgaverne fra første og andet år indeholder forholdsvis få og relativt enkle matematiske beviser, som ikke er helt så aktuelle på A-niveau, idet der her stilles større taksonomiske krav til eleven. Det er arbejdskrævende at ændre de gamle emneopgaver og supplere med nyt stof, så det kan anbefales, at der evt. kun skrives 2 - 3 nye emneopgaver på 3. år.

Generelt kan konkluderes, at det må skønnes som passende, hvis eleverne på A-niveau har udarbejdet i alt ca. 9 – 12 emneopgaver.

Eksempler på læreroplæg til emneopgaver findes på fagets hjemmeside på EMUen.

Der skal udover emneopgaverne arbejdes med skriftlige afleveringsopgaver med det formål at træne og fastholde basale færdigheder (regneregler, formeltræning mv.). Dette arbejde kan med fordel gennemføres bl.a. ved anvendelse af træningsopgaver i stil med prøven uden hjælpemidler. Der vil også kunne anvendes faktuelle test - herunder it-baserede test og/eller multiple-choice test, hvor det ikke er facit men elevernes score (f.eks. antal rigtige), der bliver forelagt underviseren, som efterfølgende anvender denne viden om scoren i den løbende formative evaluering. Formålet med at træne og fastholde disse basale færdigheder er, at arbejdet med at opbygge og indlære/indlejre ny teori og/eller nye metoder lettes betydeligt for eleverne, hvis og når de basale færdigheder holdes ved lige og holdes aktive i bevidstheden.

Desuden arbejdes med individuelle afleveringsopgaver. Disse opgaver kan løses traditionelt i hånden eller løses ved hjælp af CAS-værktøj. Der arbejdes med dokumentation vha. dette. Disse opgavesæt afleveres til læreren, der retter og kommenterer besvarelsenerne med specielt fokus på, at læreren selv samt eleverne skal få oplysninger om den faglige kompetenceudvikling i forhold til de faglige mål.

Der bør i det daglige arbejde løbende inddrages skriftligt arbejde med øvelsesopgaver, hvor forskellige metoder og modeller afprøves. Dette arbejde er væsentligt for elevernes træning i faget, da den kontinuerte daglige opgavetræning medvirker til indøvelse af nye metoder, danner baggrund for elevernes opøvelse af rutine i løsning af faglige problemer samt medvirker til fastholdelse af allerede indlærte faglige færdigheder. Dette arbejde rettes på klassen/holdet og kan desuden anvendes til diskussion af teorien omkring de emner eller metoder, der er lavet opgaver i, sat i relation til anvendelsesområderne for emnet/metoderne.

Endeligt bidrager matematik, ligesom alle øvrige fag der har en skriftlig dimension, til elevernes studieforberedende skrivekompetence (se uddannelsesbekendtgørelsen, bilag 4). Der kan bl.a. bidrages indenfor genrebevidsthed, sproglig korrekthed, disposition, argumentation, anvendelse af citater, figurer, illustrationer m.v. samt præsentation. Indenfor genrebevidsthed kan der være tale om rapport, case, mindmap, synopsis, projekt etc. og i udfærdigelse af skriftlige materialer er den sproglige formulering vigtig, ligesom brugen af matematiske fagudtryk og symboler. Inddragelse og brug af figurer og tabeller og disses sammenhæng med teksten er også noget der er centralt i matematik. Derudover vil der også være god mulighed for at arbejde med forskellige typer af præsentationer af matematikholdige "tekster" både i det daglige arbejde og i forbindelse med emneopgaver-

ne, der samlet skal dække kernestof og supplerende stof. Hver præsentationsform har sine styrker og svagheder som eleverne skal gøres bevidste om.

