



MINISTERIET FOR
BØRN OG
UNDERVISNING
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Prøver – Evaluering - Under- visning

Matematik

Maj – juni 2011

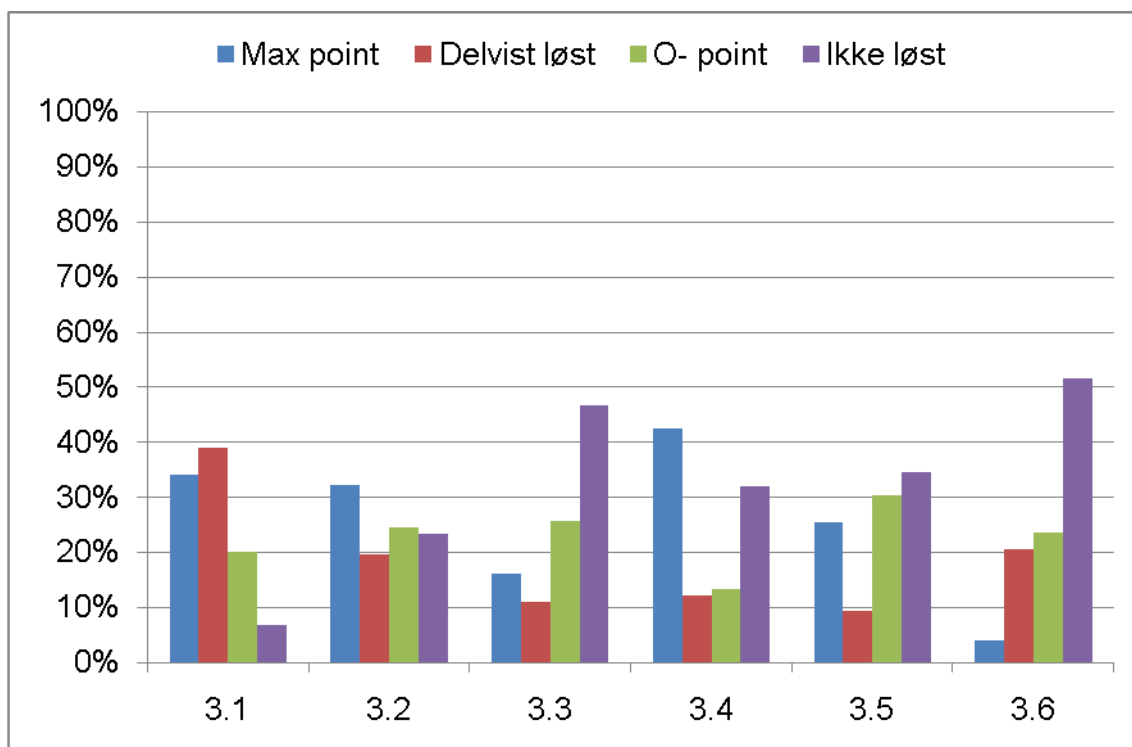
Fagkonsulent Klaus Fink

Kvalitets- og Tilsynsstyrelsen

Evaluerings- og Prøvekontor

Indhold

Indledning	4
Læsevejledning	4
Generelt om prøverne	5
Nyheder i 2011	5
Faglig læsning	5
Trigonometri	6
Matematiske kompetencer og matematiske arbejdsmåder	6
Statistik og sandsynlighed	6
Anvendelse af it	7
Faglig læsning for matematiklærere	7
Andre hjemmesider	8
Gode råd til undervisningen	9
Ændringer de sidste 5 år	10
Kladder og holdbar skrift	10
Aflevering af elevbesvarelser	10
Hjælpe midler	11
Fælles Mål 2009	12
Formelsamlingen	12
Mundtlig prøve, FS10	14
Bedømmelsesprocedure	14
Hvordan fremkommer en karakter i skriftlig matematik?	14
Den obligatoriske samtale	15
Fagets identitet og udvikling	15
Vurdering af især matematisk problemløsning	16
FSA – Matematiske færdigheder	17
Kommentarer til de enkelte opgaver	18
Tal og algebra	18
De tre øvrige områder	20
Geometri	21
Statistik og sandsynlighed	21
Matematik i anvendelse	22
FSA – Matematisk problemløsning	22
Kommentarer til de enkelte opgaver	22
For lidt eller for meget søvn?	22
Til sundhedsplejerske	25
Erobre flaget	27



.....	27
På efterskole	29
Sammenhænge i kvadrater	32
FS10 – Skriftlig matematik	34
Kommentarer til de enkelte opgaver	35
Randers Regnskov	35
Mad til to søkøer	36
Bordene i skoletjenesten	37
Verde Sumaco	41
Kombination og sandsynlighed	42
FS10 – Mundtlig matematik	43
Tekstopgivelser	44
Anvendelse af computer	44
Bedømmelse af elevpræstationer	45
Prøveform A	45
Prøveoplæg	45
Prøvens afholdelse	49
Prøveform B	49
Udsagn om den nye prøveform	50
Krav til de skriftlige redegørelser	50
Oplæg til undervisningsforløb	51
Det korte prøveoplæg med en problemformulering	53
Prøveforløbet	53
Bilag	54
Færdighedsprøven 2009-2011	54

Indledning

Afgangsprøven maj 2011 blev den prøve, hvor Fælles Mål 2009 for alvor kom til at præge opgaverne i skriftlig matematik. Efter to års undervisning med de nye mål var tiden inde til, at eleverne fik øget mulighed for at vise deres matematiske kompetencer. Opgavekommissionen sammensatte et opgavesæt, der på den ene side lignede tidligere års prøvesæt, som vi jo ofte bruger til træning i hverdagen, og på den anden side prøvede en række af de nye mål i Fælles Mål 2009. For nogle elever blev det en mulighed for at vise flere sider af deres læring i matematik end tidligere, for andre var det en stor udfordring med de nye emner, de blev prøvet i. Især FSA prøven lagde endvidere op til at eleverne anvendte it til prøven. Det har mange lærere udtrykt ønske om i flere år.

PEU 2011 er skrevet ud fra en række vurderinger af årets prøvesæt i maj måned. Censorerne har hver bidraget med en evalueringsrapport, og der har været afholdt et evalueringsmøde i forbindelse med forcensuren af de skriftlige prøver. Desuden har der kunnet trækkes mange oplysninger om elevernes arbejde med prøveopgaverne ud af det regneark, som blev anvendt i forbindelse med vurderingen af mere end halvdelen af alle elevbesvarelser. Der skal lyde en stor tak til alle, der på disse måder har givet værdifulde informationer til årets prøveevaluering.

En vurdering af karaktergennemsnit og karakterfordeling er ikke med i denne publikation. Karakterer fra folkeskolens afsluttende prøver offentliggøres hvert år på Ministeriet for Børn og Undervisnings hjemmeside.

Læsevejledning

Du behøver ikke nødvendigvis at læse hele publikationen, men kan vælge de kapitler og afsnit, der kan inspirere dig eller give dig nødvendige informationer.

Første kapitel indeholder en række generelle afsnit. Her kan du blandt andet læse om de nye emner, der prøves i, en gennemgang af de seneste års ændringer i prøverne samt nogle gode råd til undervisningens tilrettelæggelse i overbygningen.

Dernæst kommer 5 kapitler med en grundig gennemgang af årets prøver, opgave for opgave. De kan bruges på tre måder:

- Løsning af enkeltopgaver, især dem der er oplagte til brug af it.
- Pointgivning i de enkelte opgaver ud fra vurderingskriterierne.
- Oversigt over elevernes præstationer i de enkelte opgaver, hvilket kan hjælpe dig til at se, hvilke faglige emner, der måske skal være øget opmærksomhed på.

Endelig er der bilag for dig, der vil vide mere.

Generelt om prøverne

Nyheder i 2011

Allerede i afgangsprøverne i maj 2010 kunne man se opgaver, der havde deres udgangspunkt i elementer af de nye mål, men selvfølgelig på en måde så eleverne ikke skulle have været undervist efter de nye mål i årevis. Gradvist har opgavekommissionen udviklet nye eller ændrede opgavetyper, der kan prøve eleverne i dele af de matematiske kompetencer og i andre ændringer i målene.

Ved prøven i maj måned 2011 er Fælles Mål 2009 efter at have været gældende for undervisningen i to skoleår for alvor blevet implementeret i opgaverne. Dermed er udviklingen af opgaverne ikke stoppet, og der kan forventes yderligere tilpasninger af opgavernes karakter og nye opgavetyper. Implementeringen af Fælles Mål 2009 kan især ses på følgende områder:

- Faglig læsning
- Trigonometri
- Matematiske kompetencer
- Statistik og sandsynlighed
- Anvendelse af it.

Disse fem emner vil blive behandlet nærmere i de følgende afsnit.

Faglig læsning

Faglig læsning er i matematik både slutmål og trinmål på alle trin. Men også i andre fag er der fokus på faglig læsning. Dette betyder meget for undervisningen og ikke mindst lærerens rolle og arbejde:

- Læsning i alle fag er på dagsordenen.
- Elevernes læselæring er alle læreres ansvar.
- Læsning skal indgå på alle klassetrin.
- Faglæreren skal være opmærksom på at undervise i læsning af sit fags særlige tekster, genrer, faglige sprog og begreber samt fagspecifik anvendelse af ord, der har en anden betydning i dagligdagens sprog.
- Læsning må ikke blive et fag i faget eller henvist til et særligt kursus, men skal være på dagsordenen i hver lektion.
- Læselæring skal ses i nær sammenhæng med faglig skrivning og mundtligt arbejde.

Dette stiller nogle krav til faglæreren, der ud over almindelig viden om læseforståelse, skal have et godt kendskab til at undervise i læsning og skrivning i sit fag. I undervisningsvej-

ledningen til Fælles Mål 2009 er der et afsnit om faglig læsning og procesorienteret skrivning, og der er udkommet flere bøger og andre materialer både til elever og lærere.

Det kan hjælpe den enkelte lærer i dette arbejde at indgå i to fællesskaber:

- et fagteam samarbejde, hvor fagets særlige tekster og begrebsverden bearbejdes til undervisningen
- et klasseteamsamarbejde, hvor blandt andet en handleplan for klassens læselæring med fordeling af opgaver og ansvar vil være et godt redskab.

I årets prøvesæt er teksterne ikke længere end de har været de senere år, og der har været flere eksempler på teksttyper, der hører faget til. Dette vil blive omtalt i gennemgangen af de enkelte opgaver senere i denne publikation.

Trigonometri

Trinmålet i 9. klasse er enkel trigonometri i forbindelse med beregninger i retvinklede trekanter. De opgaver, der lægger op til, at eleverne bruger trigonometri, kan imidlertid også løses på andre måder, for eksempel ved tegning i målestoksforhold i hånden eller i et dynamisk geometriprogram. På et tidspunkt kan der forventes opgaver, hvor der *skal* bruges trigonometri på det niveau, som trinmålet foreskriver: Beregninger af sider og vinkler i retvinklede trekanter. I undervisningsvejledningen er der flere beskrivelser af undervisning i trinmålet ”arbejde undersøgende med enkel trigonometri i forbindelse med retvinklede trekanter og beregne sider og vinkler”, blandt andet et helt undervisningsforløb: ”Afstande der ikke kan måles”.

Nogle lærere har valgt at lade eleverne arbejde med cosinus og sinus relationerne. Det er ikke et krav og kan give eleverne problemer med at bruge formelsamlingen, men har de relationerne med i deres noter, vil de kunne anvendes i mange opgaver. Men man skal have gennemgået de tre formler i formelsamlingen.

Matematiske kompetencer og matematiske arbejds måder

De 8 matematiske kompetencer og fagets særlige arbejds måder, for eksempel undersøgelser, kan ikke fuldt ud prøves ved en skriftlig prøve. Men dele af for eksempel problemløsning og modellering kan fint prøves i en skriftlig prøve. Hjælpemiddelkompetencen kan også prøves og vil blandt andet kunne udmøntes i anvendelse af forskellige it-programmer.

Statistik og sandsynlighed

Disse emner fik i Fælles Mål 2009 et selvstændigt fagligt område. Der har længe været et ønske om, at eleverne i for eksempel statistik kom videre end at opnå færdigheder i at fremstille diagrammer og beregne deskriptorer. Derfor er der kommet opgaver, hvor eleven skal vurdere, hvad der kan læses ud af diagrammer og deskriptorer, og det er en faglig opgave, der falder mange elever svært.

Anvendelse af it

Sammenlignet med skriftlig fremstilling i dansk er det relativt få elever, der bruger computer ved afgangsprøverne i matematik. Tallet for dansk er 97 % og for matematik kun 27 %.

Det har længe været et ønske, at it kommer til at spille en større rolle i matematikundervisningen. Det har blandt andet været et krav siden faghæftet i 1995. Undervisningsministeriets "Formål og centrale kundskabs- og færdighedsområder i Folkeskolens fag" fra 1994, side 54-55:

"Matematisk kunnen får en ny dimension, når lommeregner og datamaskine indgår som almindelige hjælpemidler. Det indebærer blandt andet, at det arbejde med beregning og tegning, som disse hjælpemidler kan anvendes til, får en anden vægt i undervisningen."

"Eleverne skal være i stand til at benytte datatekniske hjælpemidler og vurdere i hvilke sammenhænge, det er hensigtsmæssigt at anvende dem ved problemløsning."

Derfor har der også været mange ønsker om, at prøveoplægget ved folkeskolens afsluttende prøver lagde op til en øget anvendelse af it. Det må siges at være indfriet i år. For eksempel kan over en tredjedel af opgaverne i FSA-prøven med fordel løses i et dynamisk geometriprogram. Dertil kommer, at mindst tre opgaver er meget velegnede til en løsning i et regneark. Resten - ca. halvdelen af opgaverne - kan løses i et it-program eller i hånden med en lommeregner. Desværre var det alligevel kun 27 % af eleverne, der valgte at anvende computer ved den skriftlige afgangsprøve i matematik, og det er det laveste tal, siden vi begyndte at registrere anvendelsen af it for 5 år siden.

Mange censorer melder desuden, at langt hovedparten af eleverne bruger computeren som skrivemaskine enten i et tekstbehandlingsprogram eller - især - i et regneark. Det bemærkelsesværdige og ærgerlige er, at en stor del af eleverne afleverer deres opgaver skrevet i en af de nævnte programtyper, hvorimod for eksempel grafer, diagrammer og geometriske tegninger er udført i hånden, altså netop de opgaver, hvor et it-program vil være et meget stærkt redskab. I gennemgangen af de enkelte opgaver vil jeg give eksempler på løsninger udført i it-programmer.

Faglig læsning for matematiklærere

I disse år sker der mange forandringer i folkeskolens arbejde. Også i forbindelse med afgangsprøverne har der løbende været gennemført ændringer, man som skole og lærer må forholde sig til. Det stiller krav til både ledere og lærere om hele tiden at være opdateret og godt inde i de tekster, der bestemmer prøvernes indhold og afvikling. Det er altså ikke muligt at køre på rutinen. Desværre ser man nogle lærere, der ikke kender til Fælles Mål 2009, og som derfor overraskes over opgaver, som for eksempel lægger op til anvendelse af trigonometri og ikke er sikre på, hvilke hjælpemidler mv., eleverne må benytte ved prøven.

Alle oplysninger om afgangsprøverne er samlet på ét sted: www.ktst.dk. Her kan man blandt andet finde følgende vigtige dokumenter:

- Prøvebekendtgørelsen, blandt andet med reglerne for prøvens afholdelse og de faglige krav til de enkelte fag.
- Prøvevejledningen, blandt andet med en gennemgang af vurderingskriterierne.
- Kvalitets- og Tilsynsstyrelsens formelsamling.
- PEU fra tidligere år, som for eksempel kan bruges af lærere, der anvender tidligere års afgangsprøver til terminsprøver og i det daglige arbejde.
- Rettevejledninger, blandt andet med omsætningstabeller.
- Fælles Mål 2009.
- Karakterbekendtgørelse og vejledende karakterbeskrivelser.

Disse dokumenter bør alle matematiklærere i overbygningen sætte sig ind i for at forberede undervisningen og eleverne bedst muligt til de afsluttende prøver. Især er det vigtigt i hele skoleforløbet at være godt inde i såvel slut- og trinmål som læseplanen i Fælles Mål 2009. Undervisningsvejledningen kan være en stor hjælp i planlægning og gennemførelse af undervisningen ud fra målene for faget.

Andre hjemmesider

Der er en del hjemmesider, det er fornuftigt at besøge regelmæssigt, da der er meget information og inspiration at hente til sin daglige undervisning.

www.uvm.dk

Her er blandt andet direkte adgang til Fælles Mål 2009 og karakterbeskrivelserne. Desuden er der mange oplysninger om folkeskolen og den aktuelle udvikling.

www.evaluering.uvm.dk

Her kan matematiklæreren hente inspiration til den løbende evaluering i sit fag. Der er både generelle artikler om evaluering og fagspecifikke inspirationsartikler. Hjemmesiden giver desuden adgang til de nationale test. Endelig er der også inspiration til arbejdet med elevplaner. Adgang til de nationale test mv. sker ved at skrive i et blankt adressefelt: testogprøver.dk, altså uden http://www.

www.emu.dk

På det elektroniske mødested for undervisere er der en mængde konkrete forslag til undervisningsforløb, anvendelse af it i undervisningen, e-læringsmoduler til lærere og meget mere.

Endelig er der i Skolekom en konference for matematiklærere, hvor alle aspekter af undervisning i matematik tages op til diskussion, og egne materialer og ideer udveksles.

Gode råd til undervisningen

Hvordan kan jeg forberede mine elever bedst muligt til afgangsprøven?

Meget ofte er svaret i praksis: Træning gennem aflevering af gamle prøvesæt. Jeg er ikke sikker på, at det er den bedste og mest effektive måde at styrke elevernes læring og forbedelse til afgangsprøven. Jeg vil her give et par gode råd til arbejdet især i 8. og 9. klasse.

Procesorienteret opgaveskrivning

Vi ved, at en grundig tilbagemelding til eleverne om deres arbejde betyder meget for deres læring. Hvis vi nøjes med at give dem en ”blækregning” for og derefter give dem en karakter, evt. med nogle kommentarer, lærer de sandsynligvis ikke ret meget nyt. Derimod kan læringen fremmes i en proces, hvor den enkelte elev får tilbagemeldinger og vejledning undervejs i processen med at fremstille sin besvarelse af for eksempel et gammelt prøvesæt. Responsen kan gives af læreren eller af andre elever. Du kan læse mere om dette i undervisningsvejledningen til Fælles Mål 2009.

Fremstil dit eget prøvesæt

En del lærere har haft stor succes med at lade eleverne fremstille et helt prøvesæt i problemløsning ud fra et selvvalgt tema. Det fungerer bedst, hvis arbejdet udføres i mindre grupper. Eleverne skal researche og fremstille opgaver. Formuleringen af opgaverne giver dem indsigt i de rigtige prøvers sprogbrug og gør dem bevidste om, hvilke faglige områder, der prøves i, og hvordan de indarbejdes i en virkelighedsnær kontekst. Som forarbejde til et sådant arbejde kan du give dine elever et tidligere prøvesæt, hvor alle spørgsmål og opgaver er fjernet. Eleverne skal så ud fra tekst og tegninger finde ud af, hvad man kan finde på at spørge om.

