

Prøver – Evaluering – Undervisning

Matematik

Maj-juni 2008

Ved fagkonsulent Klaus Fink

Indhold

Indledning	3
Fælles for faget	3
Fagets identitet	3
De skriftlige prøver i matematik	5
FSA	9
Matematiske færdigheder	9
FSA	13
Matematisk problemløsning	13
FS10, skriftlig matematik	24
FS10, mundtlig matematik	31

Indledning

PEU 2008 er skrevet ud fra en række vurderinger af årets prøvesæt. Alle ministerielt beskikkede censorer har bidraget med en evalueringsrapport, og der har været afholdt et evalueringsmøde i forbindelse med forcensuren. Desuden har der kunnet trækkes mange oplysninger om elevernes arbejde med prøveopgaverne ud af Skolestyrelsens retteprogram, som blev anvendt i forbindelse med vurderingen af mere end 10 % af alle elevbesvarelser. Der skal lyde en stor tak til alle, der på disse måder har givet værdifulde informationer til årets prøveevaluering.

Fælles for faget

Der er tre hjemmesider, hvor man som matematiklærer kan hente information om og inspiration til sit daglige arbejde med undervisningen og til arbejdet med afgangsprøverne. Det kan anbefales regelmæssigt at besøge disse hjemmesider.

www.evaluering.uvm.dk

Her kan matematiklæreren hente inspiration til den løbende evaluering i sit fag. Der er både generelle artikler om evaluering og fagspecifikke inspirationsartikler. Hjemmesiden giver desuden adgang til de nationale test. Endelig er der også inspiration til arbejdet med elevplaner.

www.skolestyrelsen.dk

Her ligger alle bekendtgørelser og vejledninger om prøverne samt de årlige PEU-hæfter. Nyhedsbreve og informationsbreve til skolerne vil også kunne findes på denne side.

www.uvm.dk

Her er alt om karakterskalaen, blandt andet karakterbekendtgørelsen og karakterbeskrivelser, og der er et link til Fælles Mål. Desuden er der mange andre oplysninger om folkeskolen og de frie grundskoler.

Fagets identitet

Faget matematik er et af de centrale fag i grundskolen. Der er tale om verdens største fag, da det blandt andet er det eneste fag, der er på skemaet i alle verdens skoler. Faget er et sprogligt fag, hvor anvendelse af både mundtligt og skriftligt sprog er afgørende for elevernes begrebsudvikling, præcisering af tankegange og læring i matematik. Matematik er også et af de vigtigste faglige redskaber i en lang række

andre fag og funktioner i dagligdagen. Således har matematik en stadig stigende betydning i de videregående uddannelser, i den teknologiske udvikling og i samfundet i øvrigt.

Men samtidig er meget af matematikkens anvendelse skjult for mennesket i dagligdagen. Dette skisma har også betydning for arbejdet i skolen, hvor ikke al matematik kan gøres umiddelbart motiverende med eksempler fra elevernes nære hverdag. Alligevel er det lykkedes lærerne at være med til at gøre faget til det mest populære fag for eleverne (Gallupundersøgelse offentliggjort i Berlingske Tidende august 2007). Der er da også til stadighed mange diskussioner om fagets indhold, undervisningens tilrettelæggelse og fagets målsætning. Disse diskussioner sker ofte på baggrund af Fælles Mål og indimellem med inddragelse af ny didaktisk forskning. Disse diskussioner er med til at udvikle faget matematik i folkeskolen.

Det drejer sig om såvel den mere overordnede fastlæggelse af undervisningsmål ud fra slut- og trinmål i Fælles Mål som den mere individuelle fastsættelse af læringsmål for den enkelte elev. Naturligt nok er undervisningsmålene, som de fremtræder i faghæftet, af en overordnet karakter, der skal dække flere klassetrin og større grupper af elever. Arbejdet for skolerne (lærerne) består så i at fastlægge læringsmålene og de dertil hørende mere specificerede faglige beskrivelser for de enkelte elever.

Disse læringsmål er således forskellige for den enkelte elev eller grupper af elever. Hvis klassen arbejder med for eksempel ligningsløsning har nogle elever en målsætning, der handler om inspektion og helt enkle ligninger, hvor andre arbejder hen mod at kunne løse mere komplicerede ligninger i en formaliseret løsningsproces. Et eksempel fra begyndertrinnet kan være addition, hvor nogle elever er klar til en formaliseret opstilling, og andre slet ikke er kommet så langt og derfor arbejder med at udvikle algoritmer ud fra konkrete materialer og andre repræsentationer. Her er læringsmålene således af forskellig karakter, og det er nødvendigt at anskue disse mål gennem det overliggende hierarki, som består af fagets formål, centrale kundskaber og færdigheder (slutmål) og trinmålene – og dernæst forholde sig til den enkelte elev. For den enkelte elev vil der således være tale om afvejning og fokusering på nogle mål mere end på andre.

Grundlaget for denne modeltænkning er, at CKF'erne og de tilhørende trinmål er et kompliceret system, hvor det næppe er muligt at arbejde med matematik og kun opfylde et enkelt trinmål. Målene og CKF'erne har en indbyrdes sammenhæng. Matrixmodellen, som blev omtalt i PEU-hæftet 2003, er en anskuelsesmodel, der kan tydeliggøre, hvilke delmål den enkelte elev skal eller kan tage udgangspunkt i

og efterfølgende forsøge at opfylde gennem sit arbejde med matematikken. Det har også den konsekvens, at en helhedsvurdering af elevens præstationer bygger på flere veje til målet og dermed (måske) forskellige kvaliteter i såvel arbejde som resultater.

Med KOM-rapportens offentliggørelse i 2001 kom der en ny dimension ind i diskussionerne om matematikundervisningen i form af definition af otte matematiske kompetencer, der kan beskrives for hele uddannelsesforløbet. Kompetencerne er omtalt i kortfattet form i Fælles Mål fra 2003. Kompetencetænkningen og flere af elementerne i de otte matematiske kompetencer er allerede med i Fælles Mål.

Med de obligatoriske nationale test og indførelse af obligatoriske afgangsprøver er der nu tre nationale evalueringer i faget matematik. Det er vigtigt at gøre sig klart, at de to nationale test i 3. og 6. klasse er tænkt som formative test, der kan hjælpe læreren i evalueringen og planlægningen af sin undervisning. Desuden betyder testformen og den tid, der er afsat til den, at kun en mindre del af fagets mål kan evalueres i disse test. For at kunne evaluere alle mål og på alle klassetrin skal der flere evalueringsredskaber i brug. Til dette arbejde er der meget inspiration at hente på den ovenover omtalte evalueringsportal. Afgangsprøven er til gengæld en summativ evaluering som afslutning på grundskoleforløbet. Prøven i matematik kommer dybere i evalueringen af fagets mål end de nationale test. Men heller ikke afgangsprøven evaluerer alle mål, idet det mundtlige arbejde med matematik ikke prøves ved FSA. Da dette også skal evalueres, blandt andet fordi det er med i målene, og fordi det skal bedømmes med standpunktskarakterer, er det både nødvendigt at arbejde med den mundtlige dimension og evaluering af dette arbejde i den daglige undervisning.

De skriftlige prøver i matematik

Den nye karakterskala

Overgangen til ny karakterskala ser ikke ud til at have givet problemer. Tilbagemeldinger fra de beskikkede censorer både i de skriftlige prøver og ved den mundtlige prøve i FS10 viser klart, at overgangen til 7-trins-skalaen er foregået stort set problemfrit. Det kan skyldes, at der er blevet gennemført et omfattende arbejde med informationsmøder, skriftlige materialer og møder i fagteam og klasseteam på de enkelte skoler. Det spiller også en rolle, at 7-trins-skalaen med de færre trin, den tydeligere trindifferentiering og den mere præcise beskrivelse af de enkelte karakterer i skalaen er lettere at arbejde med, end 13-skalaen var.

Den nye bedømmelsesprocedure

De uhensigtsmæssigheder, der har været med den nye bedømmelsesprocedure, er blevet løst med den procedure, der gælder fra decemberprøven 2008. Den giver en nærmere beskrivelse af, hvordan den ministerielle og den kommunale censor drøfter karaktergivningen inden karakterlisterne sendes til skolen. Tilbage meldingen fra de ministerielle censorer ved decemberprøven udtrykker stor tilfredshed med denne ordning.

Derimod melder mange kommunale censorer, at de ikke er uddannet i censorarbejdet, som for eksempel de ministerielle censorer, der deltager i de årlige censormøder. Flere kommunale censorer har oplyst, at arbejdet er blevet brugt som "skemakit" med den konsekvens, at der nogle steder er kommunale censorer, der ikke før har vurderet folkeskolens afgangsprøver, og endda enkelte steder, hvor den kommunale censor aldrig har undervist i matematik.

Vurdering af især problemløsning

Det er vigtigt at slå fast, at vurdering af matematisk problemløsning ikke kun kan være en kontrol af antallet af rigtige facit. Der er mange andre forhold i elevbesvarelsenerne, der skal indgå i bedømmelsen. Det kan man læse om i prøvevejledningen. Her skal blot gengives en del af bekendtgørelse nummer 863 af 5. juli 2007: "2.9. I bedømmelsen vil der blive lagt vægt på elevens brug af faglige begrundelser, herunder anvendelse af matematiske modeller, samt elevens anvendelse af forklarende tekst, algebraiske udtryk, tegninger og grafer. Ligeledes indgår det i bedømmelsen, hvorledes eleven på grundlag af de foreliggende oplysninger og data kan vurdere problemer, beskrive løsningsstrategier og udarbejde løsninger ved hjælp af matematikken".

Det er vigtigt, at eleverne forholder deres matematiske løsninger til det praktiske problem, der skal løses, blandt andet ved at angive den endelige løsning med et passende antal betydende cifre og decimaler.

Jeg vil her citere en af historiens mest fremtrædende matematikere, Carl Friederich Gauss, 1777-1855: "Der er intet, som i højere grad er udtryk for en mangel på matematisk uddannelse som en umådelig nøjagtighed ved regning med tal".