Mundtlighed

Det kan – for at træne den mundtlige udtryksfærdighed - anbefales løbende at give eleverne forskellige mindre opgaver, der er tilpasset elevernes faglige niveau og interesse, til mundtlig fremlæggelse på klassen/holdet. Det bør fortrinsvis være eleverne selv, der i samråd med underviseren vælger de emner og problemstillinger, der skal fremlægges på klassen. Der kan f.eks. være tale om fremlæggelse af en mindre opgave (eventuelt en af de skriftlige øvelsesopgaver), en graf, en tabel eller lignende udarbejdet i forbindelse med et emne- eller gruppearbejde eller et projekt, som eleven skal forklare og kommentere. Der kan også være tale om fremlæggelse af beviset for en sætning, en aktuell tekst, tabel eller graf fra dagspressen eller andre medier. Emnerne for denne form for fremlæggelse bør udvælges således, at de kan illustrere det indhold, der aktuelt arbejdes med. Eleverne bør have tid til at forberede fremlæggelsen, og underviseren kan hjælpe med denne, hvis eleverne ønsker det. Fremlæggelsen i klassen kan f.eks. i starten (dvs. 1., 2. og evt. 3. semester) vare 5 - 10 minutter for ved slutningen af den samlede undervisning i faget - dvs. i 5. og 6. semester - at vare 20 – 30 minutter pr. elev, således at eleverne får lejlighed til at udtrykke sig i deres ”eget” faglige sprog og dermed arbejde med den matematiske kommunikationskompetence.

Virtuelle forløb

Ifølge bekendtgørelsen er det muligt at tilrettelægge en del af undervisningen i virtuelle forløb dvs. forløb, der ikke kræver samtidig tilstedeværelse af elever og underviser. Forløb tilrettelagt som virtuel undervisning er stadig forløb, hvor eleverne er konfronteret med faget og faglige problemstillinger, samtidigt med at forløbene støtter op om målene i faget. Udnyttelse af virtuel undervisning vil forskellige typer af kommunikationsmidler skulle inddrages i undervisningen, således at eleverne har mulighed for at diskutere indbyrdes, og således at underviseren har mulighed for at følge med i, hvorledes arbejdet skrider frem – og eventuelt kan gribe ind, hvis det viser sig, at der opstår problemer. Blandt de mulige kommunikationsmidler tænkes specielt på konferencesystemer, hvor alle eleverne i klassen/på holdet samt underviseren har adgang til samme gruppe/konference. Der kan også anvendes e-mail, web-konferencer (billede og lyd) mm.

4.3 It

I læreplanen er det fastslået at it, herunder CAS-værktøj, skal anvendes i undervisningen i et sådant omfang, at eleverne kan opfylde målet om at skulle kunne udvælge og anvende et hensigtsmæssigt og/eller formålstjenligt hjælpemiddel til løsning af et konkret problem i en given situation. I læreplanen er dette formuleret som:

”Anvendelse af it-redskaber er en integreret del af matematikundervisningen. I undervisningen indgår træning i at udvælge og anvende it-programmer, lommeregner og matematikprogrammer til bl.a. beregninger, til symbolsk manipulation af formeludtryk, til håndtering af statistisk datamateriale, til grafisk repræsentation af sammenhænge, til ligningsløsning, til symbolsk differentiation og integration samt til løsning af differentiaalligninger. CAS-værktøj skal ikke blot udnyttes til at udføre de mere komplicerede symbolske beregninger, men også understøtte færdighedsindlæring og matematisk begrebsdannelse.”

It og CAS-værktøj skal anvendes i undervisningen, blandt andet som et middel til visualisering, og dermed til styrkelse af elevernes kreativitet. Hjælpe midlerne kan ligeledes anvendes til styrkelse af elevernes faglige mod til at gå ombord i problemer, der på forhånd kunne synes uoverskuelige.

De løsninger, der bestemmes ved hjælp af CAS-værktøjer bør opfattes som ligeværdige med de løsninger, der fremkommer uden, når blot løsningen er dokumenteret. Eleven skal være opmærksom på, at når mellemregninger udelades, og det vil ofte ske, når CAS-værktøj er i brug, bør disse erstattes af en forklarende tekst. Det skal altid fremgå af besvarelsen hvilken matematik, der har været i brug, for at nå frem til den angivne løsning f.eks. benyttede regneregler eller sætninger. De ligninger, der løses, skal altid opskrives.

Hvad angår skriftlig dokumentation, er det vanskeligt at give en nøjagtig beskrivelse af, hvad der er tilstrækkeligt. Her må man vurdere, om eleven har redegjort for den matematik, der er anvendt og om eleven viser matematisk forståelse.