Lignende arbejdsmåder kan med fordel bruges til elevfremstillede færdighedsprøver, hvor eleverne bliver mere bevidste om de opgavetyper, der regelmæssigt optræder i færdighedsprøven.

Husk det mundtlige arbejde

Det er næppe nogen hemmelighed, at det mundtlige arbejde med matematik i overbygningen sandsynligvis er blevet mindre efter bortfaldet af den mundtlige prøve. Det er ærgerligt, for der er meget, som tyder på, at elever, der har arbejdet mundtligt med matematik og problemløsning, også klarer sig bedre til den skriftlige prøve. Nogle lærere har også gode erfaringer med at arbejde mundtligt med et gammelt prøvesæt.

Læsning i matematik

En teksttype, der bør indgå i læsning i matematik er prøveoplægget til afgangsprøverne. Eleverne skal lære læseteknikker og læsestrategier til arbejdet med teksterne og opgaverne. For mange elever er det givtigt at arbejde i små grupper med læsning af prøveopgaverne.

Anvendelse af it til prøven

Det kræver, at eleverne er fortrolige med de programmer, de vil anvende til prøven. Flere programmer kan med fordel anvendes helt fra skolestarten. Regelmæssigt brug af programmerne gennem hele skoleforløbet med stadig nye anvendelsesområder vil føre til en sikkerhed i at anvende dem til afgangsprøven. Som minimum skal regneark og et dynamisk geometriprogram indgå i undervisningen. Men mange vil også have stor glæde af et CAS-program.

Regneark eller dynamiske geometriprogrammer er oftest ikke de mest velegnede til at samle en hel prøvebesvarelse. Den matematiske kommunikation foregår bedst i et program, der kan samle løsning af enkeltopgaver i regneark og et dynamisk geometriprogram samt kan kommunikere løsning af andre opgavetyper. Det kan være et tekstbehandlingsprogram, evt. med en matematikapplikation eller et CAS-program. Alle de nævnte programmer findes både som købe-programmer og som gratis-programmer på nettet.

Ændringer de sidste 5 år

Der er sket en del større og mindre ændringer i reglerne om de skriftlige prøver efter 9. og 10. klasse samt i den mundtlige prøve. Jeg gennemgår her nogle af de vigtigste af hensyn til nye lærere og lærere, der ikke har haft elever til afgangsprøve de senere år. Der er nemlig stadig nogen usikkerhed om nedenstående hos nogle ledere, lærere og elever.

Kladder og holdbar skrift

Begge begreber er forsvundet fra prøverne i matematik. Derfor må man i sin undervisning undgå ord som ”blækregning”, at stille krav om ”indskrivning” osv., der kan forlede eleverne til at tro, at der skal fremstilles en kladde, og at der skal skrives ind med kuglepen. Det sidste har vist sig at være et problem for en del elever, der med en indskrivning af alle opgaver kommer i tidnød. Det skyldes ikke, at der er for mange opgaver, men at eleverne har fået en forkert arbejdsvane. Desuden vil arbejde på computer ikke kræve en kladde, men måske andre former for tænkearbejde på papir i forbindelse med løsningen af opgaverne i et it-program.

En af konsekvenserne af ovenstående er, at der ikke mere er krav om en særlig farve på papir samt type skriveredskab. Derimod er der krav om præcision i afleveringen af de ark, eleven vil have bedømt, se næste afsnit.

Aflevering af elevbesvarelser

En besvarelse kan være sammensat af print fra en computer, håndskrevne ark, diagrammer og grafer på millimeterpapir og svarark. Det er eleven, der suverænt beslutter, hvad der skal afleveres til bedømmelse. Det stiller krav til eleverne og den tilsynsførende at få afleveret besvarelserne på en korrekt måde:

- Der skal kun afleveres én version af hver opgave og hvert svarark. Medsendte ”kladder” kan gøre det svært for censor at finde ud af, hvilken version af opgaven, eleven ønsker rettet. Det kan betyde, at dele af elevens besvarelse ikke kan medtages i bedømmelsen.
- Eleven skal nummerere hvert enkelt ark og skrive det samlede antal ark på hvert ark. Ved ark forstås for eksempel A4 ark med print, et foldet A3 med håndskrift, svararket eller et stykke millimeterpapir. Det er således ikke hver enkelt side, der skal nummereres.
- Eleven bør ikke i sin besvarelse henvise til bilag eller et svarark, der ikke er vedlagt.
- Eleven underskriver sin besvarelse på det første ark.
- Den tilsynsførende kontrollerer, at afleveringen lever op til reglerne og kvitterer med sin underskrift på første ark. Det er skolelederens ansvar, at de tilsynsførende kender de gældende regler.

Elevbesvarelser skal ligge i den rækkefølge, der fremgår af karakterlisten. På karakterlisten anføres evt. udeblevne elever.

Hjælpemidler

Der er fortsat en vis usikkerhed på nogle skoler om reglerne for tilladte hjælpemidler ved prøven i matematisk problemløsning til FSA og skriftlig matematik til FS10. Det er blandt andet baggrunden for formuleringerne i prøvebekendtgørelsen. I bekendtgørelse nr. 918 af 13. juli 2010, bilag 1 står der:

”2.10. Til prøven må anvendes alle de hjælpemidler, som eleven har anvendt i den daglige undervisning, samt den af Kvalitets- og Tilsynsstyrelsen udgivne formelsamling.”

I bilag 2 står en tilsvarende tekst om hjælpemidler ved FS10 prøven i skriftlig matematik.

Det er altså nu klart slået fast, at alle hjælpemidler, som eleven har anvendt i den daglige undervisning, er tilladte at medbringe til prøven. Det betyder også, at alle computerprogrammerer tilladte, hvis eleven benytter computer ved prøven. Ofte bliver jeg spurgt om dette og hint er tilladt at medbringe til prøven, og svaret er altid et ja ud fra prøvebekendtgørelsen. Spørgsmålene bunder nok i en usikkerhed, der opstår ud fra tidligere tiders detaljerede begrænsninger i hjælpemidler.

Men der er to forhold at holde sig for øje:

- Den tilsynsførende skal sikre, at eleverne ikke kommunikerer utilsigtet.
- Det er vigtigt at diskutere omfanget af hjælpemidler med eleverne forud for prøven – så der kun medbringes de hjælpemidler, den enkelte elev er fortrolig med og kan have glæde af under den relative korte prøve.

Fælles Mål 2009

Det nye faghæfte i matematik har nu været grundlaget for matematikundervisningen i grundskolen i to hele skoleår. Faghæftet forekommer mange temmelig omfangsrigt, men hovedparten af det er en undervisningsvejledning, som man kan vende tilbage til, når man gerne vil have hjælp til undervisningen på et af de områder, der er med i målene og læseplanen. Der er en del større og mindre ændringer, som her er i punktform:

- Matematiske kompetencer og matematiske arbejdsmåder er nye CKF'er.
- Statistik og sandsynlighed er nu et selvstændigt område i de matematiske emner på linje med tal og algebra og geometri.
- Elevens aktive deltagelse i udvikling af metoder på baggrund af egen forståelse er blevet præciseret.
- Der er mere fokus på dialogen i undervisningen.
- Faglig læsning er blevet både slut- og trinmål.
- Perspektivtegning og isometrisk tegning er nedtonet og er ikke mere et trinmål.
- Undersøgende arbejde med enkel trigonometri er tilføjet.
- It har fået en mere fremtrædende plads.

Skal man dømme ud fra kursusopslag, konferencer og seminarer er Fælles Mål 2009 blevet pænt modtaget og langsomt ved at blive grundlaget for matematikundervisningen i praksis. Især er der interesse for matematiske kompetencer og deres evaluering, faglig læsning og it. Selvfølgelig er der også en del interesse for trigonometri, men det forekommer ikke at være helt ukendt for de fleste lærere i overbygningen.

Formelsamlingen

Formelsamlingen er blevet fremstillet ud fra Fælles Mål 2009, og den skal således være med til at fastlægge de begreber og faglige områder, der forventes arbejdet med i undervisningen i overbygningen. Desværre har det vist sig, at nogle elever ikke har været præsenteret for formelsamlingen i undervisningen, men kun for en ældre udgave eller en forlagsfremstillet opslagsbog.

Der er flere ændringer i formelsamlingen. En af de iøjefaldende er, at tabeller nu udgår af samlingen. Der henvises til brug af lommeregner, computerprogrammer eller eventuelt tabeller medbragt til prøverne. Disse tabeller kan med fordel være fremstillet af eleverne selv i løbet af skoleåret, for eksempel i et regneark.

En anden afgørende ændring er tilføjelsen af kvadrerede højresider, som er målrettet elevernes selvstændige arbejde med formlerne.

I forordet til læreren står der blandt andet:

”Hensigten med at udarbejde en særlig formelsamling til brug ved folkeskolens afsluttende prøver i matematik er blandt andet at afgrænse det fagsprog og de matematiske begreber, der uden yderligere forklaring kan indgå i de afsluttende prøver. Det kan derfor være en fordel, at eleverne har formelsamlingen til rådighed allerede fra 7. klasse, så der er god tid til at sætte sig ind i indholdet.”

”Formelsamlingen er opbygget således, at de fleste af de lige venstresider indeholder formel mv., næsten uden eksempler, mens eleverne på de kvadrerede højresider kan skrive eksempler og forklaringer, som han eller hun selv har fremstillet. Denne opdeling af formelsamlingen har sit udgangspunkt i Fælles Mål 2009, hvor det fastslås, at eleverne skalsættes i stand til at deltage i udvikling af strategier og metoder i forbindelse med de matematiske emner.”

I forordet til eleven står der blandt andet:

”På venstresiderne kan du læse om formler og meget mere. På højre siderne kan du skrive dine egne noter, som du også må medbringe til afgangsprøverne. På højre siderne kan du blandt andet:

- skrive formlerne i den form, du er mest fortrolig med
- skrive dine egne eksempler på, hvordan formlerne bruges
- skrive andre formler, du mener, du kan få brug for.”

Formelsamlingen er udover de nævnte højresider en del anderledes end den tidligere, idet der er tilføjet nye emner og ændret i opbygningen. Hovedændringerne er:

- Geometrisk repræsentation af algebra (s. 12). Dette bliver prøvet i færdighedsprøven og er desuden meget anvendeligt i udvikling af for eksempel en multiplikationsalgoritme.
- Regnearkets anvendelse af trinvis fremskrivning i arbejdet med sammensat rente (s. 18). Regneark kan bruges på lignende måde til undersøgende arbejde med annuiter.
- Forholdet mellem siderne i ensvinklede trekanter (s. 26). Dette er en af forudsætningerne for det undersøgende arbejde med trigonometri.
- Trigonometri (s. 30) og en arealformel for trekanter (s. 24).
- Omskrivning af afsnittene om arbejde i koordinatsystem, funktioner, proportionalitet og vækst.

Desuden er afsnittet om statistik blevet omskrevet og udvidet, blandt andet med boksplot og regressionskurver. De er med for at udvide elevernes adgang til at behandle statistisk materiale på en mere kvalificeret måde. Begge beskrivelsesmetoder kan med fordel fremstilles på en computer enten i regneark eller et dynamisk geometriprogram som GeoGebra.

Det er vigtigt at være bevidst om, at der i statistik ofte er flere og lige rigtige definitioner af de forskellige deskriptorer, deres beregning og tegning. For eksempel kan et boksplot lige så godt tegnes lodret, og der findes flere metoder til beregning af kvartilsæt end den, der er vist i formelsamlingen. Dette skal der tages højde for i vurdering af elevbesvarelsener.

En elev, der har arbejdet solidt med sin formelsamling, får næppe brug for andre skriftlige hjælpemidler bortset fra måske en matematisk opslagsbog.

Mundtlig prøve, FS10

Der er to prøveformer at vælge mellem, men det skal ske i starten af skoleåret og er bindende for alle de elever i en klasse, der vælger at gå til mundtlig prøve. Eleverne vurderes ud fra de samme krav ved begge prøveformer. Forskellen mellem de to prøveformer er alene i prøvernes opbygning. Prøveform A er den traditionelle mundtlige prøve i matematik, mens prøveform B inddrager materiale ved prøven, som er udarbejdet i undervisningen i årets løb.

Bedømmelsesprocedure

Hvordan fremkommer en karakter i skriftlig matematik?

Forud for prøvens afholdelse har opgavekommissionen givet hver enkelt opgave et antal point for korrekt besvarelse. Pointene fordeles til en vis grad lige til hver delopgave, men der tages for eksempel hensyn til, at særligt arbejdskrævende opgaver tildeles lidt flere point.

Begrundelsen for at tilstræbe ligelig fordeling af point på de enkelte opgaver er, at svære og lette opgaver ikke nødvendigvis er de samme for alle elever, og at der ikke er noget matematik, der er "finere", fordi det er svært. Opgaverne skal afspejle prøvebekendtgørelsens udmøntning af Fælles Mål 2009 og vurderes herefter. Alle spørgsmål kan ved en ligelig pointfordeling vurderes ensartet:

- Tre-fire point for den fuldendte eller næsten fuldendte besvarelse.
- To point for en besvarelse, der i princippet kan være rigtig, men med en regne-/aflæsnings-/skrivefejl undervejs eller uklar kommunikation til en ellers rigtig besvarelse.
- Et point til de elever, der har skrevet rigtig facit uden tekst/mellemregning, eller til besvarelser med elementer af rigtige tanker.
- Nul point, hvis der ikke er arbejdet med opgaven, eller hvis det skrevne er uden mening.

Pointfordelingen offentliggøres på Kvalitets- og Tilsynsstyrelsens hjemmeside dagen efter prøvens afholdelse.

Nogle af de beskikkede censorer deltager i en forcenur, hvori der skal indgå vurderinger af flere tusinde elevbesvarelsener. Disse bearbejdes statistisk, og opgavekommissionen vurderer,

om der skal ske justeringer i omsætningstabellen, hvis det viser sig, at nogle opgaver har vist sig uventet svære, eller hvis der konstateres deciderede fejl eller lignende.

Under gennemlæsningen af elevbesvarelsene giver såvel censor som lærer et antal point for opgaverne. Karakteren kan aflæses i omsætningstabellen, men derefter vurderes den samlede besvarelse i et afsluttende skøn, som evt. kan rykke karakteren op eller ned. Ved den obligatoriske samtale kan den vejledende karakterbeskrivelse med fordel indgå.

Den obligatoriske samtale

Den endelige karakter fastsættes ved en obligatorisk samtale mellem censor og faglærer. En opgørelse af faglærers, censors og den endelige karakter viser, at der er ret begrænsede forskelle på faglærernes og censorernes bedømmelse. Tilbagemeldinger fra censorerne viser, at langt de fleste samtaler er gennemført i en god og positiv atmosfære med stor enighed om den endelige karakter. Der har selvfølgelig været enkelte uheldige samtaler, og i de tilfælde er der altid den mulighed at blive enige om at være uenige og dermed beregne den endelige karakter ud fra de gældende regler i prøvebekendtgørelsen. De mindre gode samtaler, der har været ført, viser, at der stilles store krav til såvel censor som faglærer om at være godt inde i reglerne og fagets udvikling. Desuden skal begge parter i selve samtalen være indstillet på, at den enkelte elev skal have den rigtige karakter for sin besvarelse af den skriftlige prøve ud fra de kriterier, som bekendtgørelse og vejledning foreskriver. De vejledende karakterbeskrivelser har vist sig at være glimrende til at supplere såvel pointgivning som det afsluttende skøn over den samlede besvarelse, når censor og faglærer i den obligatoriske samtale arbejder med at give den enkelte elev den rigtige karakter.

§ 14. Hvor en censor eller eksaminator medvirker, fastsætter denne karakteren. Hvor der ved bedømmelsen medvirker både en censor og en eksaminator, fastsættes karakteren efter drøftelse mellem dem.

Stk. 2. Hvis censor og eksaminator ikke er enige om en fælles bedømmelse, giver de hver en karakter. Karakteren for prøven er gennemsnittet af disse karakterer afrundet til nærmeste karakter i karakterskalaen. Hvis gennemsnittet ligger midt imellem to karakterer, er den endelige karakter nærmeste højere karakter, hvis censor har givet den højeste karakter, og ellers den nærmeste lavere karakter.

Fagets identitet og udvikling

Faget matematik er et af de centrale fag i grundskolen. Der er tale om verdens største fag, da det blandt andet er det eneste fag, der er på skemaet i alle verdens skoler. Faget er et sprogligt fag, hvor anvendelse af både mundtligt og skriftligt sprog er afgørende for elevernes begrebsudvikling, præcisering af tankegange og læring i matematik. Matematik er også et af de vigtigste faglige redskaber i en lang række andre fag og funktioner i dagligdagen. Således har matematik en stadig stigende betydning i de videregående uddannelser, i den teknologiske udvikling og i samfundet i øvrigt.

Men samtidig er meget af matematikkens anvendelse skjult for mennesket i dagligdagen. Dette skisma har også betydning for arbejdet i skolen, hvor ikke al matematik kan gøres umiddelbart motiverende med eksempler fra elevernes nære hverdag. Der er til stadighed mange diskussioner om fagets indhold, undervisningens tilrettelæggelse og fagets målsætning. Disse diskussioner sker ofte på baggrund af målene for faget og indimellem med inddragelse af ny didaktisk forskning, og det er med til at udvikle faget matematik i folkeskolen.

Med de obligatoriske nationale test og indførelse af obligatoriske afgangsprøver er der nu tre statslige evalueringer i faget matematik. Det er vigtigt at gøre sig klart, at de to nationale test i 3. og 6. klasse er tænkt som formative test, der kan hjælpe læreren i evalueringen og planlægningen af sin undervisning. Desuden betyder testformen og den tid, der er afsat til den, at kun en mindre del af fagets mål kan evalueres i disse test. For at kunne evaluere alle mål og på alle klassetrin skal der flere evalueringsredskaber i brug. Til dette arbejde er der meget inspiration at hente på www.evaluering.uvm.dk.

Afgangsprøven er til gengæld en summativ evaluering som afslutning på grundskoleforløbet. Prøven i matematik kommer dybere i evalueringen af fagets mål end de nationale test. Men heller ikke afgangsprøven evaluerer alle mål, idet det mundtlige arbejde med matematik ikke prøves ved FSA. Da dette også skal evalueres, blandt andet fordi det er med i målene, og fordi det skal bedømmes med standpunktskarakterer, er det både nødvendigt at arbejde med den mundtlige dimension og evaluering af dette arbejde i den daglige undervisning.

Vurdering af især matematisk problemløsning

Det er vigtigt at slå fast, at vurdering af matematisk problemløsning ikke kun kan være en kontrol af antallet af rigtige facit. Der er mange andre forhold i elevbesvarelsene, der skal indgå i bedømmelsen. Det kan man læse om i såvel prøvebekendtgørelsen som prøvevejledningen. Her skal blot gengives en del af bekendtgørelse nummer 918 af 13. juli 2010:

”2.9. I bedømmelsen vil der blive lagt vægt på elevens brug af faglige begrundelser, herunder anvendelse af matematiske modeller, samt elevens anvendelse af forklarende tekst, algebraske udtryk, tegninger og grafer. Ligeledes indgår det i bedømmelsen, hvorledes eleven på grundlag af de foreliggende oplysninger og data kan vurdere problemer, beskrive løsningsstrategier og udarbejde løsninger ved hjælp af matematikken.”