To forhold skal nærmere kommenteres: Skal der altid være en begrundelse i form af tekst, tegning, regneudtryk mv.? Ja, principielt kan der højst gives et point for et rigtigt facit helt uden begrundelse eller

ledsagende tekst. Der forekommer dog opgaver, hvor en begrundelse kan være undladt, for eksempel ved simple aflæsninger i et skema eller diagram.

Kan en begrundelse være udelukkende i dagligsprog uden regneudtryk eller lignende matematik-sprog? Ja, men det forekommer sjældent, da det for langt de fleste elever er lettere at opstille et regneudtryk. Derimod bør sammenblanding af dagligsprog og et regneudtryk medføre et fratræk i point. Her er et par eksempler:

Eksempel 1

FSA, opgave 1.3

”Den procentvise stigning fra sommeren 07 til sommeren 08 er $(75-70 \text{ som er priserne fra 08 og 07} = 5 \text{ som er stigningen} / 70 = 0,071 * 100) = 7,1 \%$ ”

Eksempel 2

FSA, opgave 3.3

”Menuen som Peter spiser dækker $(4000 \text{ som er det menuen indeholder} / 10\,600 \text{ som er det maksimum indtag bør være} * 100) = 37,73 \%$ af hans daglige forbrug.”

Hjælpemidler

Der er forsat en vis usikkerhed på skolerne om reglerne for tilladte hjælpemidler i matematisk problem-løsning til FSA og skriftlig matematik til FS10.

Til FSA er alle hjælpemidler, der er anvendt i den daglige undervisning tilladte ifølge bekendtgørelse nummer 863 af 5. juli 2007. Desuden er der nævnt nogle eksempler på, hvad disse hjælpemidler kan være: lommeregner, skrive- og tegneredskaber, elevens egne udførte noter og opgaver samt den af ministeriet udgivne formel- og tabelsamling eller lignende. Men andre eksempler kan tænkes i denne sammenhæng: grafregner, computer med alle de programmer, eleven er fortrolig med gennem det daglige arbejde med matematik, elevens lærebog, opslagsværker, matematiske leksika, rettede opgaver, lærerfremstillede kompendier, matematikrapporter og kladdehæfter. Flere eksempler kan sikkert findes.

Men der er tre forhold at holde sig for øje:

- Alle hjælpemidler, som eleven har anvendt i sit daglige arbejde med matematik, er tilladte at medbringe til prøven.

- Elektronisk udstyr, som kan sætte eleven i stand til at kommunikere med andre under prøven, er derimod ikke tilladt.
- Det er vigtig at diskutere omfanget af hjælpemidler med eleverne forud for prøven – at der kun medbringes de hjælpemidler, den enkelte elev er fortrolig med og kan have glæde af i den tre timer lange prøve.

For prøven FS10 er formuleringen af tilladte hjælpemidler lidt anderledes: ”Ved den skriftlige prøve må anvendes en godkendt formel- og tabelsamling, egne optegnelser og opslagsværker samt andre hjælpemidler, herunder lommeregner og computer” (bekendtgørelse nummer 737 af 14. juli 2005). I praksis betyder det næsten det samme, idet en formel- og tabelsamling, egne noter og et opslagsværk (for eksempel lærebogen eller et leksikon), lommeregner og eventuelt en computer er de hjælpemidler, langt de fleste elever vil vælge at medbringe og kunne have glæde af ved prøven.

Elevens aflevering af besvarelse

Nogle censorer bemærker, at der stadig er enkelte klasser, hvor de fleste elever er usikre på reglerne i forbindelse med afleveringen af deres besvarelser. Eleven skal selv vælge de ark, vedkommende ønsker at aflevere til bedømmelse. Hvert ark nummereres fortløbende og forsynes med antal afleverede ark i alt samt elevens underskrift. Ved ark forstås også et foldet A3-ark, som altså kun tæller som ét ark.

Mange elever afleverer to svarark, selvom der kun er arbejdet på det ene. Enkelte elever afleverer nogle opgaver i to versioner (kladde og indskrivning?), hvilket sætter censoren i en vanskelig situation. I sådanne tilfælde er censor ikke forpligtet til at vurdere pågældende opgaver. Den tilsynsførende er ansvarlig for, at eleven har opfyldt reglerne for aflevering og attesterer med sin underskrift.

Hvordan fremkommer der en karakter i skriftlig matematik?

Forud for prøvens afholdelse har opgavekommissionen givet hver enkelt opgave et antal point. Pointene fordeles til en vis grad lige til hver delopgave. Der tages for eksempel hensyn til, at særligt arbejdskrævende opgaver tildeles lidt flere point.

Begrundelsen for at tilstræbe ligelig fordeling af point på de enkelte opgaver er, at svære og lette opgaver ikke nødvendigvis er de samme for alle elever, og at der ikke er noget matematik, der er finere, fordi det er svært. Opgaverne skal afspejle Fælles Mål.

Stærkt svingende antal point vil betyde store problemer med omsætningstabellen, hvilket blandt andet vil gå ud over elever i midterområdet. Desuden vil det være svært for en meget stor gruppe elever at opnå point til karakteren 02 efter den gængse omsætningstabel.

Alle spørgsmål kan vurderes ensartet:

3 point for den fuldendte besvarelse

2 point for en besvarelse, der i princippet kan være rigtig, men med en regne-/ aflæsning-/ skrivefejl undervejs eller uklar kommunikation til en ellers rigtig besvarelse

1 point til de elever, der har skrevet rigtig facit uden tekst/ mellemregning, eller til besvarelser med elementer af rigtige tanker

0 point, hvis der ikke er arbejdet med opgaven, eller hvis det skrevne er uden mening.

Pointfordelingen offentliggøres på Skolestyrelsens hjemmeside dagen efter prøvens afholdelse.

Et antal beskikkede censorer deltager i en forcensur, hvori der skal være vurderinger af mindst 2.000 elevbesvarelser. Disse bearbejdes statistisk, og opgavekommissionen vurderer, om der skal ske justeringer i omsætningstabellen for at tage højde for eventuelle fejl eller lignende.

FSA

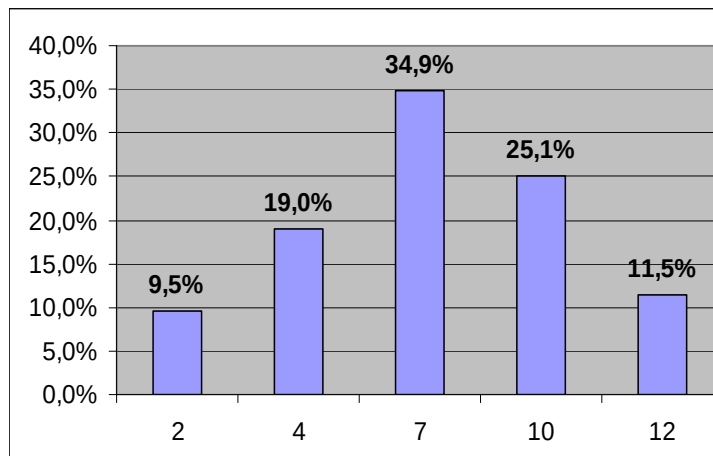
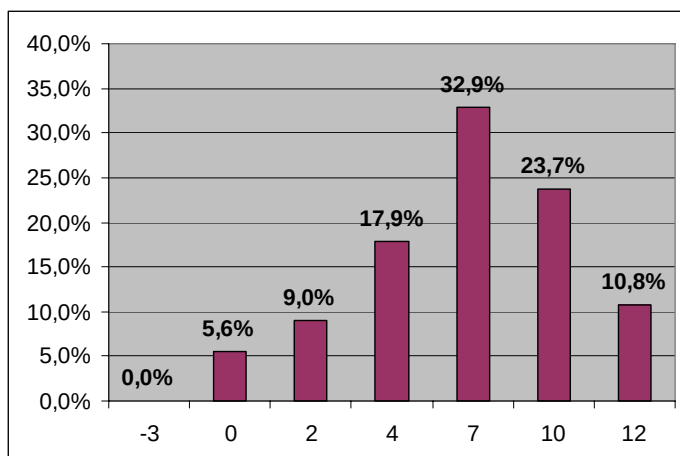
Matematiske færdigheder

Prøven i matematiske færdigheder er en selvstændig prøve og består af 50 opgaver. De fleste er de traditionelle opgavetyper, som vi kender dem fra tidligere opgavesæt. Der er således opgaver inden for et bredt udvalg af de færdigheder, der må forventes at være kendt af eleverne. Dette fremgår da også af censorernes tilbagemeldinger, som bekræfter, at opgavetyperne i vidt omfang er de samme som tidligere år, og at opgaverne er bredt sammensat fra fagets stofområder. Arbejdsmængden har været passende, selvom flere censorer påpeger, at en stor del af eleverne klarer opgaverne på cirka 40-45 minutter.