Endvidere skal anvendelsen medvirke til at styrke elevernes læring samt til at øge det faglige niveau. Benyttelse af hjælpemidler kan brugt på den rigtige måde virke motiverende og gøre undervisningen både mere eksperimenterende og sjovere.

4.4 Samspil med andre fag

Matematikfaget er for det første omfattet af bekendtgørelsens generelle krav til, at der skal være samspil mellem uddannelsens fag, og for det andet er det fastlagt, at mål og indhold fra matematik C - mål og indhold som også ind er inkluderet i niveau A - skal indgå i studieområdet del 1 i både det samfundsvidenskabelige/samfundsøkonomiske og det erhvervsøkonomiske område.

Eksempler på forløb, hvor matematik indgår i sådanne samspil i studieområdet del 1 kan findes i vejledningen til dette.

I læreplanen for matematik A fastsættes endvidere hvilke indholdselementer, faget skal bidrage med i studieområdet del 1, ligesom det bliver slået fast, at det supplerende stof over hele forløbet skal udvælges under hensyntagen til helheden, hvis matematik A indgår som studieretningsfag.

Dette er formuleret i læreplanen på følgende måde:

”Matematik er omfattet af det generelle krav om samspil mellem fagene. Når faget indgår som studieretningsfag, skal dele af kernestoffet og det supplerende stof udvælges, således at de faglige mål samt de faglige kompetencer, der opnås ved arbejde med indholdet, supplerer målene fra de øvrige studieretningsfag og de obligatoriske fag. Det supplerende stof skal derfor inddrage modellerings- og anvendelsesaspektet i relation til de øvrige fag og medvirke til at perspektivere og uddybe kendskabet til fagets kernestof.”

Der kan og bør naturligvis optræde samspil mellem matematik A og andre fag udenfor studieområdet - også selvom matematik A ikke er studieretningsfag. Forslag til indhold fra matematik A, der kan indgå i samspil med andre fag findes på EMUen

Forslag til indhold fra matematik A, der kan indgå i samspil med andre fag findes på EMUen.

5. Evaluering

I dette afsnit uddybes læreplanens bestemmelser om både den løbende formative evaluering og om den afsluttende summative evaluering (eksamen).

5.1 Løbende evaluering

Der skal med mellemrum over hele forløbet gennemføres formativ evaluering. Ansvar for den løbende evaluering, dvs. for at der i det hele taget finder evaluering sted, for at evalueringens resultater anvendes, og for at grundlaget for evaluering er til stede osv., ligger både hos underviseren og hos eleverne.

Et af formålene med den løbende evaluering er at få forbedret undervisningen i fremtidige undervisningsforløb. Ligeledes er det et formål med den løbende evaluering, at eleverne får lejlighed til at være medbestemmende om undervisningens tilrettelæggelse og gennemførelse, således at de bliver medansvarlige for undervisningens forløb. Denne evaluering kan eksempelvis gennemføres ved hjælp af spørgeskemaer, ved samtaler med eleverne (individuel eller i grupper) eller ved samtale/diskussion med hele klassen/holdet.

Endvidere har den løbende evaluering til formål, at eleverne med jævne mellemrum skal have tilbagemelding om standpunktet for de faglige præstationer:

”Gennem individuel vejledning, arbejdet med emneopgaver og brug af test, herunder test til selvevaluering, skal eleverne opnå en klar opfattelse af det aktuelle niveau for og udviklingen i deres faglige standpunkt. I den løbende evaluering inddrages aktiviteter, herunder arbejdsformer, der udvikler og stimulerer elevernes refleksion over udbyttet af undervisningen. Grundlaget for evalueringen er de faglige mål.”

Denne del af den løbende evaluering er individuel, og vurderingen af elevernes aktuelle standpunkt samt udviklingen i dette fastsættes i forhold til den forventede kompetenceudvikling efter det gennemførte forløb og i forhold til de faglige mål.