Det er vigtigt, at eleverne forholder deres matematiske løsninger til det praktiske problem, der skal løses, blandt andet ved at angive den endelige løsning med et passende antal betydende cifre og decimaler. Jeg vil her citere en af historiens mest fremtrædende matematikere, Carl Friederich Gauss, 1777-1855: ”Der er intet, som i højere grad er udtryk for en mangel på matematisk uddannelse, som en umådelig nøjagtighed ved regning med tal.”

To spørgsmål stilles ofte og bliver her nærmere kommenteret:

Skal der *altid* være en begrundelse i form af tekst, tegning, regneudtryk mv.? Ja, principielt kan der højst gives et point for et rigtigt facit helt uden begrundelse eller ledsagende tekst.

Der forekommer dog opgaver, hvor en begrundelse kan være undladt, for eksempel ved simple aflæsninger i et skema eller diagram.

Kan en begrundelse være udelukkende i dagligsprog uden regneudtryk eller lignende matematikprog? Ja, men det forekommer sjældent, da det for langt de fleste elever er lettere at opstille et regneudtryk. Derimod bør sammenblanding af dagligsprog og et regneudtryk medføre et fratræk i point. Her er et par eksempler:

Eksempel 1, FSA maj 2008, opgave 1.3

”Den procentvise stigning fra sommeren 07 til sommeren 08 er (75-70, som er priserne fra 08 og 07 = 5, som er stigningen / 70 = $0,071 \cdot 100$) = 7,1 % ”

Eksempel 2, FSA maj 2008, opgave 3.3

”Menuen, som Peter spiser, dækker (4.000, som er det, menuen indeholder / 10.600, som er det, maksimumindtag bør være * 100) = 37,73 % af hans daglige forbrug.”

Et tredje spørgsmål, der er blevet stille mange gange det seneste år, er: ”Hvordan er det mest korrekt, at eleverne stiller deres besvarelse op for at få fuldt pointtal?”

Der er imidlertid ikke kun én korrekt måde at kommunikere skriftlig matematik på. Det er vigtigt, at den enkelte elev er med til at udvikle en god måde at fremstille sine besvarelser på, som passer til elevens måde at tænke og arbejde på. Jeg overvejer at indsamle et antal elevbesvarelser, som på forskellige måder er eksemplariske i deres kommunikation.

FSA – Matematiske færdigheder

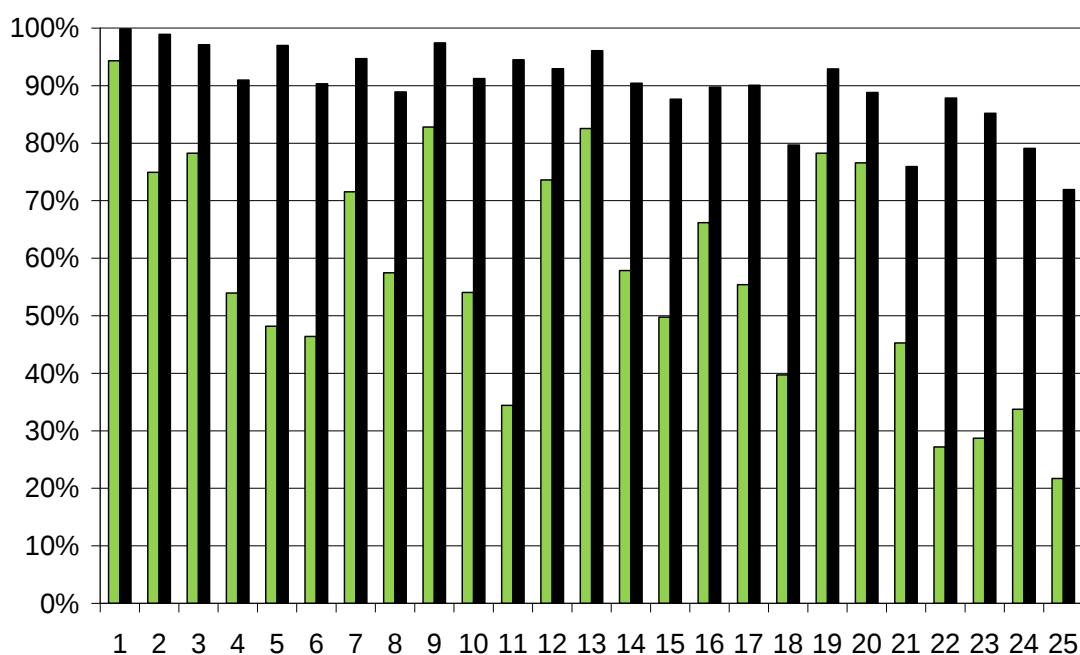
Opgavekommissionen har fortsat med at emneopdele de 50 færdighedsopgaver, således at det nye faglige område statistik og sandsynlighed også har fået en selvstændig placering. Opgavesættet er af samme sværhedsgrad som de senere år, men der er nu opgaver, som ved første øjekast forekommer lette, men som faktisk er besværlige for elever, der er afhængige af en enkelt løsningsmetode, for eksempel en indlært standardalgoritme, men giver elever med flere løsningsmetoder mulighed for at klare opgaven på en mere effektiv måde. Dette gælder ikke mindst de 4 første opgaver.

Gennemgående har eleverne klaret prøven pænt, men niveauet er generelt lidt lavere end de to sidste år. En del af forklaringen ligger måske i de nye opgavetyper og i reduktionsopgaverne. Men en del af forklaringen kan også ligge i den måde, der undervises på. De fleste af opgaverne kan med fordel løses ved hovedregning eller uformelle notater, hvorimod en del opgaver vil blive vanskeligere at løse ved hjælp af en standardalgoritme, der ofte ikke er forstået og vanskelig at huske. I bilagene er en sammenligning af færdighedsprøverne 2009-2011 med besvarelsesprocenter for de første 25 opgaver (tal og algebra) hvert af de tre år.

Kommentarer til de enkelte opgaver

Ved læsningen af dette afsnit er det godt at have årets prøver i matematiske færdigheder ved siden af. De nedenstående statistikker er udarbejdet på basis af de over 31 000 elevbesvarelser, der er indsamlet blandt de censorer, der anvendte Kvalitets- og Tilsynsstyrelsens retteprogram. De lyse søjler viser andelen af korrekte svar, de mørke viser andelen af besvarelser af den enkelte opgave.

Tal og algebra



Opgave 2-4

Disse tre opgaver er gode eksempler på kommentaren i forrige afsnit om hovedregning versus standardalgoritmer, især subtraktionen i opgave 2 og divisionen i opgave 4. Opgave 3 ligner til forveksling den tilsvarende opgave i 2010, men færre har i år løst den korrekt. Som lærer må man overveje, om undervisningen har givet tilstrækkelige muligheder for, at eleverne har flere metoder end en enkel standardalgoritme.

Opgave 5-6

Det er ikke overraskende, at regningsarternes hierarki volder eleverne problemer, men det er overraskende, at i år har under 50 % opgaverne rigtige, mens 60 % havde de tilsvarende opgaver rigtige i 2009 og 2010. Det er vigtigt stadigvæk at arbejde med regningsarternes hierarki blandt andet for at give eleverne et redskab til at kontrollere deres lommeregners måde at håndtere beregninger på.

Opgave 7-8

Opgaver med multiplikation og division med ”pæne” tal har eleverne klaret bedre de foregående to år end i år.

Opgave 9-11

Regning med decimaltal har ikke været prøvet i nogle år. Opgaverne er konstrueret, så de med fordel kan løses i hovedet. Det er positivt at opgave 9 løses korrekt af 82 %. Det er ikke overraskende, at opgave 11, som egentlig er ret enkel, men giver et negativt resultat, kun er rigtig hos lidt over hver 3. elev.

Opgave 12-13

Omskrivning til procent er på et uændret niveau i forhold til de sidste par år.

Opgave 14-15

Det er vigtigt at understrege, at opgaver med brøkgregning kan det rigtige resultat skrives på flere måder: Forkortet brøk, uforkortet brøk, blandet tal, decimaltal og procenttal, da der ikke står i opgaveteksten, at resultatet skal afleveres i en bestemt form.

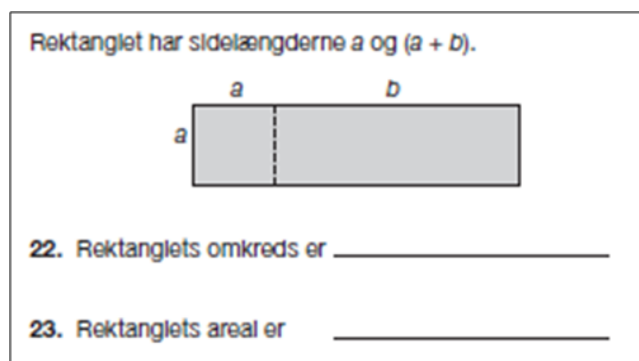
Opgave 16-18

Gennem nogle år har eleverne klaret opgaverne med procentregning pænt, men det er overraskende at opgave 18 kun er løst af 40 % af eleverne mod 77 % sidste år. Det kan skyldes, at tallene i år forekommer lidt sværere, men det kan næppe være hele forklaringen.

Opgave 19-21

Det går stadigvæk pænt med løsning af enkle ligninger. Men opgave 21, hvor der optræder en brøk (jvf. det tilsvarende trinmål), går det galt for mere end halvdelen af eleverne, og hver fjerde har ikke svaret på opgaven.

Opgave 22-23

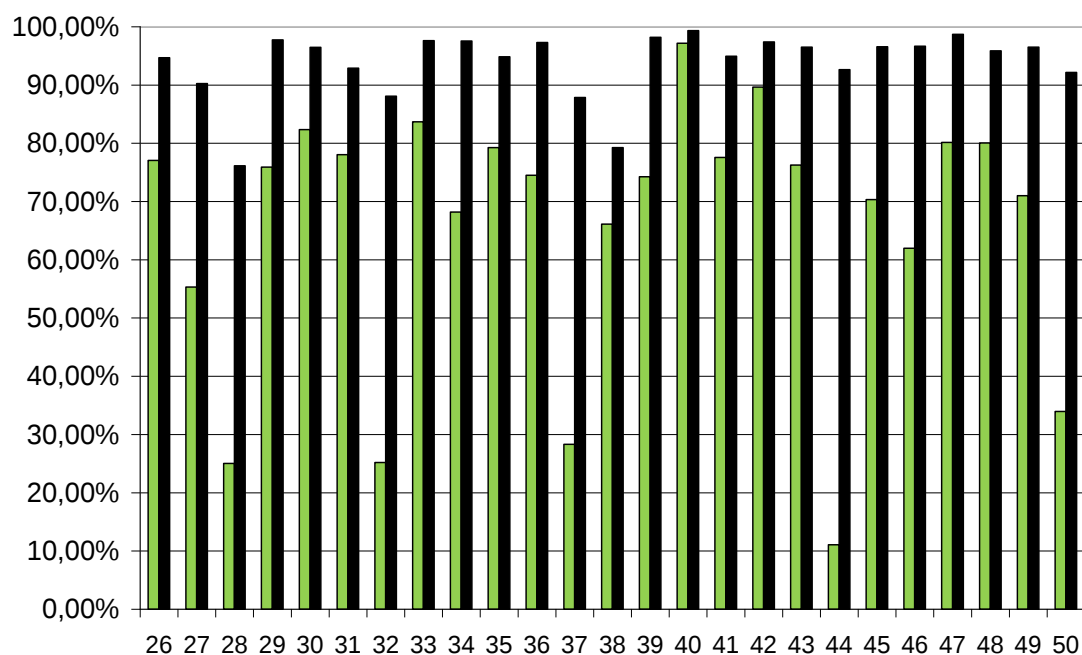


Denne nye opgavetype, hvor algebraiske udtryk skal kædes sammen med en geometrisk figur (jvf. de trinmål, der handler om at forbinde tal og algebra med geometri) blev introduceret sidste år som en relativ nem multiple choice opgave. I år er opgavetypen fuldt udbygget. Den typiske fejl er, at eleven måler på tegningen og afleverer et resultat i tal. Dette er der ikke lagt op til hverken i teksten eller på tegningen. Derimod er det vigtigt at understrege, at der ikke kræves en reducere af resultatet (det prøves eleverne i de næste opgaver), og derfor er resultater som for eksempel $a+b+a+b+a+a$ korrekte.

Opgave 24-25

Det er desværre kun ca. hver fjerde elev, der kan håndtere reduktionsopgaver.

De tre øvrige områder



Geometri

Elevernes arbejde med disse 13 opgaver, der har udgangspunkt i trinmålene for dette område, viser som i 2010, at der skal mere fokus på arbejdet med geometri. Arbejde i et dynamisk geometriprogram kan være med til at styrke læringen hos mange elever.

Opgave 26

En lignende opgave for nogle år siden var meget svær for eleverne, men når 77 % denne gang afsætter vinklen korrekt, tyder det på, at der stadig arbejdes med vinklemåleren i undervisningen.

Opgave 27-28

Den tilsvarende opgave i 2010 blev klaret af 20 procentpoint flere elever end i 2011. Selv om tallene i år var lidt sværere at arbejde med end sidste år, kan det næppe være hele forklaringen.

Opgave 29

Ved afstand forstås den korteste og dermed vinkelrette længde. Det er positivt, at over 75 % af eleverne kender definitionen. Da der er tale om måling med linealer af svingende nøjagtighed må resultater fra 1,9 til 2,1 cm godkendes.

Opgave 32

Kun hver fjerde elev kan finde overfladearealet af en kasse. Opgaven var typisk for mange prøveoplæg til den mundtlige prøve, og noget tyder på, at arbejde med konkrete materialer og mundtlighed er forudsætningen for at opnå en færdighed som den, der prøves her.

Opgave 37

Der er to forskellige måde at arbejde med arealet på. Den ene er optælling af kvadrater i det omskrevne rektangel og trække tre trekantsarealer fra. Den anden er måling af en grundlinje og en højde. Begge metoder er i færdighedsprøven korrekte, og den sidste metode giver korrekte resultater inden for et interval, der tager højde for måleunøjagtigheden.

Statistik og sandsynlighed

Opgave 39-41

Selv om konteksten nok ikke er kendt af ret mange elever, er der mange rigtige besvarelser.

Opgave 42-44

Resultaterne må angives som brøker, decimaltal eller procenttal. Den sidste opgave er åbenbart meget svær for eleverne. Måske kan arbejde med chancetræ være med til at hjælpe eleverne med denne type opgave.

Matematik i anvendelse

Eleverne klarer generelt opgaverne i den opgavegruppe ganske pænt. Dog var opgave 50 en udfordring for de fleste elever. Opgaven prøver eleverne i læsning og forståelse af et skema, hvor teksten er af afgørende betydning.

FSA – Matematisk problemløsning

Vurderingen af en elevbesvarelse i problemløsning er som tidligere omtalt meget mere end den kontrol af rigtigt svar. Forventningen er altså, at eleven i sin besvarelse redegør for sin proces for at komme frem til sit løsningsforslag. Det kan være i form af tekst, tal, regneudtryk, tegning mv. Denne redegørelse skal indgå i bedømmelsen og stiller krav til censor og faglærer i arbejdet med vurderingen af elevbesvarelserne.

Det er ikke alle fejltypen, der nødvendigvis skal trækkes point fra, hver gang de optræder. Eksempler på disse fejltypen kan være for mange/få decimaler, forkert afrunding, forkert brug af benævnelser, forkert brug af lighedstegn og lignende. Optræder disse flere gange gennem en besvarelse, bør det overvejes kun at trække point en gang for den samme fejltypen, men det kan også indgå i den afsluttende vurdering. Således kan en elev, der har rigtige resultater til et 12-tal næppe få mere end 10, hvis opgavebesvarelsen i øvrigt er fuld af formelle fejl af ovennævnte type.

Der er en hel del elever, der anvender computer ved prøven, men det spænder lige fra skoler, hvor ikke en eneste elev anvender computer, til skoler, hvor alle elever har arbejdet på en computer. De censorer, der anvendte Kvalitets- og Tilsynsstyrelsens retteprogram, har angivet, at lidt over hver fjerde elev anvendte computer – lidt færre piger end drenge. Men der er ingen tvivl om, at langt de fleste stort set kun brugte computeren som skrivemaskine.

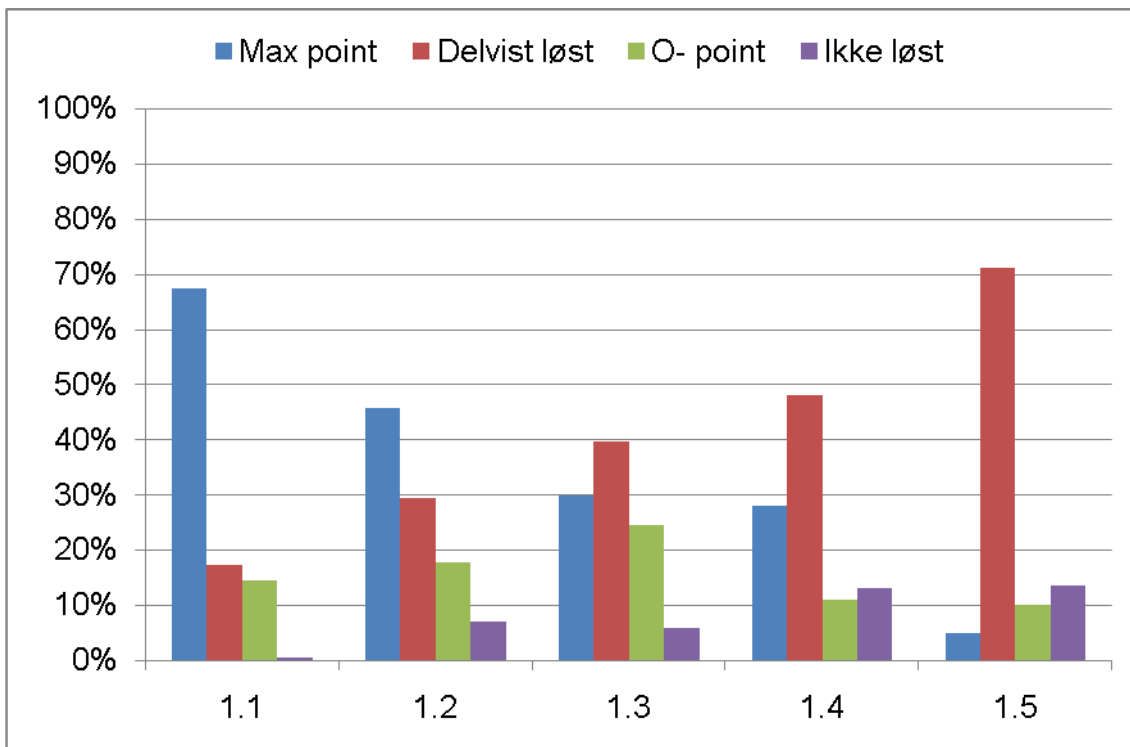
Kommentarer til de enkelte opgaver

Det vil være praktisk at have prøveoplægget ved siden af, når man læser de næste afsnit. De nedenstående statistikker er udarbejdet på basis af de over 30 000 elevbesvarelser, der er indsamlet blandt de censorer, der anvendte Kvalitets- og Tilsynsstyrelsens retteprogram.