Landsresultatet

Nedenfor er karakterfordelingen for de 62.222 elever, der aflagde prøve i matematiske færdigheder. Ud over karakterfordelingen er der fremstillet en procentvis fordeling af karaktererne 2-12, for at man kan sammenligne med den fordeling, der over tid tilstræbes:

ECTS	F	Fx	E	D	C	B	A
7-trins-skalaen	-3	00	02	4	7	10	12
Andel over tid			10 %	25 %	30 %	25 %	10 %



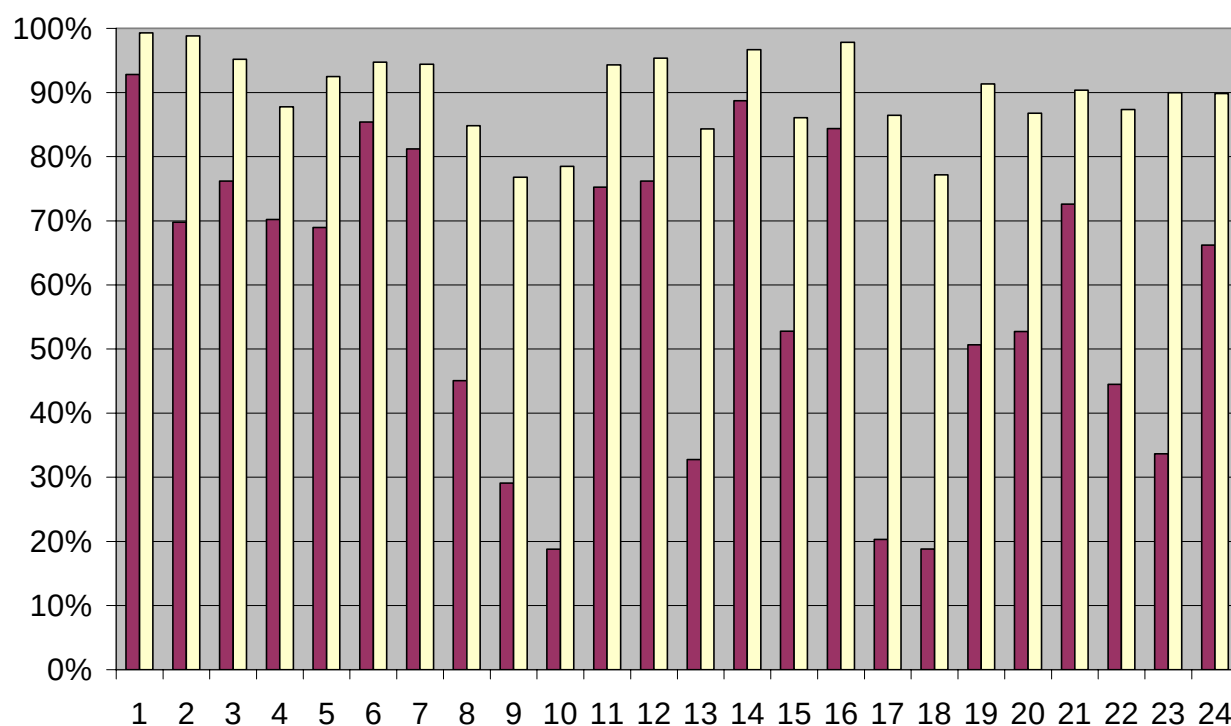
I forensuren deltog vurderinger af 6.199 elevbesvarelser, og de danner grundlaget for de følgende betragtninger og de nedenstående diagrammer. Næsten halvdelen af opgaverne er besvaret af mere end 90 % af eleverne, og kun tre opgaver har en besvarelsesfrekvens på lidt under 80 %. Ser vi på, hvor mange korrekte svar der er afgivet, ser billedet således ud: 70 % af opgaverne er besvaret korrekt af mere end 50 % af eleverne. Seks af opgaverne skiller sig ud ved kun at være korrekt besvaret af mellem 18 og 29 % af eleverne. Det er ikke overraskende de opgaver, der stiller krav til elevernes symbolbehandling på det mere abstrakte plan. Desuden er der en del elever, der ikke har styr på de matematiske begreber.

Nogle censorer har bemærket, at der i enkelte klasser er en eller flere fejl, som ofte forekommer hos eleverne, hvilket ofte vil pege på mangler i undervisningen i de pågældende klasser.

Kommentarer til enkelte opgaver

Ved læsningen af dette afsnit er det godt at have årets prøve i matematiske færdigheder ved siden af.

Opgave 1-24



Opgave 2-4

Det er overraskende, at disse tre opgaver kun besvares rigtigt af lidt over 70 % af eleverne. Det er mindre end opgaver med omsætning mellem procenttal og decimaltal og beregninger af rumfang og areal. Der henvises til bemærkningerne i PEU 2007.

Opgave 6-7

Det er positivt, at mere end 80 % af eleverne kan omsætte fra procenttal til decimaltal.

Opgave 11-12

Der er positivt, at langt flere elever kan give korrekte svar på disse opgaver i forhold til de tilsvarende opgaver sidste år.

Opgave 13

Overraskende kender kun lidt over 30 % af eleverne begrebet produkt.

Opgave 17

Årsagen til de få rigtige besvarelser kan skyldes, at der i den daglige undervisning bruges andre ord for begrebet hældningstal.

Opgave 18

Den typiske fejl er, at eleven ikke angiver en ligning.

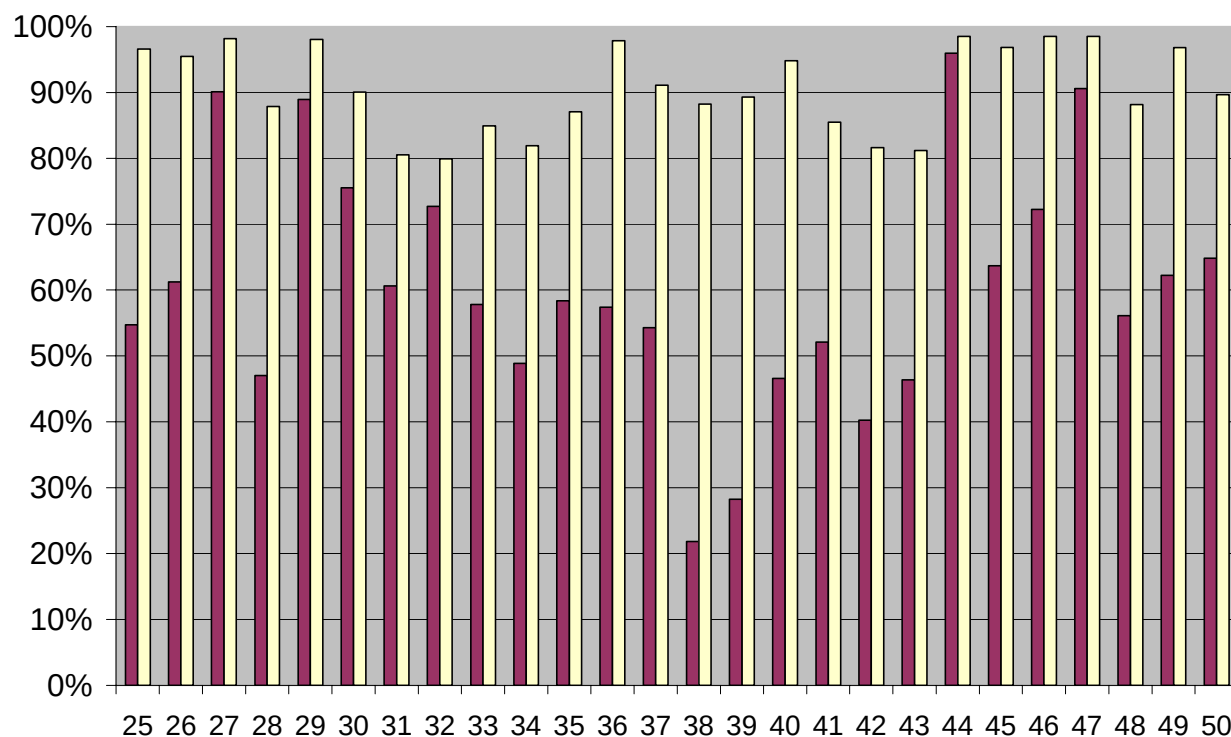
Opgave 19

Der forventes et resultat skrevet som brøk, men da der ikke er forlangt dette, må et resultat som 0,5333... accepteres.

Opgave 23

Resultater, som er fremkommet ved målinger og beregninger, er i orden inden for en vis måleusikkerhed.

Opgave 25-50



Opgave 25-26

Den typiske fejl er, at eleverne skriver tallet helt ud.

Opgave 30

Mange elever har afsat medianen i stedet for vinkelhalveringslinjen.

Opgave 43

Denne opgavetype volder ofte eleverne problemer. Derfor er det positivt overraskende, at næsten halvdelen er besvaret korrekt.

FSA

Matematisk problemløsning

Vurderingen af en elevbesvarelse i problemløsning er meget mere end en kontrol af rigtigt svar. I bekendtgørelse nummer 863 af 5. juli 2007 står der: ”2.9. I bedømmelsen vil der blive lagt vægt på elevens brug af faglige begrundelser, herunder anvendelse af matematiske modeller, samt elevens anvendelse af forklarende tekst, algebraiske udtryk, tegninger og grafer. Ligeledes indgår det i bedømmelsen, hvorledes eleven på grundlag af de foreliggende oplysninger og data kan vurdere problemer, beskrive løsningsstrategier og udarbejde løsninger ved hjælp af matematikken”.

Forventningen er altså, at eleven i sin besvarelse redegør for sin proces for at komme frem til sit løsningsforslag. Denne redegørelse skal indgå i bedømmelsen og stiller krav til de to censorers arbejde med vurderingen af elevbesvarelsene.

Med overgangen til 7-trins-skalaen blev prøvevejledningen ændret således, at det afsluttende skøn kun kan ændre karakteren, hvis pointtallet er i nærheden af det pointtal, der betyder en højere eller lavere karakter. De ministerielle censorer er blevet bedt om at angive antal tilfælde, hvor det afsluttende skøn har bevirket en ændring af karakteren. På baggrund af censorernes tilbagemeldinger kan man konkludere, at gennemsnitligt ændrer det afsluttende skøn karakteren hos cirka 5 % af eleverne. Årsagen til disse relativt få tilfælde kan være den nye skalas færre karakterer med deraf følgende større pointintervaller.

Det er ikke alle fejltyper, der nødvendigvis skal trækkes point fra, hver gang de optræder. Eksempler på disse fejltyper kan være for mange/få decimaler, forkert afrunding, forkert brug af benævnelser og lignende. Optræder disse flere gange gennem en besvarelse, bør det overvejes kun at trække point en gang for den samme fejltipe.