Vurderingen kan baseres på:

- det eventuelle procesorienterede arbejde med emneopgaverne og den tilhørende vejledning af eleverne
- test eller resultater fra gennemførte selvevalueringstest, som evt. kan gennemføres vha. it eller som multiple-choice test
- skriftlige (afleverings-)opgaver
- mundtlige fremlæggelser og samtaler om faglige emner i forbindelse med det daglige arbejde
- elevens aktive deltagelse i undervisningen

For at give et dækkende billede af den komplekse størrelse, elevernes samlede besiddelse af matematiske kompetencer, er, kan det blive nødvendigt at inddrage mange forskellige kriterier for vurderingen og evalueringen afhængigt af hvilke kompetencer, der har været i fokus i det forløb, der er genstand for evaluering - eller efter hvilket evalueringen finder sted.

Der kan også inddrages andre faktorer i den løbende evaluering. Det kan f.eks. være relevant at evaluere udviklingen i elevens indsats og arbejdsvaner, ligesom det kan være relevant at evaluere ar-

bejdsklimaet i klassen/på holdet. I forbindelse med evaluering af undervisningsforløb med fagligt samspil er det endvidere nødvendigt at få eleverne til at reflektere over, hvordan de enkelte fag indgår i forløbet, og hvorledes fagene støtter hinanden. Endelig bør eleverne have mulighed for med mellemrum at evaluere lærerens indsats og engagement.

Igen skal det nævnes, at der ved evalueringen af elevernes skriftlige arbejde i fag på A-niveau med forhåndstildelt tid til skriftligt arbejde, skal benyttes forskellige evalueringsformer, herunder

- 1) retning af elevernes individuelle besvarelser af opgaver og test, herunder interne prøver,
- 2) retning og kommentering af gruppebaserede eller individuelle skriftlige arbejder, herunder interne prøver,
- 3) kommentering af delvist færdige skriftlige arbejder i en processkrivning,
- 4) samtaler med elever eller elevgrupper og
- 5) kombinationer af ovenstående.

5.2 Prøveformer

Matematik A afsluttes med en skriftlig og/eller en mundtlig prøve i henhold til udtrækning fra Undervisningsministeriet.

Skriftlig prøve

Grundlaget for den skriftlige prøve er kernestoffet i matematik A; mens grundlaget for den mundtlige prøve er det samlede indhold i faget – både kernestof og supplerende stof – samt eksaminanderens emneopgaver og andet skriftligt og/eller mundtligt arbejde fra undervisningen. Det samlede indhold i faget – altså grundlaget for prøverne – skal beskrives i fagets undervisningsbeskrivelse (se senere).

Læreplanens bestemmelser om den skriftlige prøve fastlægger at:

” Den skriftlige prøve

Grundlaget for den skriftlige prøve er et todelt centralt stillet opgavesæt. Hele opgavesættet udleveres ved prøvens start.

Prøvens varighed er 5 timer. I den første time må computer og faglige hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes. Efter 1 time indsamles alle besvarelser af første del af opgavesættet, og herefter må alle hjælpemidler, bortset fra kommunikation med omverdenen, herunder brug af internettet, benyttes til besvarelse af anden del af opgavesættet.

Opgaverne til den skriftlige prøve stilles inden for rammerne af kernestoffet, og udarbejdes ud fra den forudsætning at eleven råder over et CAS-værktøj, der kan udføre symbolmanipulation, jf. pkt. 3.3.

Bemærk at ingen hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, er tilladt i den første time af prøven – uanset om en eksaminand når at færdiggøre opgavesættet uden hjælpemidler og påbegynder besvarelse af opgavesættet med hjælpemidler. Hjælpemidler må først tages frem og benyttes af eksaminanderne, når besvarelserne af første del af opgavesættet (prøven uden hjælpemidler) er indsamlede.

Ved besvarelse af anden del af opgavesættet er alle hjælpemidler tilladte de sidste tre timer af prøvetiden. Det gælder både sædvanlige hjælpemidler i form af bøger, notater og lign, og elektroniske hjælpemidler som lommeregner, it og CAS-værktøj. De eneste hjælpemidler, der ikke tillades, er hjælpemidler til kommunikation (telefon, mobiltelefon, Internet, mail, trådløse netforbindelser mm). Opdages det, at en eksaminand anvender sådanne hjælpemidler, skal vedkommende bortvises fra prøven jf. reglerne i eksamensbekendtgørelsen.