For lidt eller for meget søvn?

Denne opgave rummer flere opgaver, der med fordel kan løses i et digitalt hjælpemiddel som regneark eller dynamisk geometriprogram. Opgaven fylder en side, som rummer tre

skemaer, der skal bruges til noget forskelligt. Desuden er teksterne svære for en del elever. Opgaven stiller således krav om faglig læsning for at finde frem til de data, der skal arbejdes med.



Opgave 1.1

Atter kan vi konstatere, at tidsberegninger er svære for hver tredje elev, selvom opgaven i år er relativt let i forhold til tidligere år. Der skal ikke trækkes point, hvis en elev ikke redegør for sin beregning. En del elever regner denne opgave i hovedet, og det er i sættes første opgave tilstrækkeligt.

Opgave 1.2

Mange elever havde problemer med formuleringen "Fra mandag til fredag sov Line ca. 8 timer hvert døgn. I weekenden sov Line ca. 10 timer hvert døgn." og kravet om en beregning som begrundelse for, hvor Line skulle svare i spørgeskemaet.

Først skal eleven nå frem til denne beregning: $5 \cdot 8 + 2 \cdot 10 = 60$

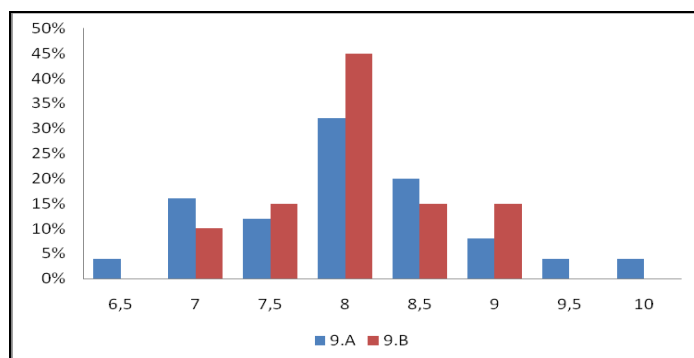
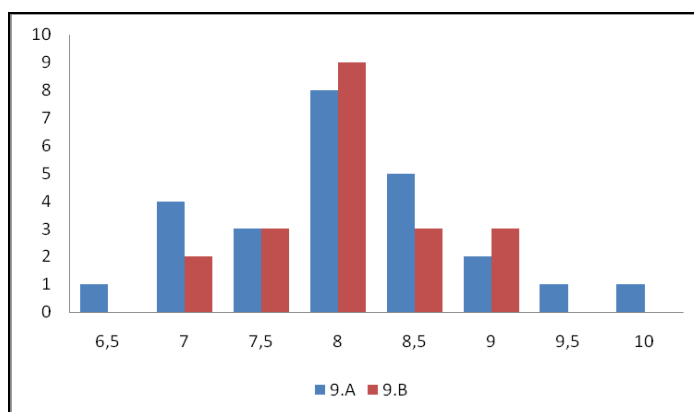
Dernæst gennemsnitsberegningen: $60 : 7 = 8,5714\dots$

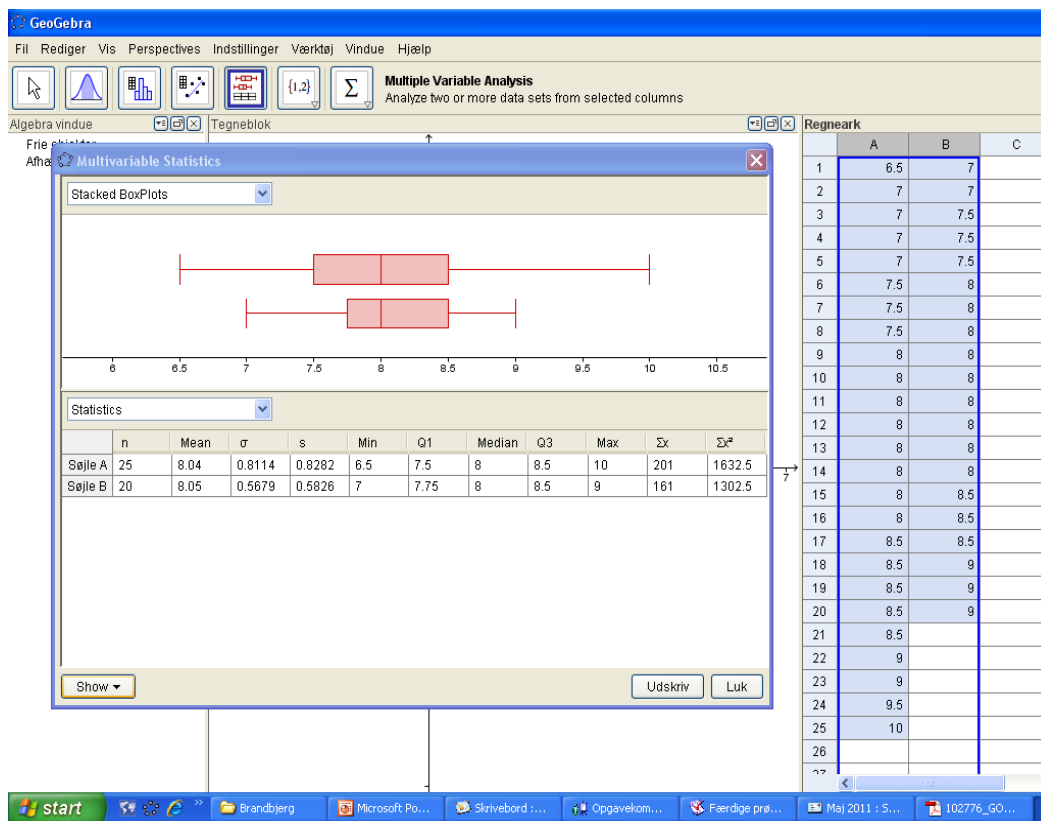
Til sidst skal der svares på spørgsmålet: Line skal sætte kryds ved 8,5

Opgave 1.4-1.5

Opgaven viser, at der stilles større krav til statistikemnet, idet fokus skal flyttes fra det færdighedsprægede til beskrivelse af det, man kan læse ud af for eksempel diagrammer. I mange år, hvor det færdighedsprægede i praksis har været hovedindholdet i statistik var fokus på ”korrekte” måder at foretage statistiske beregninger. Der var mange, der mente, at i opgave 1.3 skal diagrammet tegnes på baggrund af frekvenser, da de to datasæt er af forskellig størrelse. Men da der er tale om små datasæt, og formålet er at kunne foretage en sammenligning, kan man godt undlade en frekvenstabel. Herunder er to diagrammer fremstillet i et regneark: Det første er ud fra hyppighedstabellerne, det andet fra frekvenstabellerne. Det kan let ses, at en sammenligning af de to datasæt er mulig i begge tilfælde.

Nederst er en besvarelse med et boksplot. Det kræver netop ikke en frekvenstabel, men en ordnet opstilling af rådata.

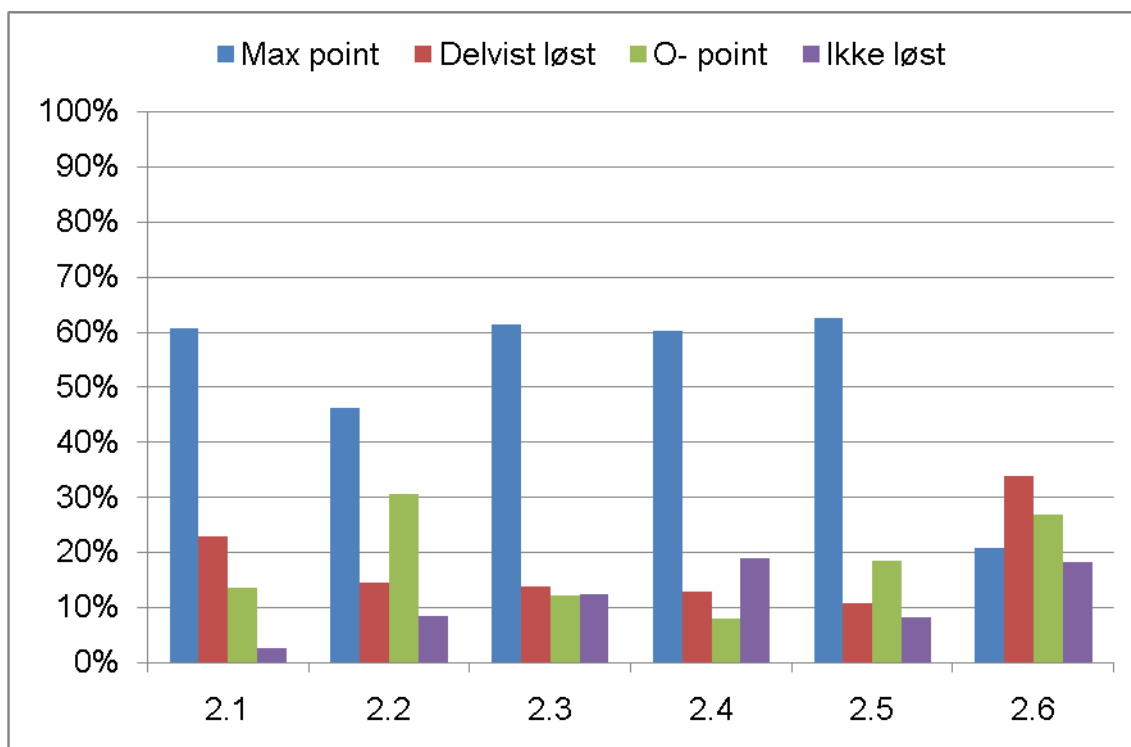




Det svære var imidlertid at formulere ligheder og forskelle på søvnvanerne i de to klasser. Derfor kan der gives fuldt pointtal, selv om der kun er beskrevet en lighed og en forskel.

Til sundhedsplejerske

Denne opgave klarer eleverne i stort omfang godt.



Opgave 2.1

En del elever bruger ikke svararket, men kun tallene fra det uddrag af skemaet, som er vist i opgaven. Der skal gives point i dette tilfælde.

Opgave 2.3 – 2.4

Teksten er autentisk og taget direkte fra internettet. Formlen for beregning af BMI er skrevet i en mere dagligdags form og er ikke helt efter de matematiske skrivemåder. I den første opgave skal der hentes tal fra svararket, og over 60 % af eleverne er i stand til at finde det korrekte tal. I den anden opgave skal eleverne "oversætte" tekstens uformelle formel til en matematisk formel. Det er meget positivt, at 60 % af eleverne kan gennemføre denne omskrivning korrekt. Det skal understreges, at flere forskellige skrivemåder er korrekte både med brøkstreg og med divisionstegn, og der ikke krav om potensskrivning.

Opgave 2.5

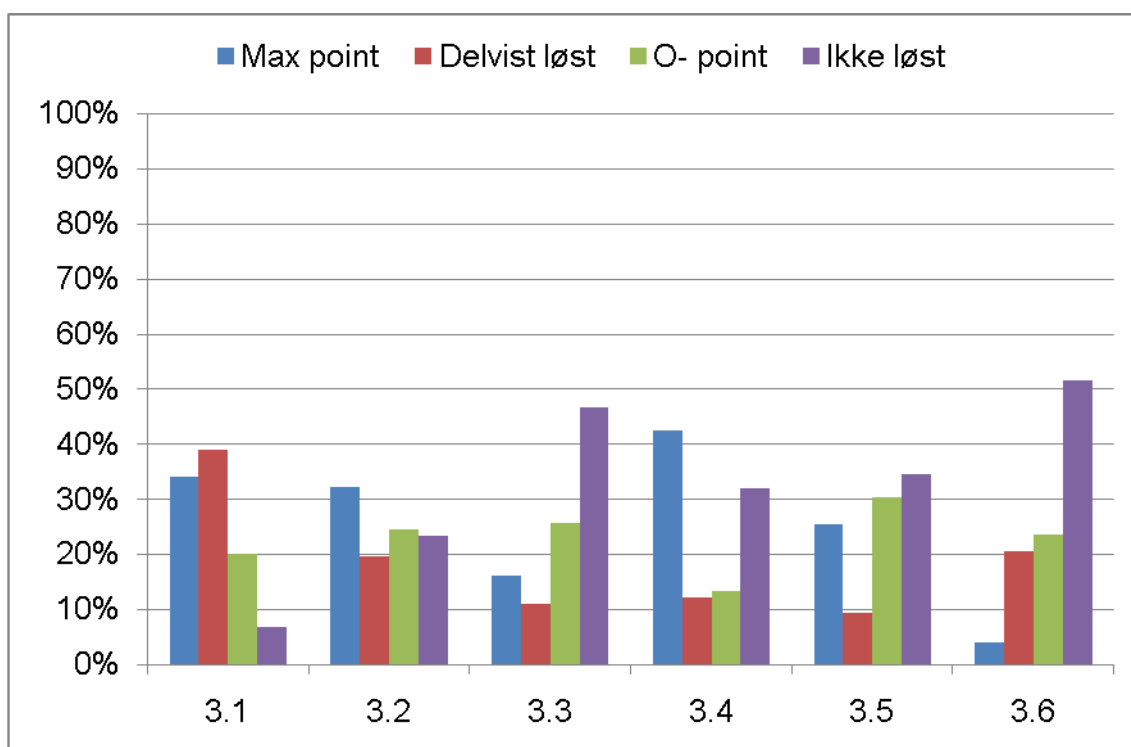
Opgaven kræver læsning af fornævnte internetside og optælling af elever i svararket. Der skal således hentes data fra flere kilder.

Opgave 2.6

Der er flere metoder til at løse denne opgave. De færreste vælger at opstille en ulighed (eller en ligning). De fleste prøver sig frem og rammer mere eller mindre et rimeligt tal. Opgaven kræver problembehandlingskompetence og dele af modelleringskompetencen.

Erobre flaget

Opgaven er prøvesættets sværeste, hvis vi ser på elevernes præstationer. Samtidigt er det en relativ let opgave for en habil bruger af et dynamisk geometriprogram. Desværre er det kun få elever, der har brugt et dynamisk geometriprogram. Jeg har de sidste to år efterlyst et større fokus på geometri i undervisningen, så eleverne kan være bedre rustet til dette emneområde.



Opgave 3.1

Der er flere måder at løse opgaven på. Mere eller mindre præcist måler 73 % af eleverne strækningen på kortet. Nogle vælger at beregne målestoksforholdet på kortet, andre vælger at dividere med 3,7 og gange med 500 m. Nogle elever har med vekslende held brugt målestokken på kortet.

Opgave 3.2

Opgaven har mange anvendelige løsninger, og det er bekymrende, at under hver tredje elev kan finde en korrekt løsning, samt at næsten hver fjerde ikke har arbejdet med opgaven. Der er stadig udbredt tvivl om, hvad en skitse kræver, og en del elever vælger at udføre deres tegning i målestoksforhold, hvilket dog ikke skal medføre træk i pointtildelingen.

Opgave 3.3 - 3.5

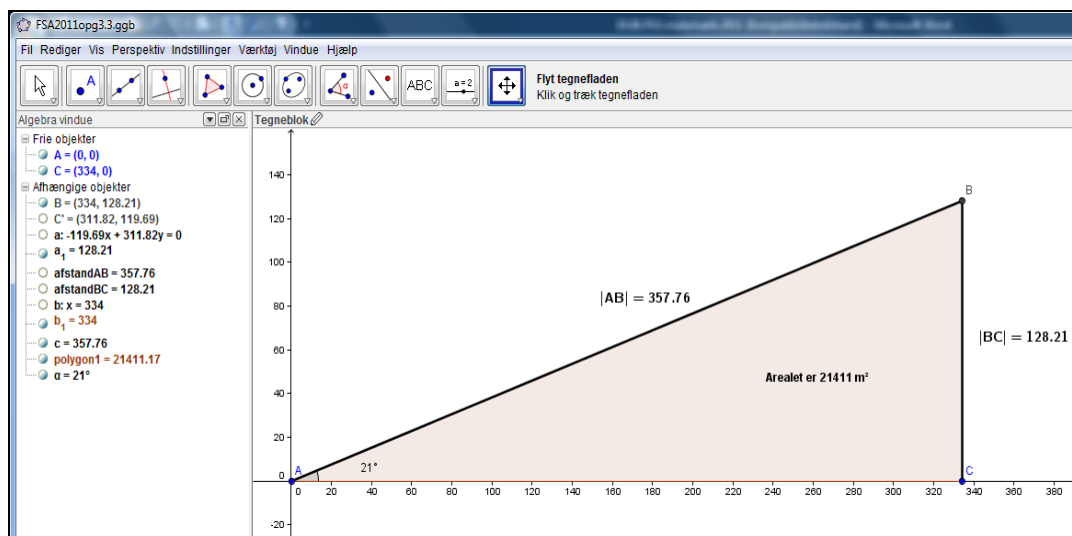
Disse tre opgaver giver mulighed for eleverne at vælge to vidt forskellige strategier: Enten at løse dem med beregninger eller at bruge et dynamisk geometriprogram. Begge strategier kan give fuldt pointtal.

I opgave 3.3 er der lagt op til at anvende trigonometri, men kun ganske få elever valgte at gøre det, hvilket blandt andet ses af, at 47 % slet ikke har arbejdet med opgaven. En anden og lige så acceptabel metode er at tegne trekanten i et passende målestoksforhold og måle sig frem til resultatet. Det valgte en del elever, men meget ofte blev de håndfremstillede tegninger så små, at det var vanskeligt at få en vinkel på 21° og derefter målt rimeligt nøjagtigt. Ganske få elever valgte at tegne trekanten i et dynamisk geometriprogram.

Opgave 3.4 er en enkel arealberegning om end med store tal, og det var da også her eleverne klarede sig bedst, dog kunne under halvdelen finde arealet. I et dynamisk geometriprogram kan arealet findes automatisk.

3.5 lægger op til anvendelse af Pythagoras, men kan måles enkelt i et geometriprogram.

Herunder er opgaverne 3.3-3.5 løst i samme tegning.



- Jeg har tegnet trekanten i et koordinatsystem for at få nøjagtige tal.
- Længden af BC måler programmet til 128,21 m, som er meget nær Lines beregning.
- Programmet måler arealet til 21 411 m².
- Afstanden AB måles til 357,76 m.

En besvarelse som denne vil give fuldt point selv om der ikke er brugt trigonometri eller Pythagoras. Havde alle elever anvendt computer og i denne opgave et dynamisk geometriprogram, ville opgavekommissionen kunne gå mere i dybden ved at stille opgaver, der i større omfang kunne prøve elevernes forståelse eller ræsonnementer. Dette er der eksempler på i FS10.