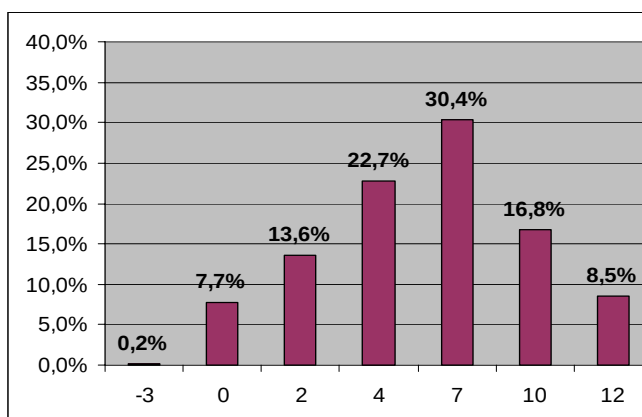
Der er en hel del elever, der anvender computer ved prøven, men det spænder lige fra skoler, hvor ikke en eneste elev anvender computer, til skoler, hvor alle elever har arbejdet på en computer. Der er desværre ikke tal på det, men det er ambitionen at bruge ministeriets censor-retteprogram til at få et indtryk af udviklingen. Det er de fleste censorers vurdering, at eleverne bruger computeren som skrivemaskine og kun i enkelte tilfælde, som for eksempel fremstilling af cirkeldiagram, anvender computerens programmer matematisk. Dog vurderer flere censorer, at anvendelsen af computer, også hvis det udelukkende er som skriveredskab, fremmer kommunikationen, ikke mindst fordi en del censorer klager over en faldende læsbarhed i håndskrift.

I forcensuren deltog 6.199 elevbesvarelser, der var vurderet af mere end 50 erfarne ministerielle censorer.

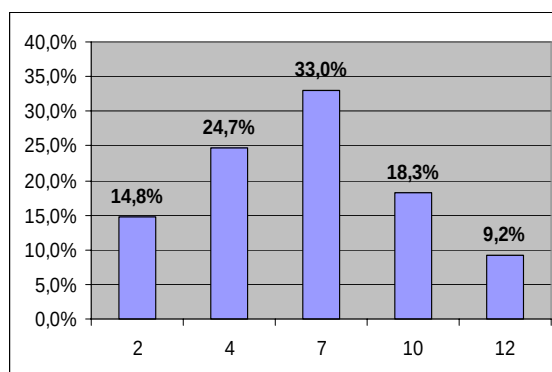
Landsresultatet

Nedenfor er karakterfordelingen for de 62.121 elever, der aflagde prøve i matematisk problemløsning. Ud over karakterfordelingen er der fremstillet en procentvis fordeling af karaktererne 2-12, for at man kan sammenligne med den fordeling, der over tid tilstræbes:

ECTS	F	Fx	E	D	C	B	A
7-trins-skalaen	-3	00	02	4	7	10	12
Andel <i>over tid</i>			10 %	25 %	30 %	25 %	10 %



Karakterfordeling



Fordeling af karaktererne 2-12

Der har deltaget 6.199 elevbesvarelser i forensuren, og de danner grundlaget for de nedenstående diagrammer. Der er registreret fire forhold for hver enkelt delopgave:

- Andelen af elever, der har opnået maksimumpoint for deres besvarelse.
- Andelen af elever, der har fået point for deres besvarelse.
- Andelen af elever, der har arbejdet med en opgave uden at få point.
- Andelen af elever, der ikke har arbejdet med opgaven.

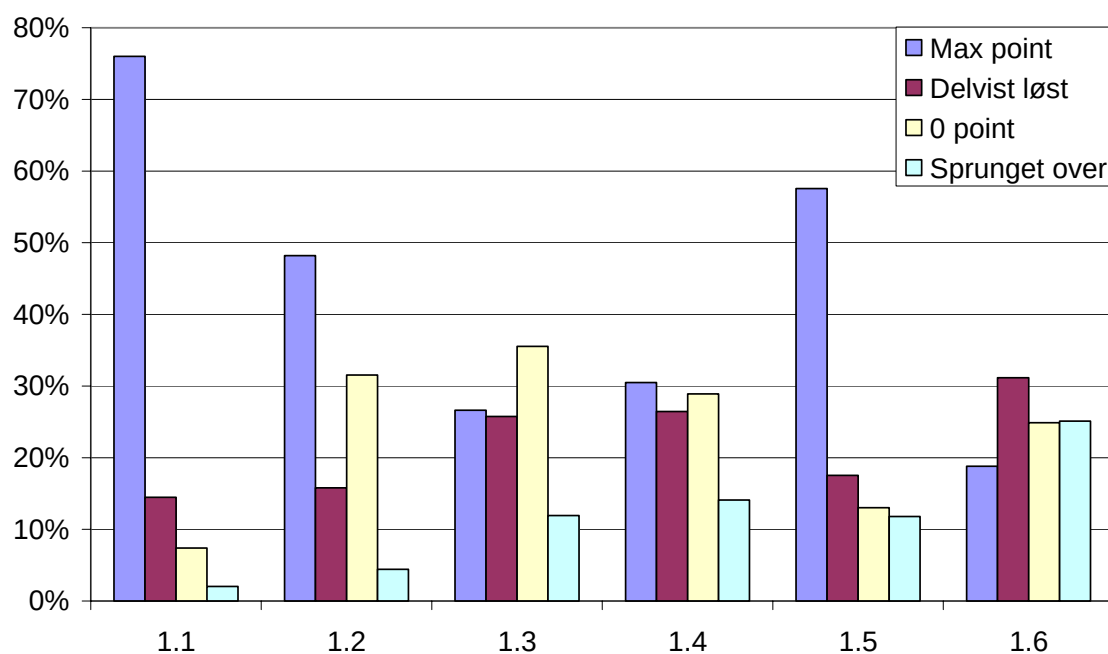
Kommentarer til enkelte opgaver

Ved læsningen af dette afsnit er det godt at have årets prøve i matematisk problemløsning ved siden af.

Opgave 1: Indgang

Opgaven indledes med nogle relativt lette spørgsmål og fortsætter med nogle noget sværere spørgsmål, der kræver procentregning og valutaberegninger. Det er positivt, at den overvejende del af eleverne har arbejdet med langt de fleste spørgsmål, men overraskende få er nået frem til en korrekt løsning i procentregning.

Opgave 1



1.1 og 1.2

Fokus er faglig læsning af åbningstider og prisskilte. Oplysningerne er de originale fra det tidspunkt, hvor opgaven blev fremstillet. I 1.1 er det i orden at nøjes med at skrive resultatet ”8 timer”. Men eleverne bør lære at skrive ”ved aflæsning” eller lignende, når de aflæser i en tabel, en graf osv. Det er overraskende, at under halvdelen af eleverne ikke har kunnet beregne den samlede entre.

I opgave 1.2 vil en løsning som ”70 kr. • 24” give point, da det ene tal er læst rigtigt i pristabellen. De typiske misforståelser er:

- ”75 kr.” Formuleringen i det felt i skemaet, der skal bruges, narrer eleven, ved at teksten i netop dette felt står i flertal, mens resten af teksterne står i ental.
- ”475 kr.” Eleven har lagt alle beløbene sammen.
- Eleven regner med 26 personer.
- Eleven bruger tallene fra 2007.

1.3 og 1.4

Procentregning er traditionelt svært for en del elever. Det kan give anledning til overvejelser om, hvordan procentbegrebet introduceres og udvikles i undervisningen. Den typiske fejl er, at eleven argumenterer med lineær vækst på 5 kr. per år: ”Den stiger 5 kr. fra sommer 2007 til sommer 2008. Derfor vil den også stige med 5 kr. næste år. Entreen bliver altså 80 kr.”

1.5

Opgaven kræver en begrundelse, for eksempel i en omsætning fra euro til kr., så et svar uden begrundelse giver 0 point. I denne type opgaver forventes der en konklusion ud fra beregningerne. Det er positivt overraskende, at langt over halvdelen af eleverne har kunnet gennemføre undersøgelsen.

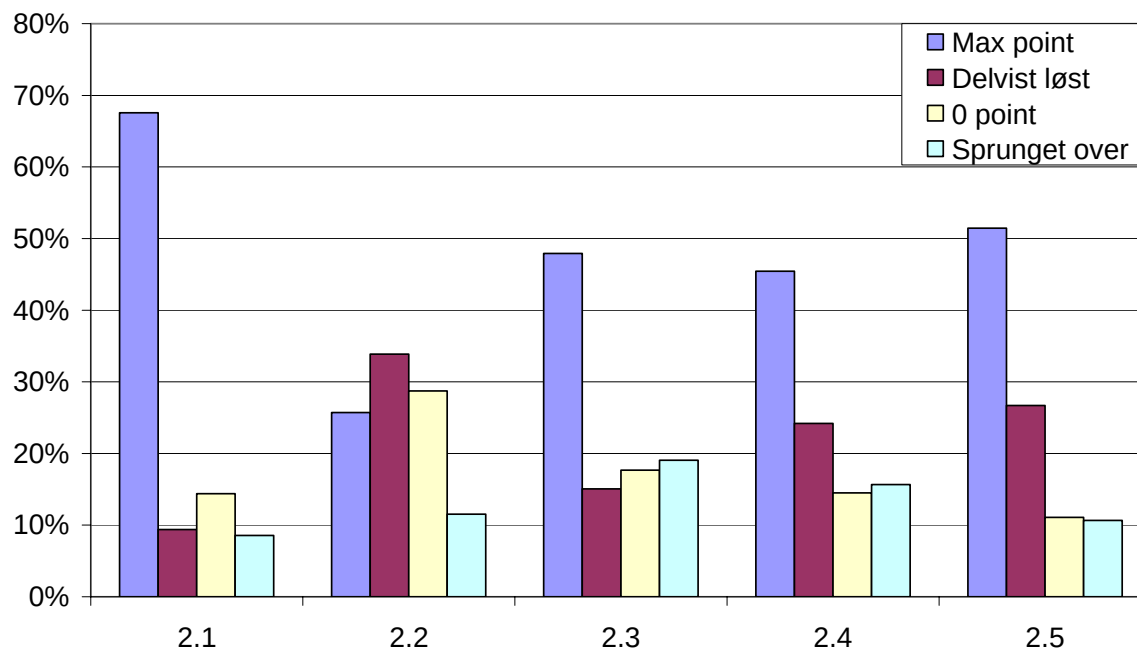
1.6

Det faglige indhold af opgaven er beregning af valutakurser. Forventningen er, at eleverne beregner de tre kurser og konkluderer ud fra disse. Mange elever har det korrekte svar uden begrundelse. Det kan ikke give point, da svaret tilfældigvis er det højeste beløb i euro. En almindelig misforståelse: Der regnes med den opgivne kurs, og den største forskel i priserne findes, det vil sige, at eleven bruger metoden fra forrige opgave. En anden type misforståelse er: ”Voksenbillettens pris i danske kr. bliver det største beløb. $21,5 \cdot 7,45 = 160,18$ kr., altså er voksenbillettens pris udregnet efter den højeste kurs”.