Opgavesættet til første del af prøven vil typisk indeholde en række opgaver, der har til formål at teste eksaminandens matematiske færdigheder og eksaminandens paratviden i faget. Der vil normalt være tale om meget faktuelle opgaver. Opgavesættet kan eksempelvis indeholde opgaver af typen ”Løs ligningen.....”, ”Bestem differentialkvotienten for funktionen $f(x) = \dots$ ” eller opgaver, der vil kunne løses ved aflæsninger fra en vedlagt graf.

Opgaverne i anden del af opgavesættet vil være udformet således, at eksaminanderne i deres besvarelse vil få muligheder for at demonstrere omfanget af den samlede matematiske kompetence. Opgavesættet vil eksempelvis kunne indeholde opgaver, hvor løsningen af disse vil omfatte, at eksaminanderne skal gennemføre en modellering; opgaver, der kræver, at eksaminanderne skal demonstrere ræsonnementskompetence eller opgaver, der kræver bearbejdning af ustrukturerede data. En del af opgaverne kan eleven kun løse ved brug af CAS-værktøj.

Læreplanens bestemmelser om den mundtlige prøve lyder:

”Den mundtlige prøve

Mundtlig prøve med inddragelse af emneopgaverne fra undervisningen jf. pkt. 3.2.

Spørgsmålene til den mundtlige prøve meddeles til eleverne før prøven og skal være udformet således, at de tilsammen gør det muligt at evaluere de faglige mål og det faglige indhold.

Eksaminanden får et spørgsmål ved lodtrækning. Spørgsmålet er udformet med en overskrift, der angiver det udtrukne emne og med konkrete delspørgsmål i relation til emnet. En betydelig del af spørgsmålene skal være udformet, således at emneopgaverne inddrages.

Eksaminationstiden er ca. 30 minutter pr. eksaminand. Der gives ca. 30 minutters forberedelsestid.

Prøven er todelt.

Første del består af eksaminandens præsentation af sit svar på det udtrukne eksamensspørgsmål suppleret med uddybende spørgsmål fra eksaminator.

Anden del former sig som en samtale mellem eksaminand og eksaminator med udgangspunkt i det udtrukne emne, hvor dette uddybes og perspektiveres.

Spørgsmål, oplæg til emneopgaver samt en fortegnelse over litteratur anvendt i forbindelse med udarbejdelsen af disse skal være tilgængelige for censor, der forud for prøvens afholdelse godkender spørgsmålene.”

Eksaminator skal i god tid før den mundtlige prøve informere eleverne om, hvordan spørgsmålene til prøven kan forventes at se ud/være opbygget, så eleverne er bekendt hermed, før de trækker spørgsmålet. Således skal eleven være klar over:

- hvilke kompetencer, der i særlig grad er i fokus ved den mundtlig prøve
- at det konkrete indhold i fremlæggelsen af emneopgaven delvist er elevens eget valg
- at dele af eksaminationen vil forme sig som en samtale mellem eksaminand og eksaminator

- at censor kan stille spørgsmål

Det er de faglige mål konkretiseret i bedømmelseskriterierne jf. 7.3, der er grundlaget for bedømmelsen af eksaminandens præstation. Da fagets mål er kompetencemål, må en gyldig og dækkende vurdering af en eksaminands matematiske kompetencer derfor i udgangspunktet baseres på en identifikation af kompetencernes tilstedeværelse og deres rækkevidde i forhold til såvel matematikfagets mål som målene for det tværfaglige samspil.

Spørgsmålet består dels af titlen på den udtrukne emneopgave (eller emne), dels af et konkret, eller konkrete, delspørgsmål inden for samme område. En betydelig del af spørgsmålene, dvs markant mere end halvdelen, skal være udformet således at emneopgaverne inddrages.

Spørgsmålene til prøven skal fremsendes til censor i så god tid, at denne kan nå at godkende disse inden offentliggørelsen (senest 5 dage inden prøven).

Emneopgaverne og delspørgsmålene skal til sammen dække såvel kernestof som supplerende materiale, hvilket betyder, der på A-niveau forventes at skulle udarbejdes mindst 25 - 30 delspørgsmål. Den sidste elev, der trækker en opgave, skal have minimum 4 valgmuligheder.