Opgave 3.6

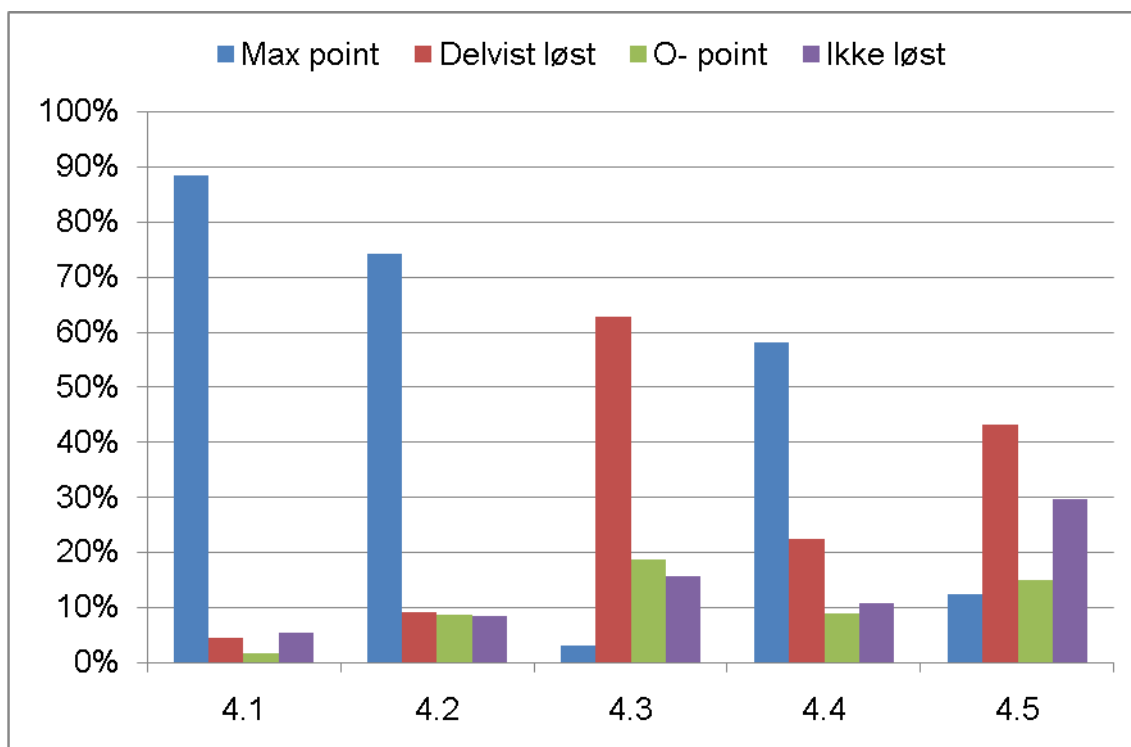
Eleverne skal give et forslag til en ligebenet trekant med arealet $32\,000\text{ m}^2$ og finde sider og vinkler. Der er mindst tre strategier at komme godt gennem denne opgave.

- Tag udgangspunkt i en retvinklet, ligebenet trekant. Vinklerne giver sig selv og ligeledes de to kateter. Herefter kan hypotenusen findes vha. Pythagoras. Denne strategi kræver kun beregninger og ingen tegning, selvom en skitse nok vil hjælpe mange elever.
- Find højde og grundlinje i en trekant med arealet $32\,000\text{ m}^2$ for eksempel 200 m og 320 m. Herefter kan trekanten tegnes i et passende målestoksforhold, og sider og vinkler måles eller findes vha. trigonometri og Pythagoras. En del elever brugte denne metode og valgte et stort målestoksforhold og dermed meget lille tegning. Alligevel kom en del af disse elever til en acceptabel løsning. Men det havde været nemmere at bruge et dynamisk geometriprogram.
- Prøve sig frem. Det kan nok stort set kun lade sig gøre i et dynamisk geometriprogram, hvor man hele tiden kan holde øje med arealet og de to sidelængder.

Over halvdelen af eleverne valgte desværre ikke at arbejde med denne åbne opgave.

På efterskole

Denne opgave rummer en del tekst og bygger dels på autentiske, dels på realistiske forhold. Det er generelt den opgave, eleverne har klaret bedst trods de relativt lange tekster og det relativt svære skema.



Opgave 4.1

En let spørgsmål som intro til opgaven.

Opgave 4.2

Opgaven prøver eleverne i læsning af et autentisk skema med mange økonomiske fagudtryk. Opgaven har aktuel relevans for mange elever og lignende skemaer bliver relevante for mange elever senere i livet. Tre fjerdedele af eleverne har løst opgaven korrekt, hvilket er meget positivt.

Opgave 4.3

Opgaven meget svær for eleverne. Beregning af forholdet mellem to størrelser er traditionelt en svær opgave, men formuleringen af den aktuelle opgave er nok også uheldig. En måde for eleverne at løse opgaven er at bruge et regneark og finde både forholdet mellem egenbetaling og indkomstgrundlag og forholdet mellem Line og Annas tal.

4.3 Egenbetaling for Line sammenlignet med Anna

	Egenbetaling	Indkomstgrundlag	Egenbetaling/Indkomst
Line	43 542	560 000	7,8 %
Anna	54 210	1 000 000	5,4 %
Line/Anna	80,3 %	56,0 %	

Der forlanges ikke, at eleverne forklarer, hvad forholdet viser.

Opgave 4.4 - 4.5

Eleverne skal arbejde med privatøkonomi mv. i faget matematik. I denne opgave får eleverne mulighed for at gennemføre en budgetlægning med efterfølgende justering af udgifter. Den første del går rigtig godt for de fleste elever, men den anden del, hvor de skal forslå besparelser er der for få, der får noget fornuftigt ud af. Det er oplagt at løse de to opgaver i et regneark, der - især når der skal findes besparelser - er et stærkt redskab. Her er opgaverne løst i et regneark:

Prøveoplægget:

Budget	Antal enheder	Pris i kr.	Pris i alt kr.
Pris for ophold	41	1830	75 030
Statsstøtte	41	-768	-31 488
Tilmeldingsgebyr	1	1700	1700
Lejrskole	1	7500	7500
Sportstøj	1	1750	1750
Lommepenge	41		
Returbillet mellem hjem og skole		474	
Samlede udgifter			
Ugentlig udgift	41		

Udfyldning af budgetskaemaet (der kræves ikke redegørelse for beregninger, hverken på svarark eller i et regneark):

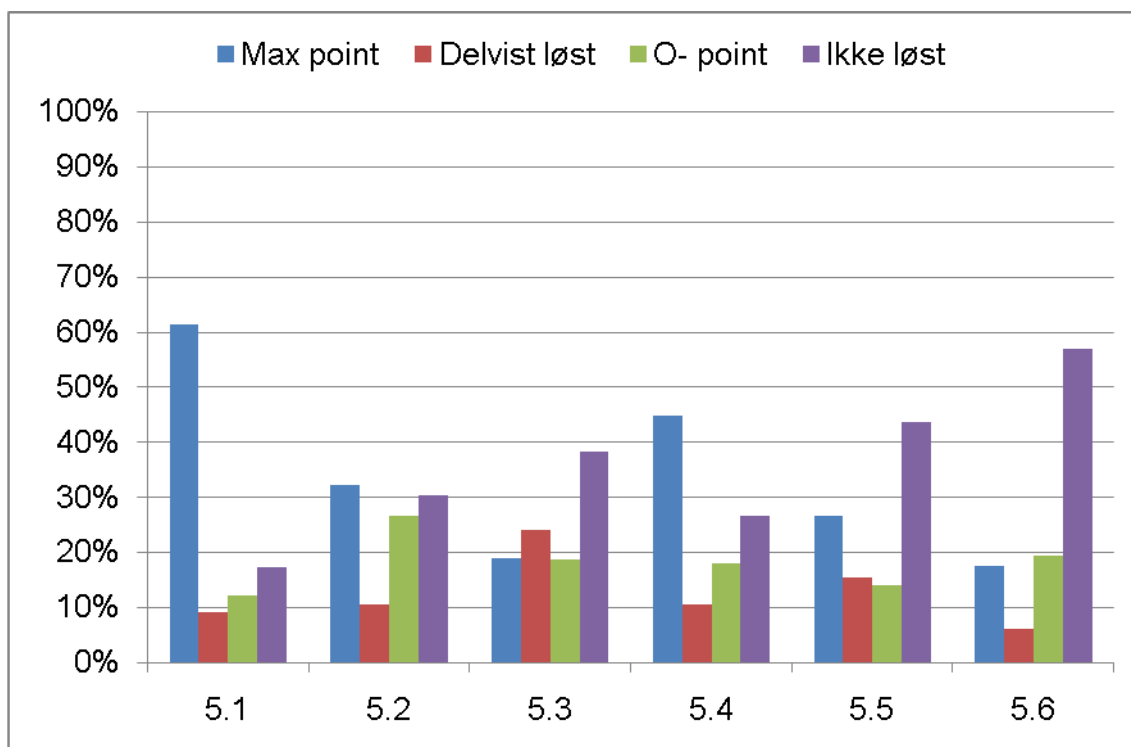
Budget	Antal enheder	Pris i kr.	Pris i alt kr.
Pris for ophold	41	1830	75 030
Statsstøtte	41	-768	-31 488
Tilmeldingsgebyr	1	1700	1700
Lejrskole	1	7500	7500
Sportstøj	1	1750	1750
Lommepenge	41	150	6150
Returbillet mellem hjem og skole	14	474	6636
Samlede udgifter			67278
Ugentlig udgift	41	1640,927	

Herefter kan eleven prøve sig frem ved at spare på lommepenge og hjemrejser. Vi må forvente realistiske forslag og ikke forslag på for eksempel 0 kr. i lommepenge.

Budget	Antal enheder	Pris i kr.	Pris i alt kr.
Pris for ophold	41	1830	75 030
Statsstøtte	41	-768	-31 488
Tilmeldingsgebyr	1	1700	1700
Lejrskole	1	7500	7500
Sportstøj	1	1750	1750
Lommepenge	41	75	3075
Returbillet mellem hjem og skole	8	474	3792
Samlede udgifter			61359
Ugentlig udgift	41	1496,561	

Sammenhænge i kvadrater

Opgaven er uden for temaet for de øvrige opgaver. Den kan ligne traditionelle ”rene” matematikopgaver, men der er nogle af spørgsmålene, der kræver en verbal fremstilling, som kan vise noget om elevernes forståelse. Opgaven er kendt fra mange matematikbøger, og man kunne derfor forvente et pænt antal rigtige besvarelser, men især de sidste to spørgsmål er åbenbart svære for eleverne.

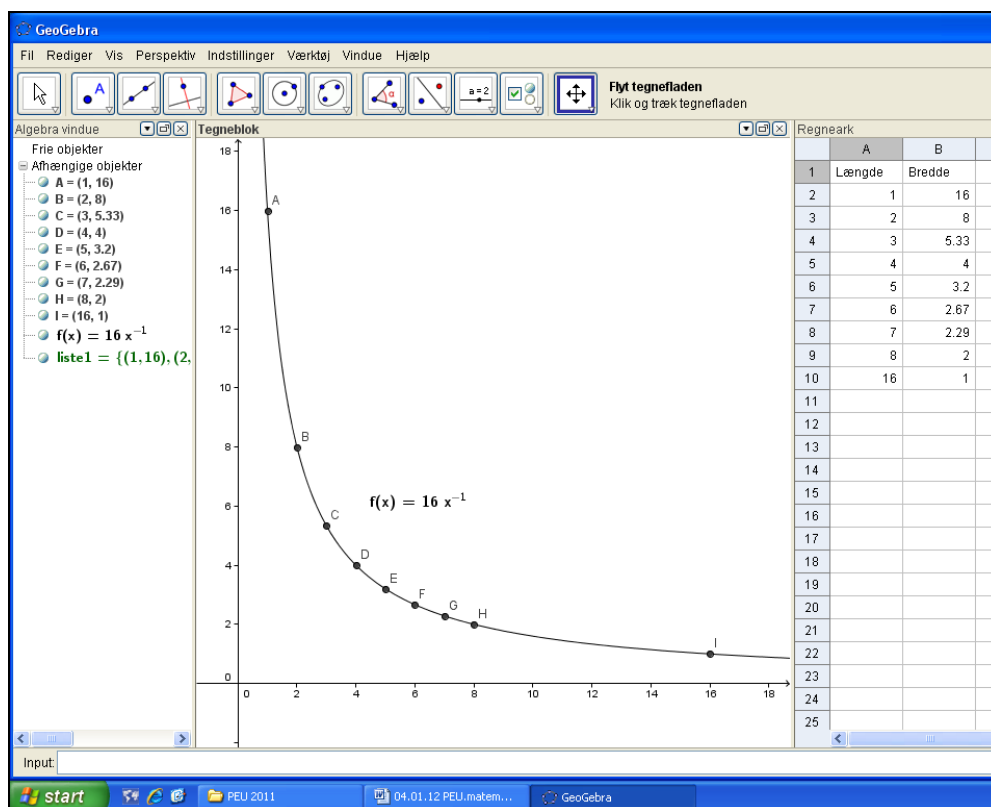


Opgave 5.1 – 5.3

Opgaverne prøver elevernes forståelse af ligefrem proportionalitet i grafisk repræsentation. Det første spørgsmål er en simpel aflæsning, som over 60 % klarer, men når der i andet spørgsmål skal beskrives hvilke oplysninger et koordinatsæt i denne sammenhæng giver, kniber det for eleverne, men opgaven er nok utraditionel i prøvesammenhæng. Sidste spørgsmål er svært for eleverne, hvilket vi har måttet konstatere mange gange. Denne gang kan eleverne dog få nogle point, hvis de kan skrive, hvad sammenhængen mellem side og areal er i et hverdagsprog, og det er lykkedes for mange af eleverne.

Opgave 5.4 – 5.6

Denne opgave, som kendes fra mange lærebøger blandt andet på mellemtrinet, var svært for eleverne. Herunder er de tre spørgsmål løst i GeoGebra:



FS10 – Skriftlig matematik

Ved vurdering af elevbesvarelser i skriftlig matematik efter 10. klasse gælder de samme vurderingskriterier som til FSA (se prøvevejledningen). Vurderingen af en elevbesvarelse er således meget mere end en kontrol af rigtigt svar. Forventningen er, at eleven i sin besvarelse redegør for sin proces for at komme frem til sit løsningsforslag. Det kan være i form af tekst, tal, regneudtryk, tegning mv. Denne redegørelse skal indgå i bedømmelsen og stiller krav til censor og faglærer i arbejdet med vurderingen af elevbesvarelserne.

Det er ikke alle fejltypes, der nødvendigvis skal trækkes point fra, hver gang de optræder. Eksempler på disse fejltypes kan være for mange/få decimaler, forkert afrunding, forkert brug af benævnelser, forkert brug af lighedstegn og lignende. Optræder disse flere gange gennem en besvarelse, bør det overvejes kun at trække point en gang for den samme fejltypes, men kan også indgå i den afsluttende vurdering. Således kan en elev, der har rigtige resultater til et 12-tal næppe få mere end 10, hvis opgavebesvarelsen i øvrigt er fuld af formelle fejl af ovennævnte type.

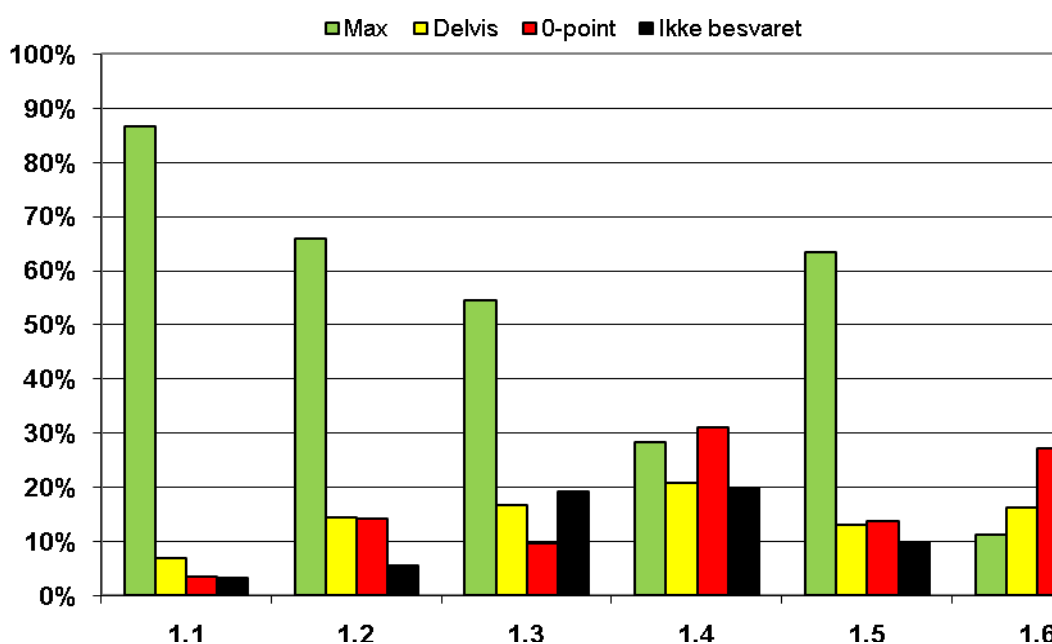
Der er en hel del elever, der anvender computer ved prøven, men det spænder lige fra skoler, hvor ikke en eneste elev anvender computer, til skoler, hvor alle elever har arbejdet på en computer. De censorer, der anvendte Kvalitets- og Tilsynsstyrelsens retteprogram, har angivet, at 38 % af eleverne anvendte computer, hvilket er 5 procentpoint flere end sidste år og over 10 procentpoint flere end ved FSA. Denne positive udvikling kan skyldes, at mange efterskoler og 10. klassescentre beder eleverne medbringe deres egen bærbare computer

til den daglige undervisning og til prøven. Der var dog stor forskel på drenge og piger, idet kun 35 % af pigerne mod 42 % af drengene brugte computer. Som ved FSA er der ingen tvivl om, at langt de fleste stort set kun brugte computeren som skriveredskab.

Kommentarer til de enkelte opgaver

Det vil være praktisk at have prøveoplægget ved siden af, når man læser de næste afsnit. De nedenstående statistikker er udarbejdet på basis af de over 11 500 elevbesvarelser, der er indsamlet blandt de censorer, der anvendte Kvalitet- og Tilsynsstyrelsens retteprogram.

Randers Regnskov



Opgave 1.1 – 1.3

Tre ret enkle opgaver, der prøver eleverne i brug af formler.

Opgave 1.4

Opgaven er mere kompleks, idet der både skal findes overfladearealet af en halvkugle og foretages en procentberegning. Det kan dog undre, at over 30 % har arbejdet med opgaven uden at få point.