Opgave 2: Den blå kube

Generelt har eleverne besvaret opgave 2's delopgaver som forventet.

Opgave 2



2.1

Den typiske misforståelse i dette spørgsmål er, at eleven har blandet dagligsprogets ”terning” sammen med matematikkens begreb ”terning”. Det kan give anledning til at overveje, hvordan man introducerer og arbejder videre med faglige begreber i undervisningen, og hvordan man arbejder med sammenhænge og forskelle mellem dagligdagens sprog og matematikkens sprog. En elevfremstillet opslagsbog, hvor der også er definitioner af faglige begreber, kan være en fordel.

2.2

Denne opgave er kompleks for mange elever, hvilket også kan ses af, at en tredjedel af eleverne har opgaven delvis rigtig. De typiske fejl er:

- Eleven udregner rumfang i stedet for overfladeareal.
- Eleven beregner kun en enkelt af siderne og ganger med fem.
- Eleven beregner den samlede overflade og ikke de fem, der er nævnt i opgaven.

2.3

Næsten halvdelen af eleverne har denne procentberegning rigtig, hvorimod den tilsvarende i opgave

1.4. kun er beregnet korrekt af en tredjedel af eleverne. En elevbesvarelse som denne:

” $2223 + 5\% = 2223,05 \text{ cm}^2$ ” viser (ud over at der regnes videre på et forkert resultat) manglende hjælpemiddelkompetence.

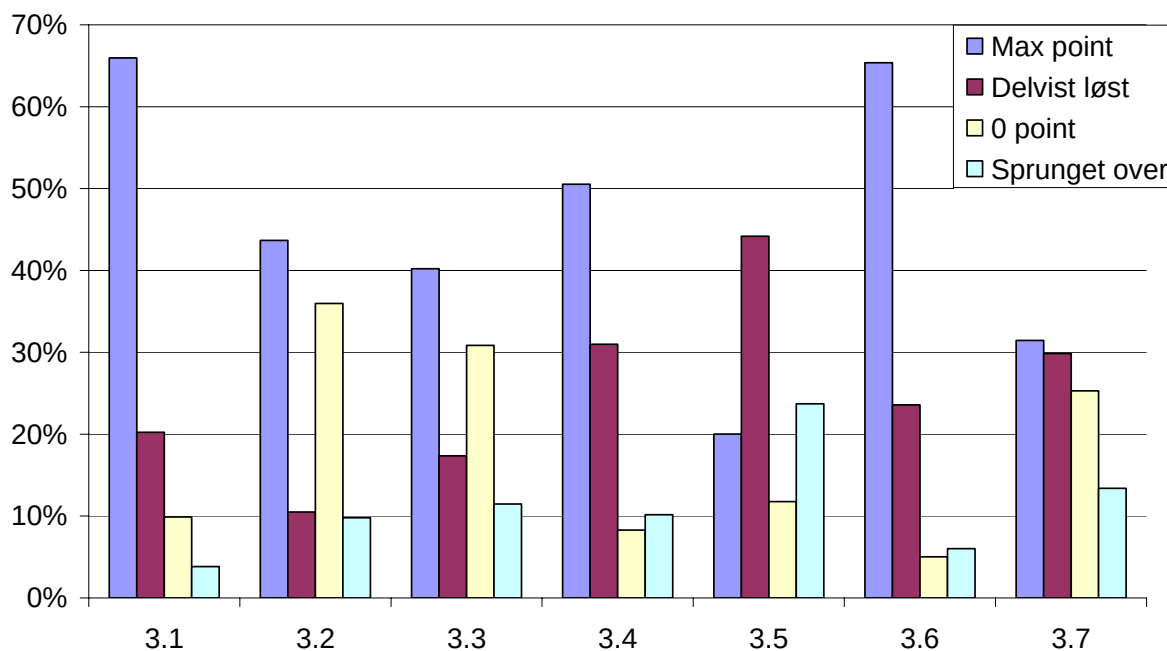
2.4 og 2.5

Den typiske mangel i disse opgaver er, at eleven kun har arbejdet med et forsvindingspunkt og derfor tegnet i frontperspektiv.

Opgave 3: Cafeen

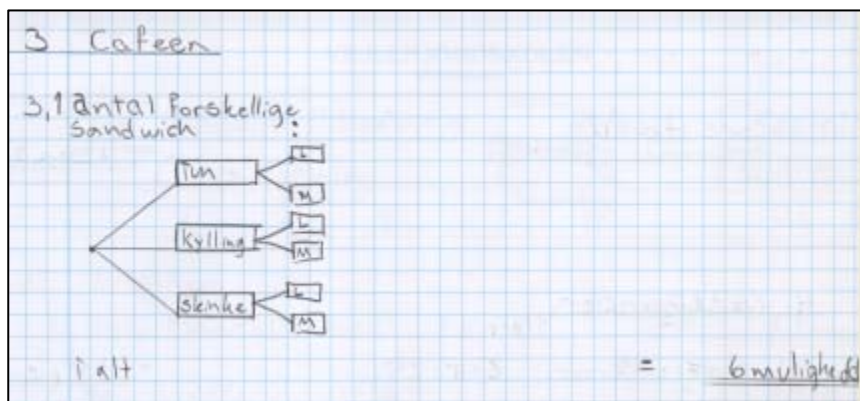
Opgaven er den af sættes fem opgaver, eleverne har klaret bedst. Det kan skyldes, at emnet ”sund kost” er i fokus i disse år, også i faget matematik.

Opgave 3



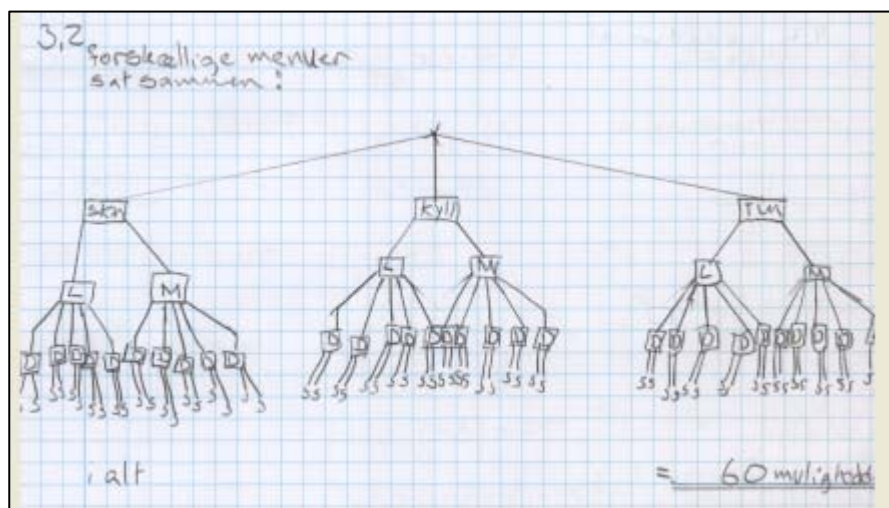
3.1

Opgaven lægger op til angivelse af de seks forskellige muligheder eller en besvarelse som denne:



3.2

I denne opgave er nedenstående korrekte besvarelse ikke et krav. En beregning er tilstrækkelig begrundelse.



3.3

Der forventes en beregning, men ikke nødvendigvis et præcist resultat, der i dette tilfælde vil være mindre sigende. Derfor må resultater som "ca. 40 %" eller "ca. $\frac{2}{5}$ " på baggrund af afrunding af en beregning anses for korrekte. Derimod kan et svar som " $\frac{4000}{10600}$ " højst give 1 point.

Den typiske misforståelse i denne opgave er, at eleven finder forskellen i stedet for forholdet.

3.4

Omkring bedømmelse af cirkeldiagrammer henvises til prøvevejledningen og PEU 2007.

3.5

Der forventes nogle beregninger på baggrund af målinger på prøveoplæggets figur. En del elever bruger øjemål til at fastsætte den anbefalede energifordeling i procent. I disse tilfælde kan der ikke gives fuldt point for opgaven.

Eksempler på elevbesvarelser:

- "Der mangler lidt fedt. Der skal være flere proteiner og lidt mindre kulhydrater".
- "I den anbefalede cirkeldiagram er der mere fedt i end den anden. Der er mindre kulhydrat i den anbefalede end den anden".
- "Han har for meget kulhydrat og for lidt protein. Fedt er det samme".
- "De passer hinanden".
- "Den anbefalede energifordeling passer meget godt med måltidets energifordeling. Der er lige meget kulhydrat, fedt og protein".
- "Hvis man kigger på måltidets energifordeling og sammenligner det med det daglige, kan man se, at der er store ligheder mellem dem. Proteinerne måtte gerne have været lidt højere, og kulhydraterne lidt lavere, men ellers ser det fornuftigt ud".