Ved udarbejdelsen af spørgsmålene til den mundtlige prøve skal eksaminator sørge for at formulere opgaverne så bredt, at eleven har mulighed for at vise så mange kompetencer som muligt, og selv har indflydelse på det faglige niveau. Kan en elev ikke gennemføre redegørelsen for et bestemt del-emne, er der måske et andet delemne indenfor samme hovedområde, vedkommende behersker. Omvendt skal opgaven ikke formuleres så bredt, at eleven slet ikke ved, hvad vedkommende skal gå i gang med.

Hjælpemidler i forberedelse og under eksamination

Som udgangspunkt er alle hjælpemidler, bortset fra kommunikation med omgivelserne, tilladt under såvel forberedelse som eksamination. Imidlertid er det væsentligt, at man før prøven har drøftet formålet og forløbet af prøven med eleverne. Det er elevens opfyldelse af de faglige mål, der skal bedømmes ved prøven, og her er brugen af diverse hjælpemidler ikke nødvendigvis en hjælp. For den elev, der har sine noter liggende elektronisk, kan der være god mening i at medbringe computeren (USB-stik) under eksaminationen. Der kan også være områder, hvor det vil være relevant at benytte et it-værktøj til en visualisering, der efterfølgende forklares.

Eksempler på prøvespørgsmål kan ses på EMUen.

Undervisningsbeskrivelse

Det fremgår af uddannelsesbekendtgørelsens, at hver lærer ved afslutningen af et skoleår skal udarbejde en skriftlig undervisningsbeskrivelse.

Undervisningsbeskrivelserne skal sikre et entydigt eksaminationsgrundlag. Ved udarbejdelsen af undervisningsbeskrivelsen benyttes den af undervisningsministeriet udarbejdede skabelon i det af ministeriet fastsatte format. Ministeriet kan kræve undervisningsbeskrivelserne indsendt og kan forlange, at dette skal ske i et bestemt elektronisk format. Skabelonen findes på UVMs hjemmeside.

5.3 Bedømmelseskriterier

De i læreplanen formulerede bedømmelseskriterier kan opfattes som fagets mål omskrevet til operatører, som er målbare og anvendelige ved vurderingen af en eksaminands præstation. Der er forskel på, i hvilket omfang opfyldelsen af de enkelte mål kan måles ved de to prøveformer. Dette giver sig udslag i de forskellige bedømmelseskriterier for den skriftlige hhv. den mundtlige prøve.

”I bedømmelsen af både den skriftlige og den mundtlige prøve indgår, i hvor høj grad eksaminanden er i stand til at opfylde de faglige mål.

Ved den skriftlige prøve lægges vægt på eksaminandens færdigheder i at:

- opstille, anvende og vurdere matematiske modeller og metoder til problemløsning*
- anvende fagets terminologi*
- formidle ræsonnementer og resultater.*

Der gives én karakter ud fra en helhedsvurdering.

Ved den mundtlige prøve lægges vægt på eksaminandens færdigheder i at:

- strukturere og gøre rede for et matematisk emne*
- gennemføre matematiske ræsonnementer*
- anvende fagets terminologi og metoder*
- formidle fagligt stof.*

Der gives én karakter ud fra en helhedsvurdering.”

Det er vigtigt at understrege, at bedømmelsen – uanset prøveform - altid skal gennemføres som en helhedsbedømmelse af eksaminandens præstation. Det er også vigtigt at understrege at eksaminandens emneopgave ikke indgår i bedømmelsen af præstationen ved den mundtlige prøve.

Ligeledes skal det understreges, at en præstation, der fuldt ud opfylder de relevante faglige mål udtrykt i bedømmelseskriterierne, vurderes til en karakter i karaktergruppen ”den fremragende præstation” jf. Bekendtgørelse om karakterskala og anden bedømmelse.

5.4 Beståelseskrav.

For at bestå matematik A, skal det vægtede gennemsnit af de karakterer, man opnår, være mindst 02, og resultatet kan ikke opnås ved oprunding. I praksis betyder vægtningen dog ikke noget for beregningen. Hver karakter i matematik på A-niveau har vægten 1