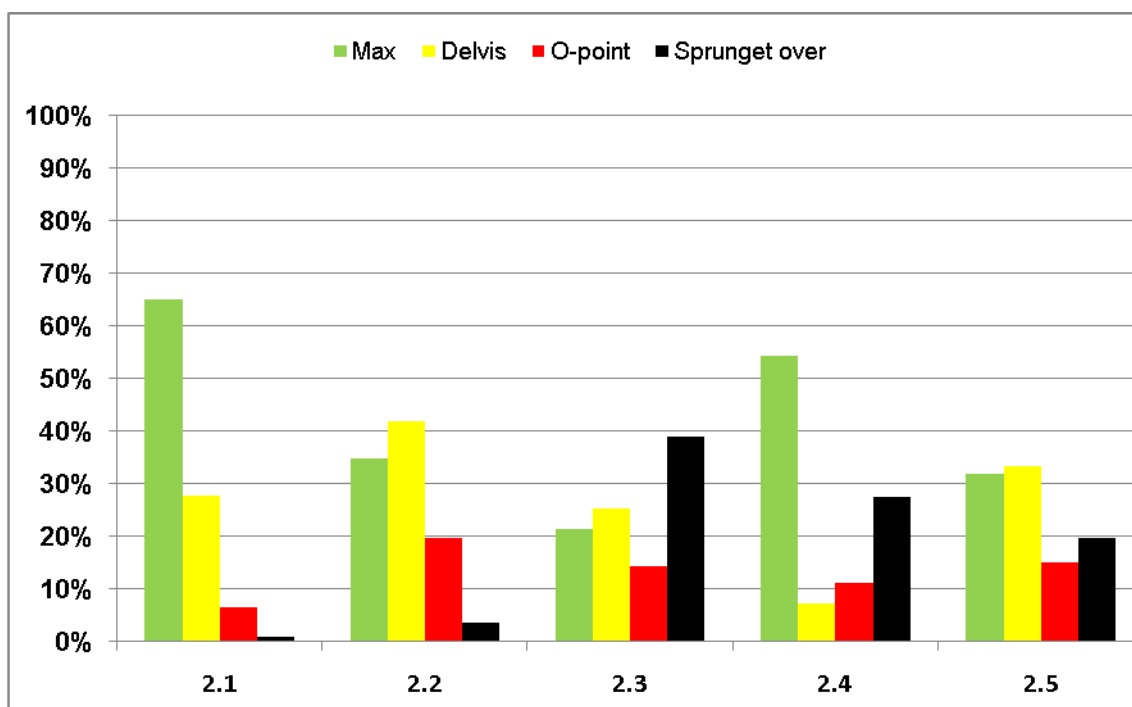
Opgave 1.5 – 1.6

De to opgaver stiller krav til elevernes faglige læsning, idet der dels indgår et skema, hvor kun nogle af tallene skal bruges, dels er en ret lang tekst med oplysninger, der skal bruges for at gennemføre undersøgelsen i 1.6.

Den første opgave klarer eleverne fint, og der er da også kun tale om at læse skemaet rigtigt og finde de rigtige tal. Beregningen er en simpel subtraktion.

I den anden opgave er beregningerne sammensatte og kun 11 % kan gennemføre disse, mens 45 % slet ikke arbejder med opgaven. Spørgsmålet er, om årsagen ligger i ordet ”undersøgelse”, brug af formuleringer som ”pr. m³” eller noget helt tredje.

Mad til to søkøer



Opgave 2.1 - 2.2

Den typiske fejl i den første opgave er at finde vægten af den samlede mængde fødevarer. Denne fejl bør kun medføre et fratræk på et point. Den anden opgave, hvor energiindholdet skal beregnes, løses kun af hver tredje elev. De typiske fejl opstår på grund af manglende hjælpemiddelkompetence. Det er nok vigtigt at bruge lommeregneren eller computeren meget til blandt andet denne type beregninger.

Opgave 2.3 – 2.4

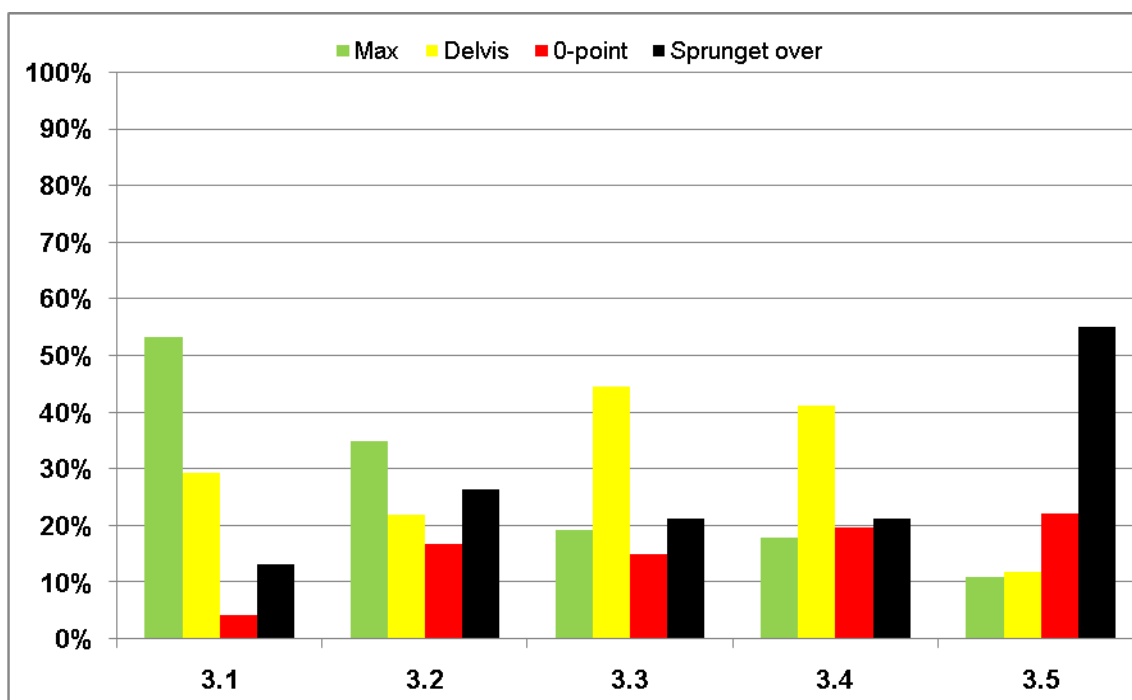
Det er overraskende at kun 21 % af eleverne kan tegne grafen for en lineær funktion, selv om tallene er store, mens 53 % kan bruge funktionsforskriften til en korrekt beregning. Der bør måske være større fokus på trinmålet ”arbejde med funktioner i forskellige repræsentationer”. Den første af opgaverne kan let løses i et dynamisk geometriprogram.

Opgave 2.5

For at give fuldt point, skal alle fire grønsager indgå, og der skal være en beregning, der viser, at den foreslåede menu har et energiindhold på ca. 7800 kJ.

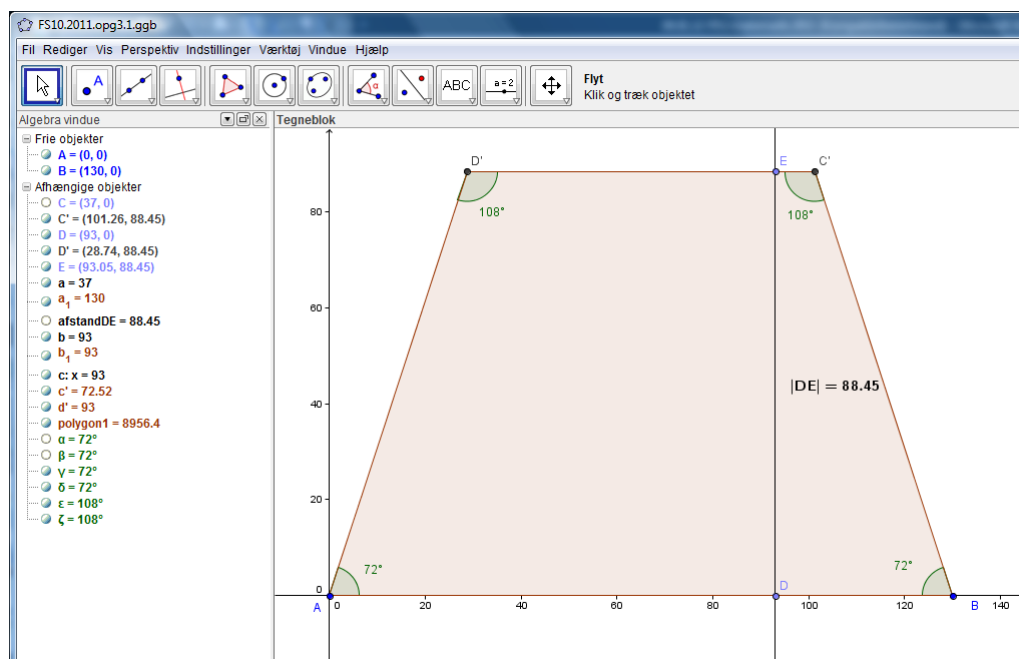
Bordene i skoletjenesten

Geometriopgaven er for eleverne stadigvæk sættes sværeste. En del af opgaven kan med fordel løses i et dynamisk geometriprogram, men der stilles også krav om nogle ræsonnementer, hvilket nok er fremmed for en del elever.



Opgave 3.1

Tegningen kan godt udføres i et dynamisk geometriprogram. Målestoksforholdet kan derefter beregnes på den printede tegning. Tegningen kan eleven arbejde videre med i de øvrige opgaver. Herunder er en tegning, der også danner grundlag for de næste to opgaver:



Opgave 3.2

Fra den særlige rettevejledning: ”Der kræves en beregning eller et ræsonnement for at få fuldt pointtal.” Det kunne for eksempel være på denne måde:

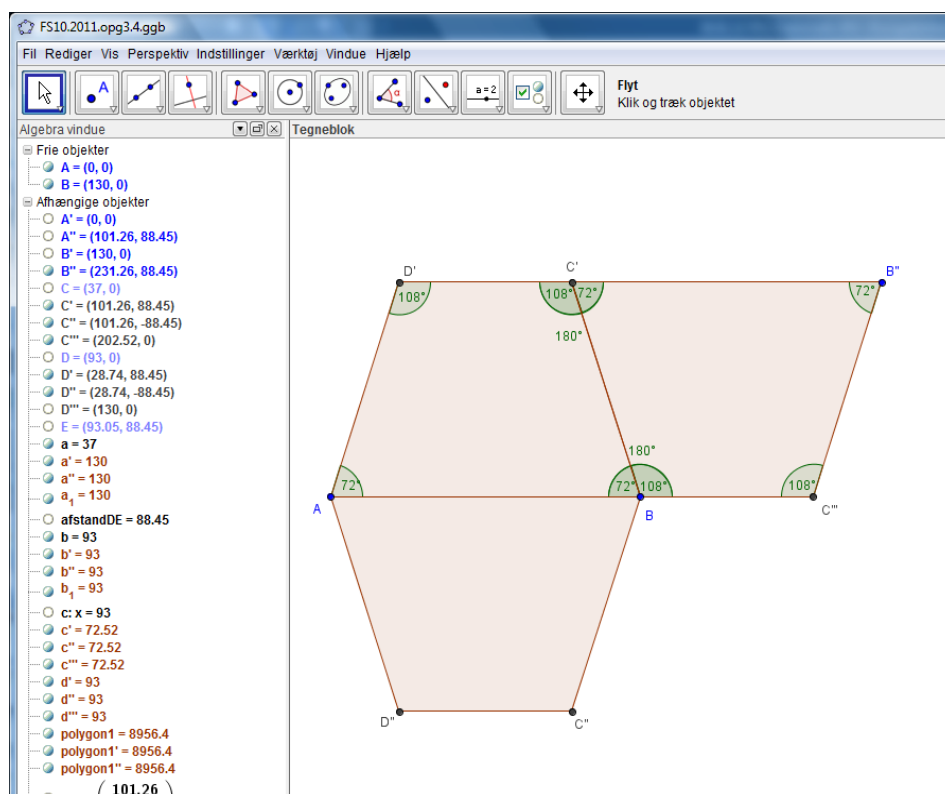
Målingen af vinklerne i GeoGebra viser, at de to vinkler hver er 108° . Fordi vinkelsummen i en firkant er 360° får jeg $360^\circ - 72^\circ - 72^\circ = 216^\circ$. Trapezet er ligebenet, derfor er de to vinkler lige store: $216^\circ : 2 = 108^\circ$.

Opgave 3.3

Her kan eleverne anvende trigonometri til at beregne højden, men i den særlige rettevejledning står der: ”Måling med en beregning kan give fuldt pointtal.” Dette gælder i den håndtegnede figur. Arbejder eleven videre med en tegning i et dynamisk geometriprogram, er det nok at lade programmet foretage beregningen.

Opgave 3.4

En fortsættelse af den første tegning af bordet i et dynamisk geometriprogram kan støtte elevens forklaring.

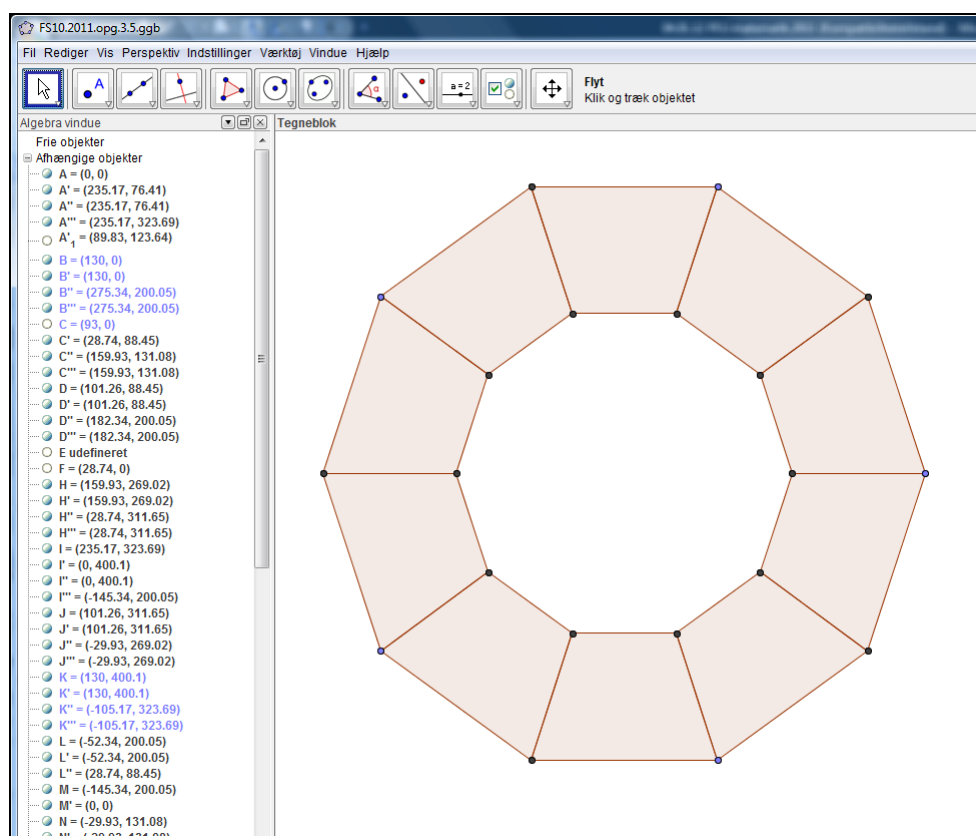


Opgave 3.5

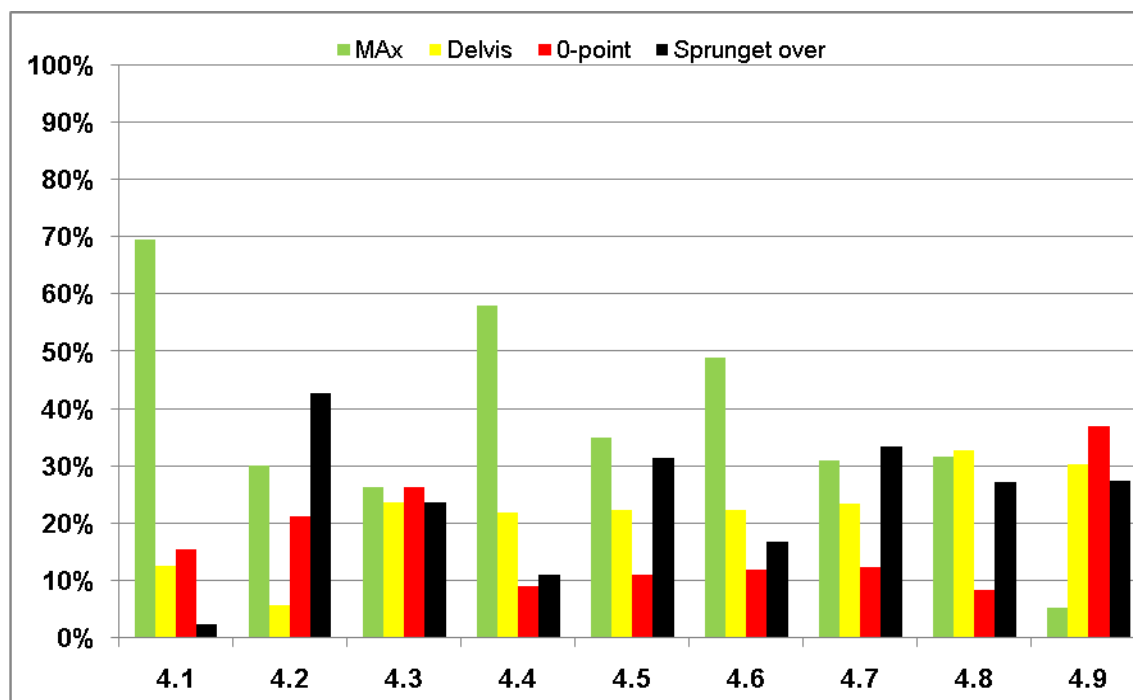
Opgaven kan løses relativt nemt i geometriprogrammet gennem en række spejlinger. Som håndtegning er det en lang og besværlig arbejdsproces, som kan være vanskelig at gennemføre rimeligt præcist. Det er nok baggrunden for, at over halvdelen af eleverne vælger at springe opgaven over.

Alternativt kunne eleverne gennemføre en beregning:

- To borde sat sammen giver en vinkel på $72^\circ + 72^\circ = 144^\circ$.
- Ved indsættelse i formelen for vinkelsummen i en regulær n-kant får jeg:
- $(10-2) \cdot 180^\circ = 1440^\circ$
- Det giver $1440^\circ : 10 = 144^\circ$ til hvert hjørne.



Verde Sumaco



Opgave 4.1 – 4.2

De to opgaver kræver læsning af en autentisk tekst fra internettet og består af en beregning af tid og en omsætning mellem enheder for arealer. Tidsberegninger er altid et problem for mange elever, og det er derfor positivt, at næsten 70 % af eleverne har løst opgaven. Det kan måske hænge sammen med, at teksten er længere og giver bedre mulighed for indlevelse end normalt i matematikopgaver. Derimod er det ikke godt, at 43 % af eleverne ikke har arbejdet med omsætning fra hektarer til km^2 , som er med i formelsamlingen og derfor forventes gennemgået i undervisningen.

Opgave 4.3

At finde et forhold mellem to tal er tilsyneladende svært for eleverne, selv om forholdsregninger indgår i mange tidligere prøvesæt. Muligvis er det vigtigt at sætte fokus på dette emne.