3.5	Sammenligning af Anbefalet energifordeling og måltidets energifor- deling :	
	Kulhydrat : $198/3,6$	= 55 %
	Forskel : $62-55$	= 7 %
	Protein : $72/3,6$	= 20 %
	Forskel : $20-14$	= 6 %
	Fedt : $90/3,6$	= 25 %
	Forskel : $25-24$	= 1 %

	3 cafeen
3.5	Sammenlign måltidets energi forbrug med den anbefaldede energi-fordeling:
	I peters måltid var der <u>62%</u> kulhydrat der er kun ca <u>54%</u> anbefaldet.
	I peters måltid var der kun <u>14%</u> protein hvor ca <u>20%</u> var anbefaldet.
	I peters måltid var der <u>24%</u> fedt i hvor <u>25%</u> var anbefaldet: = <u>alt i alt meget lige</u>

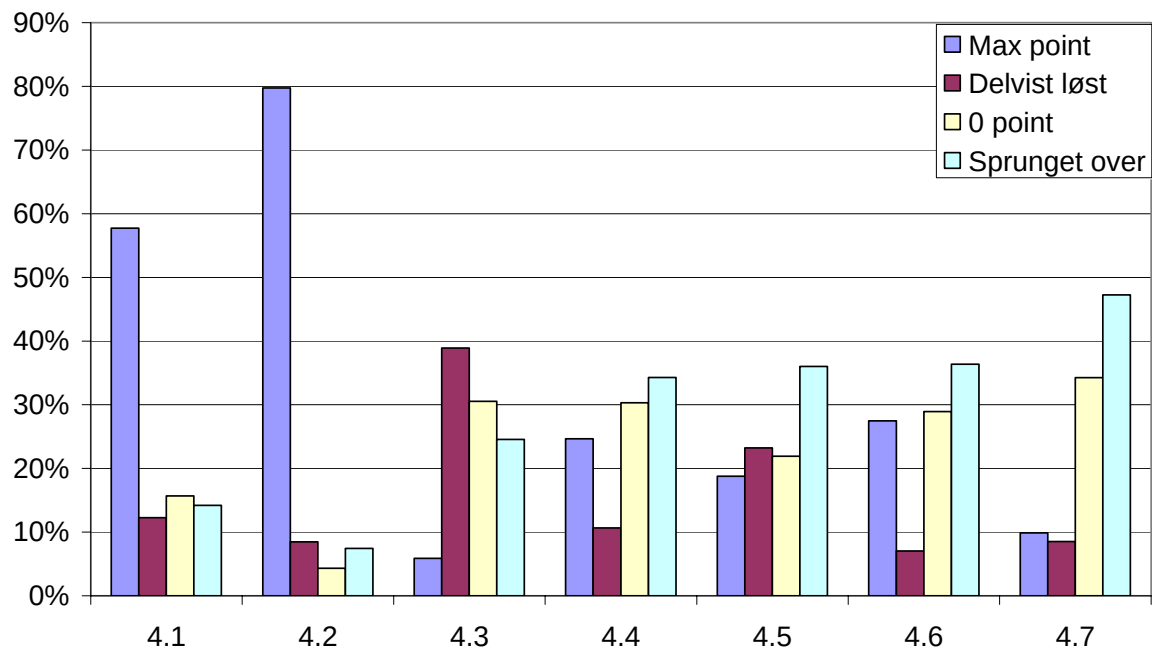
3.7

Der bliver bedt om en beregning og et resultat angivet i minutter. Derfor kan et resultat som "klippe hæk i cirka 60 minutter" ikke give fuldt pointtal.

Opgave 4: Kædepumpe

Opgaven er sættes sværeste, selvom der er spørgsmål, der er relativt lette.

Opgave 4



4.1 og 4.2

De to opgaver giver ikke de store problemer for eleverne.

4.3

Kun få elever kan gennemføre denne opgave fuldt ud. Det skyldes både det forhold at skulle forestille sig en rumlig figur ud fra en todimensional tegning og den usædvanlige figur. Mange elever vælger at beregne rumfanget af en cylinder, hvilket selvfølgelig skal give point.

Dette er den opgave i sættet, som lægger mest op til problemløsning. Der er flere steder, hvor eleverne kunne have angivet et forbehold, som for eksempel at kældens rumfang ikke medregnes.

4.4

Denne opgave er tilsvarende opgave 1.3 og besvares korrekt af cirka lige så mange elever.

4.5

Det er indretningen af koordinatsystemet med passende enheder, der er den store udfordring for eleverne. Anvendelse af et regneark eller geometriprogram vil mindske problemerne.

4.6

Resultater fremkommet ved aflæsning kan anerkendes som korrekte. Men der bør være en markering på svararket eller lignende forklaring.

4.7

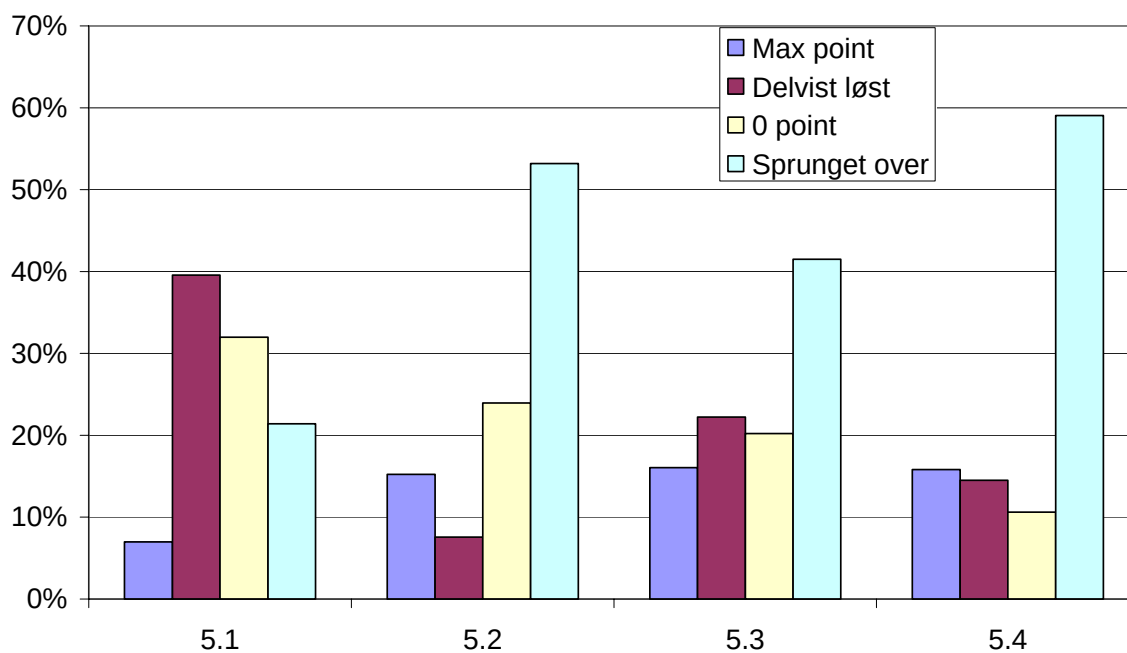
Opgaven er blandt de tre, der er færrest, der har arbejdet med. Det typiske problem hos eleverne er omregning fra m^3 til liter.

Opgave 5: Granithjul

Denne sidste opgave er svær for eleverne, og mange har ikke arbejdet med opgaven. Det kan skyldes to forhold, at:

- der har været sproglige formuleringer som ”hjulets tykkelse” og ”granithjulets tværsnit”
- eleverne har haft svært ved at disponere tiden.

Opgave 5



5.1

Kun 7 % af eleverne når hele opgaven igennem, og den typiske mangel er, at eleven ikke har medregnet, at hjulets tykkelse er to steder.

5.2

Eleverne er i denne opgave blevet hjulpet på vej ved, at de skal vise, hvordan de når frem til det opgivne resultat. Det er en almindelig fejl, at eleven ikke gennemregner sit eget regneudtryk og finder ud af, at det ikke giver det ønskede resultat, og dermed får mulighed for at finde et bedre regneudtryk.

5.3

Det typiske problem er, at eleverne ikke har opdaget, at de har alle nødvendige oplysninger. Enhederne er desuden svære at forholde sig til for eleverne.

5.4

Ordet tværsnit er problematisk og besvarelser, hvor der er tegnet andet end en cirkelring, for eksempel et rektangel eller to rektangler må give fuldt point, hvis målene er korrekte.

FS10, skriftlig matematik

Vurderingen af en elevbesvarelse i problemløsning er meget mere end en kontrol af rigtigt svar. I bekendtgørelse nummer 737 af 4. juli 2008 står der: ”I bedømmelsen vil der blive lagt vægt på elevens faglige begrundelser for de fundne resultater, herunder anvendelse af matematiske modeller. Ligeledes indgår i bedømmelsen, hvordan eleven har anvendt forklarende tekst, benyttet algebraiske udtryk og tegninger m.v. ved opgavebesvarelsen. I de mere åbne opgaver vurderes, hvorledes eleven på grundlag af de foreliggende oplysninger og data kan formulere problemer, beskrive løsningsstrategier og løsninger ved hjælp af matematikken.”

Forventningen er altså, at eleven i sin besvarelse redegør for sin proces for at komme frem til sit løsningsforslag. Denne redegørelse skal indgå i bedømmelsen og stiller krav til den ministerielle censurs og elevernes lærers arbejde med vurderingen af elevbesvarelserne.

Det er positivt, at kun få af opgaverne er sprunget over af mere end 20 % af eleverne.

Med overgangen til en ny karakterskala blev prøvevejledningen ændret således, at det afsluttende skøn kun kan ændre karakteren, hvis pointtallet er i nærheden af det pointtal, der betyder en højere eller lavere karakter. De ministerielle censorer er blevet bedt om at angive antal tilfælde, hvor det afsluttende skøn har bevirket en ændring af karakteren. På baggrund af censorernes tilbagemeldinger kan man konkludere, at gennemsnitligt ændrer det afsluttende skøn karakteren hos cirka 5 % af eleverne. Årsagen til

disse relativt få tilfælde kan være den nye skalas færre karakterer med deraf følgende større pointintervaller.

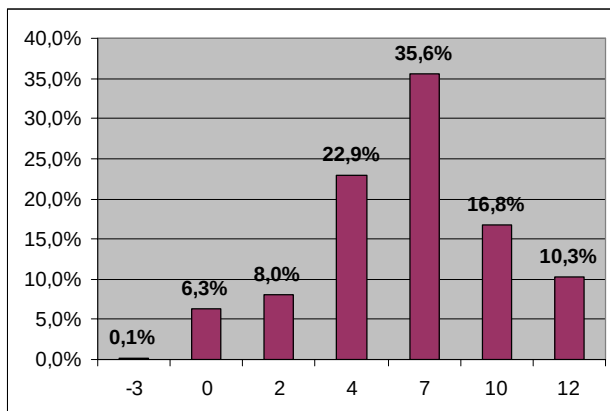
Det er ikke alle fejltypes, der nødvendigvis skal trækkes point fra, hver gang de optræder. Eksempler på disse fejltypes kan være for mange/få decimaler, forkert afrunding, forkert brug af benævnelser og lignende. Optræder disse flere gange gennem en besvarelse, bør det overvejes kun at trække point en gang for den samme fejltype.

Der er en hel del elever, der anvender computer ved prøven, men det spænder lige fra skoler, hvor ikke en eneste elev anvender computer, til skoler, hvor alle elever har arbejdet på computer. Der er desværre ikke tal på det, men det er ambitionen at bruge censor-retteprogrammet til at få et indtryk af udviklingen. Det er de fleste censorers vurdering, at eleverne bruger computeren som skrivemaskine og kun i enkelte tilfælde, som for eksempel fremstilling af cirkeldiagram, anvender computerens programmer matematisk. Dog vurderer flere censorer, at anvendelsen af computer, også hvis det udelukkende er som skriveredskab, fremmer kommunikationen, ikke mindst fordi en del censorer klager over en faldende læsbarhed i håndskrift.

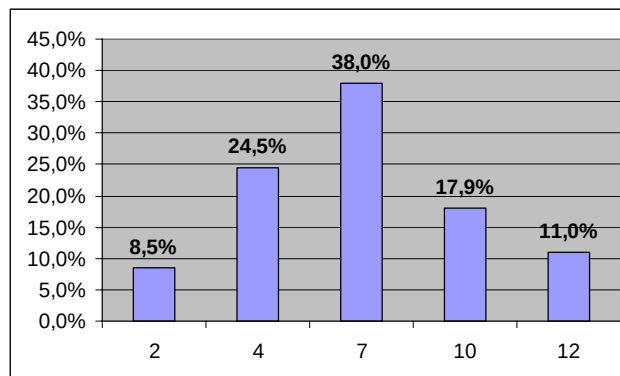
Landsresultatet

Nedenfor er karakterfordelingen for de 24.379 elever, der aflagde prøve i skriftlig matematik. Ud over karakterfordelingen er der fremstillet en procentvis fordeling af karaktererne 2-12, for at man kan sammenligne med den fordeling, der over tid tilstræbes:

ECTS	F	Fx	E	D	C	B	A
7-trins-skalaen	-3	00	02	4	7	10	12
Andel <i>over tid</i>			10 %	25 %	30 %	25 %	10 %



Karakterfordeling



Fordeling af karaktererne 2-12

Det er positivt overraskende, at kun 6,4 % af eleverne får under 02 i karakter. Det skyldes muligvis, at prøven er frivillig, og at en del elever i 10. klasse vælger at gå til FSA en gang til.

Der har deltaget 3.012 elevbesvarelser i forensuren, og de danner grundlaget for de nedenstående diagrammer. Der er registreret fire forhold for hver enkelt delopgave:

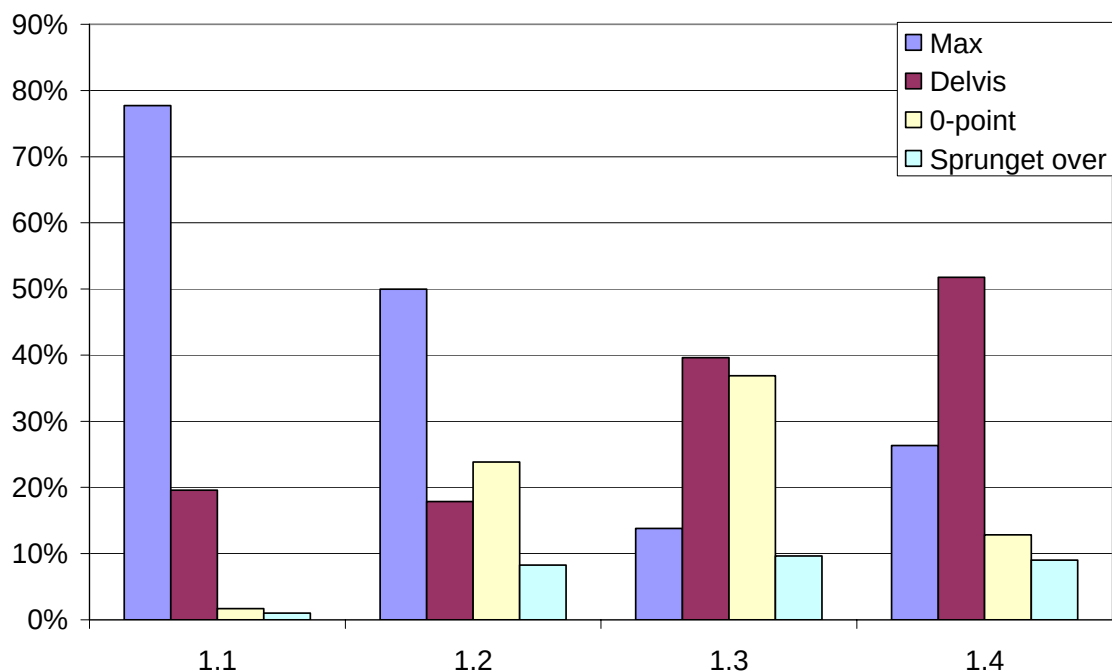
- Andelen af elever, der har opnået maksimumpoint for deres besvarelse.
- Andelen af elever, der har fået point for deres besvarelse.
- Andelen af elever, der har arbejdet med en opgave uden at få point.
- Andelen af elever, der ikke har arbejdet med opgaven.

Kommentarer til enkelte opgaver

Ved læsningen af dette afsnit er det godt at have årets prøve i matematisk problemløsning ved siden af.

Opgave 1: Fra Felsted til Nordborg

Opgave 1



1.1

Mange elever vælger kun at angive kilometertallet for udturen. Det resultat vil også give fuldt pointtal.

1.2

Denne opgavetype volder ofte eleverne problemer, så det er positivt, at halvdelen har opgaven rigtig.

1.3

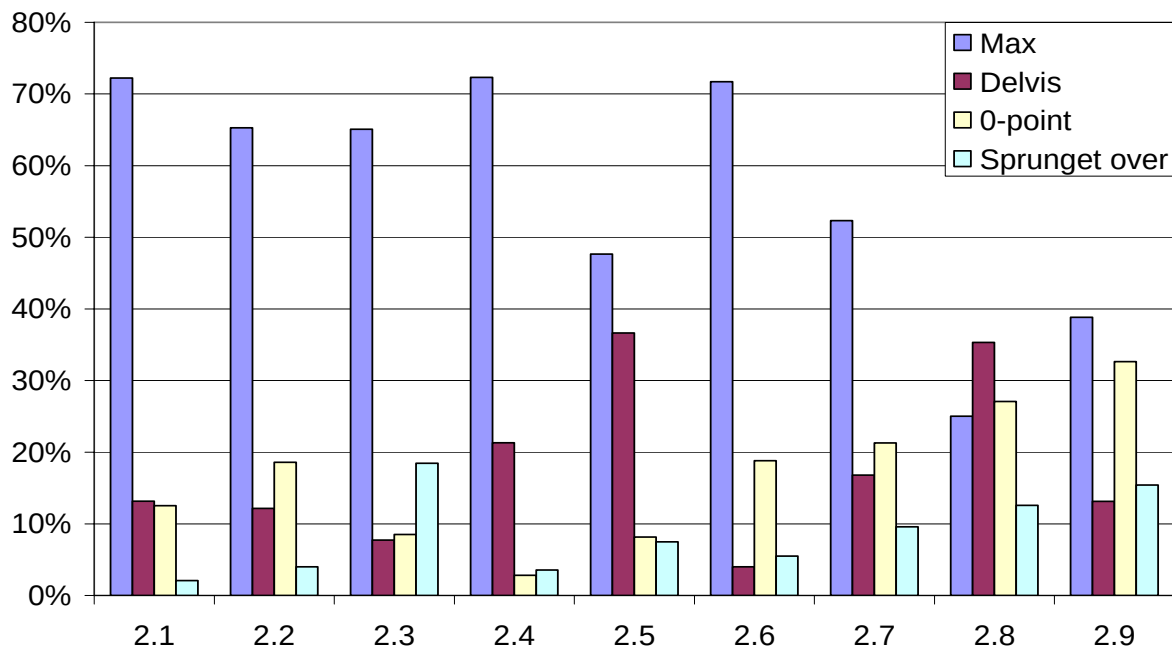
Opgaven er mere kompleks end den foregående. Den typiske fejl er ikke at tage højde for afgangstiderne for færgen.

1.4

Opgaven kræver faglig læsning af et prisskema, hvilket betyder, at mange elever ikke opnår fuldt pointtal.

Opgave 2: Uddannelsen til klejnsmed

Opgave 2



Generelt kræver de ni spørgsmål i denne opgave et vist overblik, da der skal tages højde for mange forskellige faktorer, og lønsedler er ofte svære at håndtere.

2.1 og 2.2

To relativt nemme opgaver, som relaterer til forhold, mange af eleverne må have set i deres brobygning.

2.3 og 2.4

Opgaver er relativt nemme, men stiller krav til overblik.

2.5

Opgaven er tilsyneladende svær for eleverne, selvom den fremtræder som en meget enkel opgave.

2.7

Det er i orden, at eleverne kun indskriver beløbet i svararket uden at vise udregningen.