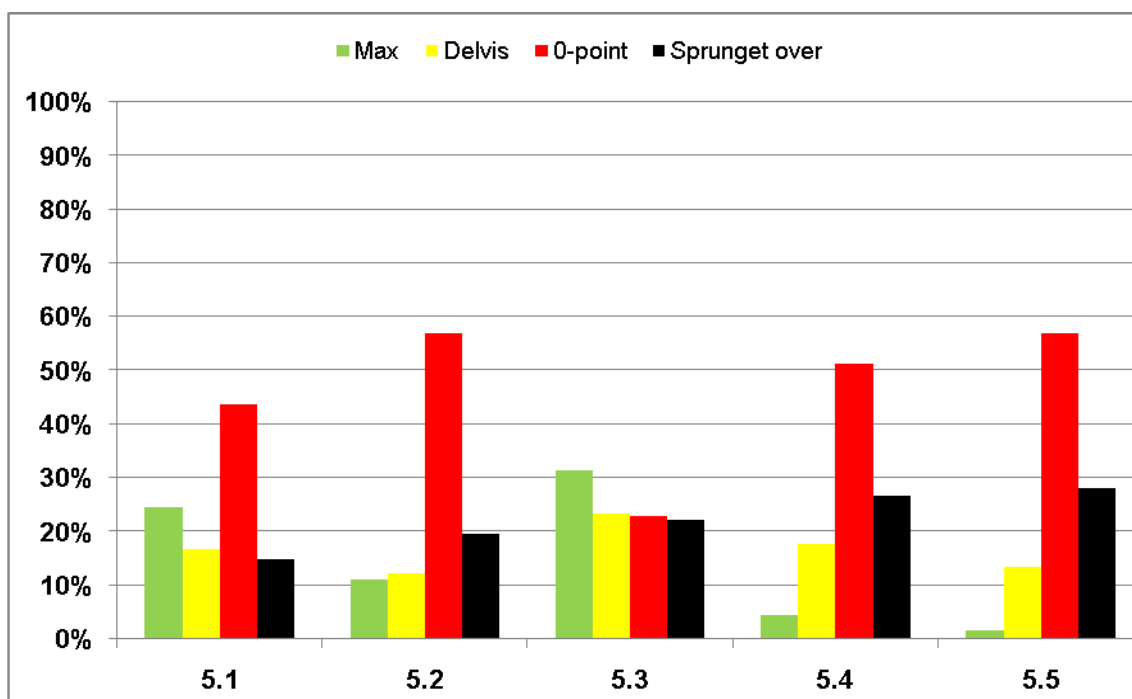
Opgave 4.4 – 4.9

De næste 6 opgaver hænger sammen med regnearket, der viser aldersfordelingen på Bornholm og i Verde Sumerco. Gennemsnitsberegningen i 4.4 og procentberegningerne i 4.6 går pænt, mens resten er på det jævne. Dog klarer eleverne ikke den nye opgavetype i 4.9. Hovedproblemet er, at alt for få elever begrundet, hvorfor de to af udsagnene er rigtige.

I fremtiden vil der blive mulighed for eleverne i opgaver som disse at hente regnearket under prøven og arbejde videre uden at skulle indtaste en hel del tekst og tal. Opgave 4.4 - 4.9 kan nu hentes i en Word fil med en tilhørende regnearksfil som eksempelopgaver på www.ktst.dk.

Kombination og sandsynlighed

Denne opgave var meget svær for eleverne. Det er tydeligt, at eleverne ikke har arbejdet særlig meget med asymmetriske sandsynligheder og mere komplekse beregninger af sandsynligheder.



Opgave 5.1

En del elever ser på tegningerne af de fem måder katten kan lande og får resultatet til 40 %. Det kan man give et point for.

Opgave 5.2

Ganske få elever kan håndtere denne opgave, hvor sandsynlighederne for fire af stillingerne skal trækkes fra 1 for at få sandsynligheden for den femte stilling.

Opgave 5.3

Det er meningen, at eleverne skal skrive alle 25 kombinationer af kast med to katte. Det er den opgave, eleverne klarer bedst.

Opgave 5.4 – 5.5

Disse to opgaver er meget svære for eleverne. Man bør give point, hvis eleverne arbejder videre med en jævn fordeling af sandsynlighederne fra opgave 5.3. Desuden kræver især den sidste opgave en del brøkgregning.

Opgaverne er som sådan gode, men kræver, at eleverne har arbejdet med asymmetriske sandsynlighedsfordelinger. Det kan for eksempel ske med spil som ”Kaste gris”, Flip it” eller kast med tændstikæske, som vises i formelsamlingen. Men det er lige så vigtigt at arbejde med sandsynligheder, der bygger på statistiske optællinger i andre sammenhænge end spil.

FS10 – Mundtlig matematik

Den mundtlige prøve i matematik ved FS10 skal supplere den skriftlige prøve, således at eleverne får mulighed for at vise færdigheder og kundskaber i matematik, som de ikke har kunnet vise ved den skriftlige prøve. Den mundtlige prøveform er ligeledes meget velegnet til at prøve elevernes matematiske kompetencer og matematiske arbejdsmåder. Det stiller krav til prøveoplæggenes udformning og prøveafholdelsen. For eksempel må prøven ikke udvikle sig til en skriftlig prøve med mundtlig gennemgang.

Der er stadig nogle misforståelser om den mundtlige prøve i 10. klasse, som skal gennemgås her.

”Det gælder om at vise mest mulig matematik.” Det er en udbredt misforståelse, hvis man hermed mener, at eleven skal komme omkring flest mulige matematiske emner. Muligvis bundes den forståelse i prøvebekendtgørelsens formulering: ”behandling af matematiske problemstillinger i bredden og i dybden.” Men denne formulering hører hjemme i beskrivelsen af den skriftlige prøve og skal afdække om eleven kan anvende sine matematiske færdigheder og kundskaber i andre sammenhænge end dem, hvori de er lært. I den mundtlige prøver er hovedvægten lagt på: ”I bedømmelsen lægges der vægt på faglig fordybelse og forståelse af større sammenhænge samt den mundtlige fremlæggelse.” Hvis eleven skal vise noget om flest mulige matematiske emner på den relativt korte prøvetid, vil det kunne gå ud over elevens mulighed for at demonstrere fordybelse og forståelse.”

”Hvis ikke eleven viser noget svært 10. klasse-matematik, kan der ikke gives over 7.” Med svært matematik menes der oftest procentuel vækst, andengradslikning mv. Det er ikke korrekt. Prøveoplæggenes skal tilsammen dække et alsidigt sammensat stof inden for fagets centrale kundskabs- og færdighedsområder, men det enkelte oplæg skal ikke dække alle stofområder. Et prøveoplæg kan sagtens handle om lineære funktioner og give eleven mulighed for at fordybe sig teoretisk i dem og få topkarakter.

Derimod er det vigtigt, at eleven holder sig til prøveoplæggets emner og ikke begynder på alle mulige andre faglige områder. Der er tale om en prøve med lodtrukne oplæg og ikke

fremlæggelse af stofområder efter eget valg. Ligeledes bør man ikke lade elever begynde at digte opgaver med matematik, som de gerne vil vise, men som er irrelevant og uden for prøvespørgsmålet. I stedet bør man få eleverne til at gå i dybden med prøveoplæggets matematik.

I prøvebekendtgørelsen står der:

Der prøves i:

- systematisering og ræsonnementer, dels i relation til matematikkens anvendelse, dels i relation til teoretiske overvejelser
- anvendelse af hensigtsmæssige arbejdsmetoder
- viden om og indsigt i det matematiske stof
- anvendelse af elektroniske hjælpemidler
- dialog med vekslen mellem praksis og teori.

Tekstopgivelser

En god tekstopgivelse indeholder, ud over angivelse af de emner, der er arbejdet med indenfor de afsluttende trinmål, også en beskrivelse af dagligdagen og undervisningens organisering, hvilke projekter man har arbejdet med, hvilke it-programmer, der er anvendt, og hvilke bøger/kilder der er brugt i undervisningen. Dermed ved man som censor lidt mere om den undervisning, eleverne har deltaget i, og hvad der kan forventes af dem.

Der er efterhånden en del gode og fyldestgørende opgivelser, hvor både arbejdsformer og arbejdet med it er beskrevet. Men desværre er der stadig mange opgivelser, der blot er en opremsning af de faglige emner, der er arbejdet med - ofte taget direkte fra elevernes lærebog. For ti år siden blev dette problem omtalt i årets PEU-hæfte med eksempler på den gode tekstopgivelse. Problemet har været omtalt i stort set alle PEU-hæfter lige siden. Når det tilsyneladende ikke har ændret situationen med mangelfulde tekstopgivelser, kan man forvente øget opmærksomhed på tekstopgivelserne de kommende år.

Anvendelse af computer

De beskikkede censorer er blevet bedt om at registrere antallet af elever, der anvender computer til den mundtlige prøve. Ved prøven i år har 33 % ud af 777 elever brugt computer under prøven. Det er en fremgang fra sidste år, hvor tallet var 27 %. Det skal dog bemærkes, at der er tale om relativt få elever i denne undersøgelse, så man skal være forsigtig med at konkludere for meget.

Anvendelse af computer er meget skævt fordelt med klasser, hvor næsten alle anvender computer, og klasser hvor ingen eller ganske få gjorde det. Det skal ses i forhold til, at anvendelse af elektroniske hjælpemidler indgår i bedømmelsesgrundlaget og i den vejledende

karakterbeskrivelse. Positivt er det, at der er stadig flere klasser, hvor stort set alle elever har brugt it.

Årsagerne til den manglende anvendelse af computer forklares ofte med udsagn som:

- ”Der er for lidt tid i selve prøvesituationen.” Men oftest vil fornuftig brug af et vel-egnet program lette det praktiske arbejde for eleven og give grundlag for at gå i dybden med matematikken.
- ”Der er ikke arbejdet ret meget på computer i den daglige undervisning.” Men det skal man og har skullet lige siden 1994.
- ”Prøveoplægget er ikke rettet mod anvendelse af it, for eksempel vedlagte regnearks- eller geometrifiler, der kan arbejdes videre på.” **Men det kan man så arbejde på, for eksempel i samarbejde med sit fagteam.**

Blandt de elever, som anvender computer, er det først og fremmest regneark og grafprogrammer, der anvendes. Dynamiske geometriprogrammer bruges næsten ikke. Nogle få klasser har brugt computeren til lagring af egne noter, egne opgaver, formelsamling mv.

Bedømmelse af elevpræstationer

I langt de fleste prøvesituationer foregår karakterfastsættelsen helt uproblematisk. Men det er nok klogt forud for en prøve at læse/genlæse de vejledende karakterbeskrivelser, som kan være en god støtte.

Enkelte censorer har oplevet problemer, som bunder i to forhold:

- Læreren har ikke noteret under prøveforløbet, og dermed er en samtale på baggrund af en vis dokumentation besværliggjort.
- Elevens arbejde i dagligdagen bliver blandet ind i argumentationen for en bestemt karakter, men det kan jo ikke indgå i voteringen.

Prøveform A

Langt de fleste klasser har brugt prøveform A. Det hænger sammen med, at den nye prøveform B endnu er ret ukendt, men også forekommer ”besværlig” og meget anderledes i forberedelsesfasen.

Prøveoplæg

De fleste censorer beretter, at prøveoplaggene generelt er blevet bedre. De har som regel et passende omfang. Bilagsmængden må helst ikke overstige fire sider, men det konstateres, at der på flere skoler stadig er for mange bilag i forhold til, hvad den enkelte elev kan nå at læse og forholde sig til. De fleste oplæg er forlagsfremstillet og fungerer som regel tilfredsstillende, især hvis de er tilrettet klassens opgivelser.

En del censorer giver udtryk for, at de oplæg, som læreren selv havde fremstillet og gerne med udgangspunkt i de konkrete elevers dagligdag, var genstand for en bedre samtale mellem lærer og elev, især fordi eleverne havde et andet ejerskabsforhold til emnerne. Et godt prøveoplæg skal rumme muligheder for, at eleverne kan arbejde med det på forskellige niveauer.

Nogle censorer konstaterer, at anvendelsen af konkrete materialer er blevet mindre i omfang og mere målrettet det enkelte prøveoplæg, og at der er mindre ”klippe-klistre”. Det opfattes generelt som positivt, men et totalt fravær af konkrete materialer mindsker især svage elevers mulighed for at komme godt i gang med et prøveoplæg. Helt forsvundet er konkrete materialer dog ikke, hvilket fremgår af dette foto fra Peter Heinrich.



Kravet til et prøveoplæg er, at det skal indeholde praktiske problemstillinger og en tydelig matematisk problemstilling. Det betyder, at helt åbne oplæg, hvor eleverne selv skal vælge, hvad de vil arbejde med, ikke er i overensstemmelse med bekendtgørelsen. Det skal også understreges, at en opremsning af mulige faglige områder eller en ideboks er helt i orden, men ikke kan erstatte en matematisk problemstilling. Erfaringen er, at prøveoplæg, der er fokuseret på en bestemt problemstilling og uden for mange bilag, fungerer bedst i en prøvesituation. Derimod ender helt åbne prøveoplæg, hvor eleverne har ”frit valg på alle hylde”, ofte med en tendens til ukritiske areal- og rumfangsberegninger eller statistikker blot for at vise, at man har den færdighed. Dermed mangler der så muligheder for for eksempel at modellere et rejsetilbud ud fra givne præmisser.

Formuleringer som ”Opgaven indeholder flere emner, du kan beskæftige dig med. Du må selv bestemme, hvilke emner du vil arbejde med, og du må selv bestemme i hvilken rækkefølge. Det er ikke et krav, at du når det hele. Derudover er der en række data, som du selv må afgøre, hvad du vil bruge til. Start med at lave en disposition over, hvad du vil arbejde med” er ikke i overensstemmelse med bekendtgørelsen.

Et prøveoplæg som nedenstående ligger heller ikke inden for bekendtgørelsens regler.

Sommerferie i Italien Du skal behandle emnet Sommerferie i Italien ud fra en matematisk vinkel. Materialeliste: <table border="0"> <tr> <td>✓ Udgifter ved kørsel selv ferie</td> <td>✓ Charterrejser</td> </tr> <tr> <td>✓ Vejret i Italien</td> <td>✓ Kursliste</td> </tr> <tr> <td>✓ Feriebudgetark</td> <td>✓ Europakort</td> </tr> <tr> <td>✓ Grundplan over ferielejlighed</td> <td>✓ Kalender</td> </tr> <tr> <td>✓ Kørsel selv ferie</td> <td>✓ Eurosedler</td> </tr> <tr> <td>✓ Priser på Campingpladsen Europa</td> <td>✓ Pizzæsker</td> </tr> <tr> <td>✓ På restaurant ITALIA</td> <td>✓ Diverse flasker</td> </tr> <tr> <td>✓ Swimmingpool</td> <td>✓ Biludlejningsbrochure</td> </tr> </table>	✓ Udgifter ved kørsel selv ferie	✓ Charterrejser	✓ Vejret i Italien	✓ Kursliste	✓ Feriebudgetark	✓ Europakort	✓ Grundplan over ferielejlighed	✓ Kalender	✓ Kørsel selv ferie	✓ Eurosedler	✓ Priser på Campingpladsen Europa	✓ Pizzæsker	✓ På restaurant ITALIA	✓ Diverse flasker	✓ Swimmingpool	✓ Biludlejningsbrochure	Ideliste Du kan bl.a. komme ind på følgende emner ☺ sammenligne benzinpriser ved valutaberegning ☺ beregne prisen for at køre på ferie i bil inkl. motorvejsafgift ☺ lave statistik over temperatur og/eller nedbør ☺ sammenligne prisforskelle på benzin/diesel i de nævnte lande ☺ illustrere priserne grafisk ☺ tegne og indrette telt/mobilhome i passende målestoksforhold ☺ beregne prisen for en ferie på en campingplads ☺ finde mængden af vand i rumfanget af swimmingpoolen ☺ beregne klubbens endelige udgift ved lånet til poolen ☺ lave beregninger over boldens bane (buen) ☺ beregne antallet af kombinationsmuligheder på restaurant ITALIA ☺ tegne campingpladsen i et passende størrelsesforhold ☺ beregne arealet af udvalgte rum ☺ sammenligne og vurdere kørsel selv ferie og charterrejser
✓ Udgifter ved kørsel selv ferie	✓ Charterrejser																
✓ Vejret i Italien	✓ Kursliste																
✓ Feriebudgetark	✓ Europakort																
✓ Grundplan over ferielejlighed	✓ Kalender																
✓ Kørsel selv ferie	✓ Eurosedler																
✓ Priser på Campingpladsen Europa	✓ Pizzæsker																
✓ På restaurant ITALIA	✓ Diverse flasker																
✓ Swimmingpool	✓ Biludlejningsbrochure																

I punktform er der enkelte steder problemer med:

- For store prøveoplæg med alt for mange bilag.
- For meget frit valg.
- Oplæg uden problemstillinger.
- Løse matematiske færdigheder, for eksempel kurvetegning, der ikke bruges til arbejdet med prøveoplæggets problemstillinger.
- Gamle prøveoplæg, der ikke er opdaterede.
- Forskellig layout og utydelige kopier, hvilket giver forskellige præstationer.
- Brug af andres prøveoplæg, som ikke er bearbejdet til den konkrete elevgruppe.
- For megen vægt på ”finere” matematik, som ligger uden for prøveoplægget og samlet set ikke dækker de matematiske emner.
- En hverdag med meget skriftligt arbejde og ikke så megen mundtlighed, så eleverne ikke er fortrolige med den mundtlige fremstilling og problematik.
- Ingen brug af konkrete materialer.

Her kommer en række eksempler på formuleringer af problemstillinger til prøveoplæg:

Eksempel 1

- Praktisk problemstilling: Du skal være med til at designe en golfbane, og der er en række krav, der skal overholdes.
- Matematisk problemstilling: Hvor langt vil golfbolden nå ud på banen, når et skud kan beskrives ved funktionen i bilaget?

Eksempel 2

- Problemstilling: Når man flyver til Færøerne er der en del overvejelser, som man kan gøre sig. Hvor lang tid tager turen, og hvad er farten på flyet? Kan colaen være i glasset, når der skal isterninger i glasset? Hvor langt flyver flyet, inden det kommer op i 30.000 fod over havoverfladen? På hvor mange måder kan man placere sig i flyet, og kommer pigerne til at sidde ved vinduet. Hvilken bil skal man leje i Vagar Lufthavn?

Her er ikke en skelnen mellem den praktiske og de matematiske problemstillinger, men kan fint fungere. Måske er der lagt op til alt for mange faglige områder.

Eksempel 3

- Praktisk problemstilling: Povl har tænkt, at han vil anskaffe et drivhus. Han undersøger derfor markedet for drivhuse.
- Matematisk problemstilling: Tegn drivhuset i perspektiv og et målestoksforhold.

Her er den matematiske problemstilling ikke helt i tråd med den praktiske, og den ligner mere en opgaveformulering fra den skriftlige prøve.

Eksempel 4

- Praktisk problemstilling: Der er i dag et stigende fokus på danskernes vægt og spisesevaner. Du hører ofte i medierne, at det er vigtigt at spise sundt og ikke indtage mere energi, end man forbruger. Som efterskoleelev falder man let i med hensyn til lidt hyggespise, og det er ofte cola, slik og chips. Risikoen for at tage på under et efterskoleophold er derfor stor. Varedeklarationen på chips fortæller om energiindholdet.
- Matematisk problemstilling: Hvornår er man for fed? En målemetode til at bestemme dette på er BMI. Prøv at lave nogle beregninger.

Den matematiske problemstilling kunne her godt udbygges, så der indgik forskellige former for energiforbrænding.

Eksempel 5

- Praktisk problemstilling: Der skal spares på ressourcerne, derfor har staten pålagt en masse afgifter på forskellige forbrugsemner så som vand, el, renovation, fjernvarme osv.
- Matematisk problemstilling: Du skal undersøge vandforbrug og en række andre forbrug for to forskellige familier. Du skal også vise, hvordan man kan spare på vandet ved at samle regnvand op i en tønde.

Her er mulighed for at arbejde på forskellige niveauer.

Eksempel 6

- Beachvolley sættes i gang ved hjælp af en serv. En dygtig spiller kan lave en såkaldt springserv, hvor bolden kastes langt op i luften og spilleren hopper op og rammer den så højt som muligt.
- Ved en sådan serv vil bolden følge en bane gennem luften, som kan beskrives ved forskriften $y = -0,041x^2 + 0,5x + 2,20$
- Undersøg hvad der sker, når spilleren, der server, hopper højere eller lavere eller bolden ryger ud af banen. Hvordan kan den ideelle serv se ud matematisk?

I dette oplæg er der lagt op til at gennemføre undersøgelsen i et dynamisk geometriprogram, som ud over at arbejde med problemstillingen også vil give et godt grundlag for at gå i dybden med andengradspolynomier.

Eksempel 7

Du har tilbudt at fremstille en sekskantet sandkasse til din lillebror i jeres have. I skal have købt materialer og sand til sandkassen. Det er vigtigt for jeres mor, at I ikke køber for meget sand, og det er vigtigt for jeres far, at det ikke bliver for dyrt. I overvejer selv at hente sandet i jeres trailer. Hvilke overvejelser med brug af matematik vil du gøre dig under arbejdet med sandkassen

Prøvens afholdelse

Det ser ud til, at flere og flere finder, at tiden til prøvens afvikling er nogenlunde passende. Men hvis man skal i dybden med den enkelte elev, kan man komme i tidnød. Ikke mindst i denne sammenhæng er det vigtigt, at prøveoplægget er kort med få klare problemstillinger.

Prøveform B

Kun få klasser har gennemført denne prøveform trods stor interesse hos mange lærere. Det skyldes nok, at der ikke har været en grundigere vejledning, og at den er meget anderledes end den nuværende prøveform A og tidligere prøveformer. Den vigtigste ændring er, at prøven bygger på elevens portfolio samlet i løbet af skoleåret.

Der har været en del utilfredshed med, at mindst et af de fire forløb skulle have udgangspunkt i elevernes brobygning. Dette har betydet, at der i prøvebekendtgørelse nu står: "... en portfolio fra mindst 4 undervisningsforløb, hvoraf mindst et kan have baggrund i den enkelte elevs brobygning eller praktik." Det betyder, at det ikke mere er et krav om et forløb med baggrund i brobygning eller praktik, men at man selvfølgelig godt kan gøre det.

Da der kun er indsamlet få erfaringer fra denne prøveform, er det ikke muligt at vurdere prøveformen fyldestgørende. Der henvises derfor også til den nye prøvevejledning og i tilfælde af tvivl og problemer om prøveformen kan fagkonsulenten kontaktes.

Udsagn om den nye prøveform

Fra lærere og censorer:

- *"Det har været meget spændende at arbejde med portefolierne i årets løb, og det har givet eleverne en god mulighed for at få samlet op på de matematiske områder, vi har arbejdet med."*
- *"Til prøven oplevede jeg nogle meget velforberedte elever, der var godt inde i det stof, de skulle fremlægge. Prøven forløb rigtig godt, og alle anstrengelser set fra mit synspunkt blev arbejdet værd."*
- *"Det var dejligt at opleve, at eleverne var trygge ved stoffet, de gik op i."*
- *"Ved b-prøven var det nemt for eleverne at få gang i matematikken med det samme."*

Fra nogle elever:

- *"Jeg synes, det har været fedt at kunne have lidt kontrol over, hvad man kommer op i til prøven. Det har også givet mulighed for at gå mere i dybden med sit emne."*
- *"Det er mere betryggende, og det giver også en bedre mulighed for at kunne forberede sig og specialisere sig i netop kun de 4 emner, man har valgt."*
- *"Selve prøven foregik helt vildt godt, det fungerede som det skulle."*

Ikke alle er udelte begejstrede ved prøveform B, hvilket dette udsagn fra en censor tyder på:

"Min vurdering er, at denne prøveform ikke er meget bedre end den gamle. Måske kan svage elever opleve, at de starter godt med deres egen redegørelse."

Krav til de skriftlige redegørelser

I den justerede prøvevejledning er der en nærmere beskrivelse af elevernes redegørelser. Kravene, der opstilles i samarbejde med eleverne i skoleårets start, kan udformes på flere måder ud fra de generelle krav. Her er et eksempel fra en efterskole:

- Overskrift.
- Problemstillinger der er arbejdet med. Problemstillingerne bruges som afsæt til at komme i gang med en opgave. Hvad er det jeg skal undersøge? Der skal redegøres for, hvordan de enkelte fagområder kan anvendes, og hvordan man bruger matematikken til at beskrive natur- eller samfundsforhold.
- En redegørelse, der indeholder de faglige områder, der er arbejdet med. Redegørelsen skal indeholde de tegninger og matematiske beregninger, der er brugt.
- Formler og begreber. Det skal fremgå tydeligt, hvilken faglig viden, du har gjort brug af.
- Opgaver og regnestykker, der er brugt for at løse problemstillingerne.
- Egne noter, for eksempel kommentar til formler, egne observationer og huskeliste
- Litteratur, der er brugt i forløbet
- Hjemmesider og links, og evt. fotos.
- Værktøjer der er brugt.

To eksempler på disposition for elevredegyrelser

Titel: Flytte hjemmefra

- Problemstilling. Hvad koster det at flytte hjemmefra, og hvordan får man pengene til at slå til?
- Matematisk indhold: Sammenligning af priser på forskellige boligtyper. Undersøgelse af forskellige lån ved hjælp af regneark. Boligindretning med grundplans-tegning i geometriprogram. Budgetlægning i regneark.
- Disposition til en mundtlig fremlæggelse:
 1. Mit budget i regneark med forklaring af formler.
 2. Gennemgang af gældsannuitet i et regneark
 3. Tegning af min bolig i GeoGebra.
- Produkter: GeoGebra-film af min konstruktion. Regneark med simpel fremskrivning af annuiteter. Budget.
- Kilder: Den Danske Bank, Dankredit, Finansrådet,

Titel: Vækst

- Problemstilling. Hvordan kan man beskrive en vækst på forskellige måder, og hvordan finder man ud af, hvilken vækstfunktion der er bedst?
- Matematiske indhold: Lineær vækst, både sammenhængende, punktvis og stykkevis. Eksponentiel vækst
- Disposition til en mundtlig fremlæggelse:
 1. Gennemgang af lineær vækst med et praktisk eksempel: Opsparing uden rente.
 2. Gennemgang af eksponentiel vækst med to eksempler: Bakteriekoloni og opsparing med rente.
- Produkt: GeoGebra-film og regneark med diagrammer
- Kilder: Lærebogen.

Oplæg til undervisningsforløb

Oplægget kan være en praktisk problemstilling eller et fagligt emne, der skal belyses på forskellige måder. Ofte vil det være en fordel, at klassen arbejder under den samme overskrift, men læreren og klassen kan også beslutte, at et eller flere forløb er ud fra elevernes individuelle valg.

Det er en fordel, hvis eleverne har mulighed for efter et forløb at få respons på deres arbejde, for eksempel i forbindelse med en mundtlig fremlæggelse for klassen. Det vil dels styrke det mundtlige arbejde, dels give et indtryk af, om eleven kan forstå og fremlægge sin rede-

gørelse. Eleverne må gerne arbejde sammen i de forskellige forløb, men skal aflevere individuelle redegørelser.

Det kan være en fordel for nogle elever at kunne tilrette redegørelsen inden afleveringen ud fra den læring, der måske er sket efter forløbet. Men på den anden side er det en fornøjelse, når elever i deres fremlæggelse kan forholde sig kritisk til deres egen redegørelse og rette evt. fejl eller komme med forbedringer af problemløsningen.

10 eksempler på undervisningsforløb, der kan danne grundlag for elevens portfolio.

❖ **Sport**

- Indhold: Tal og algebra (klubøkonomi), geometri (tegning af baner), statistik (medlemmer).
- Kompetencer: Modellering.
- Arbejds måder: Faglig læsning.
- Kommentarer: Emnet er et traditionelt folkeskoleemne. Det har optrådt i mange mundtlige prøveoplæg og været temaet i mange skriftlige prøvesæt. Der er derfor mulighed for at arbejde både mundtligt og skriftligt med temaet.

❖ **Matematikmorgener**

- Indhold: Find matematikken i dit liv, fra du vågner, til du er i skolen, derfor er alle faglige emner i brug.
- Kompetencer: Modellering.
- Arbejds måder: Undersøgelser.
- Kommentarer: Forløbet er beskrevet i detaljer af Mikael Skånstrøm fra opgavekommissionen.

❖ **Statistik i medierne**

- Indhold: Statistik og sandsynlighed. Udgangspunkt i mediernes brug. Gennemførelse af egne undersøgelser med statistisk bearbejdning. Bearbejdning af data fra for eksempel Danmarks Statistik.
- Kompetencer: Modellering.
- Arbejds måder: Faglig læsning.
- Kommentarer: Kan bruges som et læringsforløb før projektopgaven for at kvalificere denne.

❖ **Flytte hjemmefra**

- Indhold: Økonomi omkring emnet. Opsparing, gæld, budgetlægning mv.
- Kompetencer: Hjælpe middelkompetencen.
- Arbejds måder: Faglig læsning.
- Kommentarer: Klassisk tema, blandt andet beskrevet i prøveoplæg fra Forlaget Matematik.

❖ **Astronomi**

- Indhold: Tal og algebra, geometri.
- Kompetencer: Modellering, symbolbehandling.
- Arbejds måder: Faglig læsning.
- Kommentarer: Et tema, der kan arbejdes på mange niveauer.

❖ **Kost og motion**

- Indhold: Tal og algebra.
- Kompetencer: Modellering.
- Arbejds måder: Undersøgelse.

- Kommentarer: Et tema som altid er aktuelt og evt. kan indgå i samarbejde med andre fag eller de timeløse emner.
- ❖ **Naturen**
 - Indhold: Fibonacci talrækken, model for population og føde
 - Kompetencer: Modellering
 - Arbejds måder: Den undersøgende arbejdsform.
 - Kommentarer: Den første del er velbeskrevet i mange lærebøger, den anden er beskrevet i et prøveoplæg fra Forlaget matematik.
- ❖ **Funktioner i forskellige repræsentationer.**
 - Indhold: Tal og algebra, koordinatsystem.
 - Kompetencer: Repræsentations- og modelleringskompetencen.
 - Arbejds måder: Undersøgende arbejds måder ved hjælp af it.
 - Kommentarer: Et klassisk tema, blandt andet beskrevet i flere lærebøger.
- ❖ **Mønstre**
 - Indhold: Talfølger og talmønstre, algebra med udgangspunkt i geometriske figurer. Geometri.
 - Kompetencer: Modellering og symbolbehandling.
 - Arbejds måder: Undersøgelser.
 - Kommentarer: Forløbet er beskrevet i et oplæg til mundtlig prøve fra Forlaget Matematik.
- ❖ **Vækstfunktioner**
 - Indhold: Tal og algebra, koordinatsystem.
 - Kompetencer: Modellering.
 - Arbejds måder: Undersøgelser.
 - Kommentarer: Med i flere lærebøger og i formelsamlingen.

Det korte prøveoplæg med en problemformulering

Har eleverne arbejdet med de samme emner og temaer, vil fremstillingen af de korte prøveoplæg være noget nemmere, da der kan udarbejdes små variationer over den samme læst, som dog skal svare til elevens redegørelse. Det ser ud til, at det er svært at formulere en problemstilling i de korte oplæg. De få eksempler, der er set, tyder på, at det enten bliver traditionel opgaveløsning eller gennemgang af et fagligt emne, for eksempel lineære funktioner. Måske kan man i stedet lægge op til en undersøgelse af for eksempel de faglige områder, som redegørelsen har været omkring. Prøveoplægget bør ikke have et omfang på mere en halv side og helst uden bilag.

Prøveforløbet

De få tilbagemeldinger, der har været på prøven, viser en generel tilfredshed med prøveformen, men der vil nok gå nogle år, inden den finder sin helt faste form. En enkelt lærer melder om en ikke behagelig oplevelse med denne form for prøve. Den stiller nemlig ret store krav til elevernes arbejde i den daglige undervisning og deres forståelse af det, de skriver i deres redegørelser.

Bilag

Færdighedsprøven 2009-2011

Sammenligning af svarprocenter i FSA, matematiske færdigheder i maj 2009 og maj 2010

Nedenstående skema viser opgaver, som indgik i fagområdet ”Tal og algebra” i folkeskolens afgangsprøves færdighedsdel i maj 2009, maj 2010 og maj 2011. Færdighedsdelen er en prøve uden hjælpemidler med en varighed på en time. Den består hvert år af i alt 50 opgaver.

Skemaet er opbygget, så sammenlignelige opgaver er vist i kolonnen til venstre - opgaver fra 2009 står øverst, derefter følger opgaver fra 2010 og nederst fra 2011. I de øvrige kolonner kan aflæses, hvor stor en procentdel af eleverne der svarede rigtigt på den pågældende opgave og *forsøgte* at besvare opgaven i de forskellige år.

De øvrige fagområder, der prøves i Matematiske færdigheder, er ”Geometri”, ”Statistik og sandsynlighed” og ”Matematik i anvendelse”, men opgavetyperne indenfor disse fagområder er forskellige fra år til år og giver derfor ikke de samme muligheder for sammenligninger af svarprocenter. Det er årsagen til, at de ikke er medtaget her.

Opgavenr., 2009 øverst, 2010 og 2011 nederst	Rigtige/besvarede 2009	Rigtige/besvarede 2010	Rigtige/besvarede 2011
1. $9821 + 888$ 1. $1781 + 220$ 1. $5206 + 795$	95 % / 100 %	97 % / 100 %	94 % / 100 %
2. $1397 - 751$ 2. $1050 - 722$ 2. $1018 - 619$	92 % / 100 %	90 % / 100 %	75 % / 99 %
3. $35 \cdot 12$ 3. $15 \cdot 41$ 3. $42 \cdot 15$	82 % / 98 %	80 % / 99 %	78 % / 97 %
4. $1812 : 6$ 4. $891 : 9$ 4. $8032 : 8$	49 % / 91 %	73 % / 90 %	54 % / 91 %
13. $18 - 2 \cdot 5$ 5. $4 + 4 \cdot 11$ 5. $13 - 3 \cdot 4 + 3$	62 % / 98 %	60 % / 100 %	48 % / 97 %
ingen 6. $3 \cdot (10 + 8) - 18$ 6. $-2 \cdot (5 - 7) + 3$	-	74 % / 97 %	46 % / 90 %
ingen 7. Hvor stor en del af figuren er farvet? og 8. Farv videre, så 90 % af figuren er farvet. Ingen	-	88 % / 100 % 91 % / 99 %	-
8. $9x = 72$	83 % / 93 %	82 % / 93 %	77 % / 89 %

9. $8x = 56$ 20. $6x = 0$			
9. $4x - 10 = 2$ 10. $48 = 3x + 12$ 19. $x - 18 = 27$	80 % / 93 %	75 % / 90 %	78 % / 93 %
10. $3x + 11 = 2x + 7$ 11. $10 + 4x = 2x + 20$ Ingen	47 % / 78 %	65 % / 81 %	-
Ingen Ingen 21. $3x/5 = 15$	-	-	45 % / 76 %
11. $4,25 \cdot 20$ 12. $2,9 \cdot 100$ 7. $62,3 \cdot 100$	72 % / 95 %	80 % / 96 %	72 % / 95 %
12. $42,5 : 100$ 13. $7,50 : 10$ 8. $7,5 : 100$	62 % / 89 %	69 % / 91 %	57 % / 89 %
Ingen Ingen 9. $0,35 + 3,1$ 10. $33 : 4$ 11. $4,9 - 5,2$	-	-	83 % / 97 % 54 % / 91 % 36 % / 94 %
Ingen 14. 15 % af 300 kr. er 16. 30 % af 600 kr. er	-	69 % / 91 %	66 % / 90 %
Ingen Ingen 17. 25 kr. af 200 kr. er	-	-	55 % / 90 %
Ingen 15. 25 % af et beløb er 200 kr. Hele beløbet er 18. 15 % af et beløb er 450 kr. Hele beløbet er	-	77 % / 95 %	40 % / 79 %
Ingen 16. Sæt ring omkring det udtryk, der beskriver Kvadratets omkreds. $s + 4$ $s/4$ $4 \cdot s$ s^2 Rektangelet har sidelængderne a og $(a+b)$ 22. Rektangelets omkreds er 23. Rektangelets areal er	-	73 % / 100 %	27 % / 88 % 29 % / 85 %
17. $1/4 + 1/2$ 17. $1/4 + 0,2$ 14. $1/2 + 3/5$	66 % / 96 %	55 % / 86 %	58 % / 90 %
Ingen 18. $3/4 - 1/5$ Ingen	-	52 % / 86 %	-
Ingen Ingen 15 $3/4 \cdot 2$	-	-	50 % / 88 %
Ingen 19. $3/5 : 3$	-	51 % / 79 %	-

24. $1/20$ (Omskriv til decimaltal.) 20. $4/5$ (Omskriv til decimaltal.) Ingen	50 % / 91 %	66 % / 92 %	-
Ingen 21. $5/2$ (Omskriv til decimaltal.) Ingen	-	56 % / 89 %	-
25. 37 % (Omskriv til decimaltal.) 22. 15 % (Omskriv til decimaltal.) Ingen	89 % / 97 %	83 % / 96 %	-
Sæt i rækkefølge efter størrelse. 18. $3/5$ $1/2$ $2/3$ 19. 0,48 0,7 0,109 23. 10^3 3^{10} $10 \cdot 3$ 3000 Sæt i rækkefølge efter størrelse	60 % / 98 % 84 % / 98 %	50 % / 99 %	-
Ingen 24. Gennemsnittet af 10, 16, 15 og 11 er	-	77 % / 96 %	-
5. 0,24 (omskriv til procent) Ingen 13. 0,04 (omskriv til procent)	93 % / 99 %	-	83 % / 90 %
6. 2,17 (omskriv til procent) Ingen Ingen	82 % / 97 %	-	-
7. $2/5$ (omskriv til procent) Ingen 12. $3/5$ (omskriv til procent)	71 % / 94 %	-	74 % / 93 %
14. kvrod 64 Ingen Ingen	75 % / 88 %	-	-
15. 3^3 Ingen Ingen	73 % / 98 %	-	-
16. $10^4 \cdot 10^2$ Ingen Ingen	61 % / 95 %	-	-
Indsæt <, > eller = så hvert udsagn bliver sandt, når $t = 4$ og $s = 3$. 20. $s + 1 \square t$ 21. $t/s \square 1$ Ingen Ingen	94 % / 99 % 70 % / 98 %	-	-
Reducer. 22. $a + 3a - 2a$	78 % / 94 % 24 % / 84 %	-	34 % / 80 % 22 % / 72 %

23. $a(a + 3b) - ab$ Ingen			
24. $2a - 3b + 2(a + b)$			
25. $a^2 \cdot a^5/a^3$			