2.8

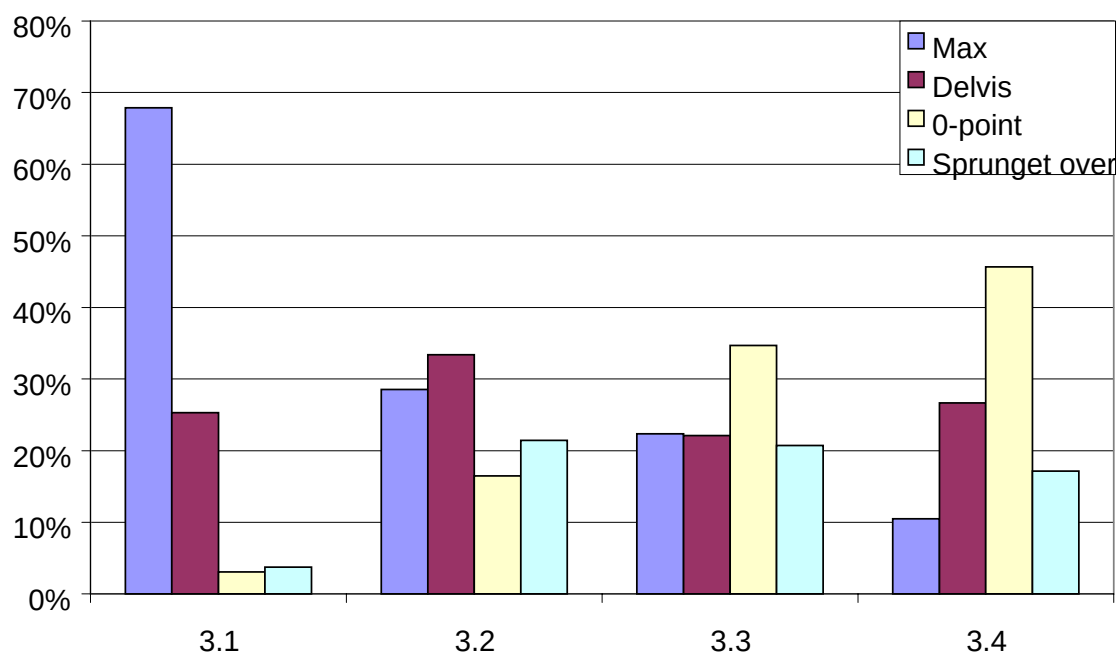
Denne opgave kræver derimod en begrundelse, da der er flere metoder til at nå et resultat.

2.9

Opgaven fremstår som enkel, men løses kun af knap 40 % af eleverne. Det kan skyldes det foromtalt besvær med at overskue lønsedler.

Opgave 3: Virksomhedens regnskab

Opgave 3



3.1

Den typiske fejl er fraværet af ”mio. kr.”, hvilket medfører, at der ikke kan gives fuldt point.

3.2

Procentdiagram er forklaret i formel- og tabelsamlingen, derfor vil elevbesvarelser med et cirkeldiagram med procenttal ikke give fuldt point.

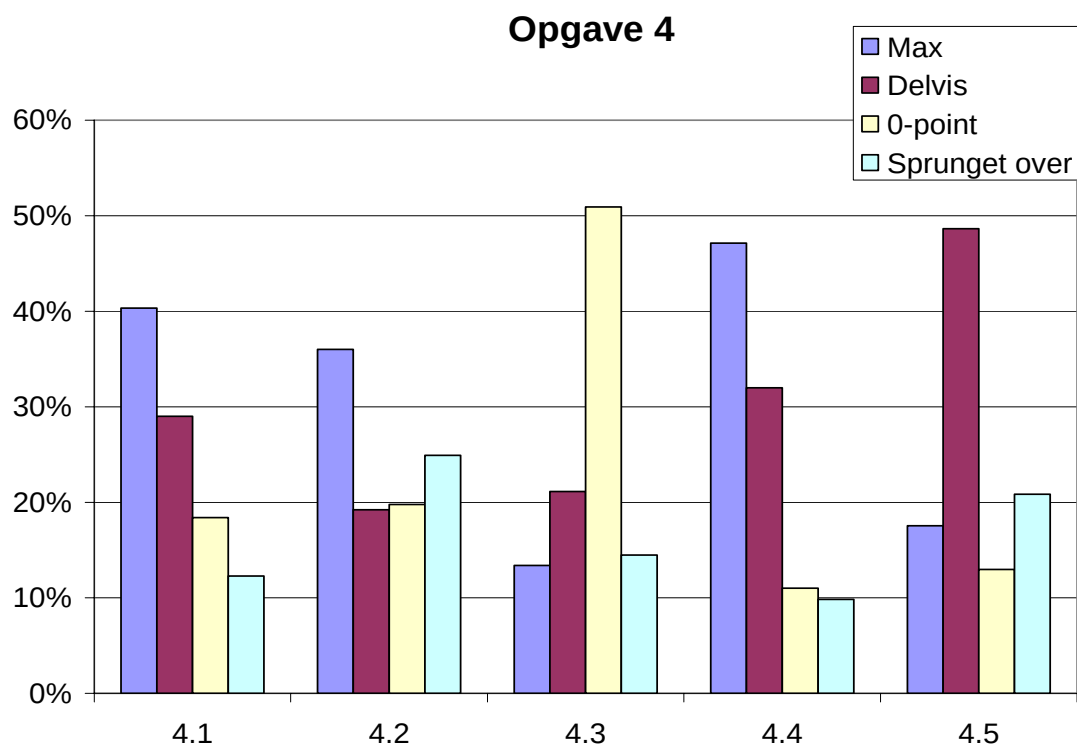
3.3

Begrebet ”andel” er svært for eleverne at omsætte til en beregning.

3.4

Opgaven har mange løsninger, som kan give fuldt point eller færre, men opgaven kræver, at eleven redegør for sine tanker. Det er årsagen til, at så stort et antal elever har fået 0 point for opgaven.

Opgave 4: Virksomhedens medarbejdere



4.1

Det forventes, at eleven har målt vinklen i prøveoplægget og beregnet procenttallet.

4.3

Her er lagt op til en undersøgelse, så det forventes, at eleven enten gennem flere beregninger eller ved ræsonnementer redegør for sit løsningsforslag.

4.4

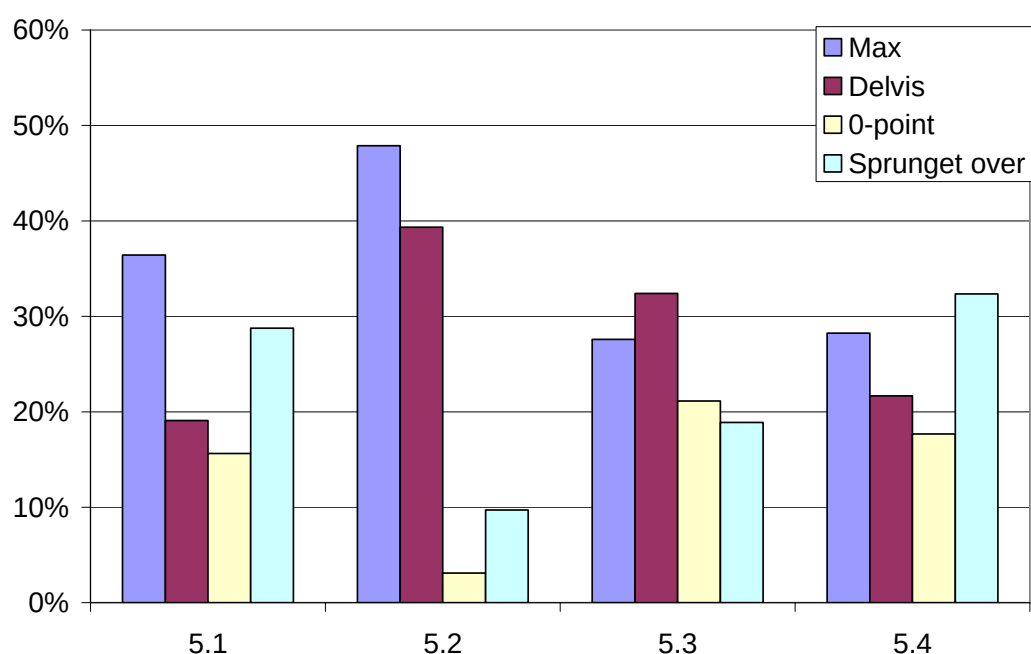
Det er i orden, hvis eleven ændrer på enhederne på 2. akse for at udnytte hele koordinatsystemet.

4.5

Denne opgavetype er vanskelig for mange elever, så det er positivt, at så mange får point for opgaven.

Opgave 5: Produkter

Opgave 5



5.1

Denne opgavetype er stadig et problem for de fleste elever.

5.2

Der er to dele i denne opgave, og fuldt pointtal kræver en forklaring af fremgangsmåden.

5.3 og 5.4

Det er i orden, hvis eleverne (som det også er tilfældet i virkelighedens verden) lægger nogle millimeter til produktets mål.

FS10, mundtlig matematik

Det er en udbredt misforståelse, at eleven ved den mundtlige prøve i 10. klasse skal vise mest mulig matematik og komme ind på flest mulige faglige områder i sin præstation. Tværtimod skal præstationen præges af fordybelse i den matematik, der skal bruges til at løse den opstillede matematiske problemstilling.

Flere steder er der givet udtryk for, at for at få topkarakterer skal eleven vise 10. klasses-matematik, for eksempel 2. gradsfunktioner. Det skal understreges, at der for at få en topkarakter i 10. klasse ikke nødvendigvis kræves sværere fagligt stof som 2. gradsfunktioner, men at eleven kan gå mere i dybden og bredden end i den tidligere mundtlige prøve i 9. klasse. Citat fra bekendtgørelse nummer 737 af 14. juli 2005, bilag 3: ”2.2.7. Der prøves i viden om og indsigt i det matematiske stof samt i at systematisere og ræsonnere, dels i relation til matematikkens anvendelse, dels i relation til teoretiske overvejelser. Der lægges vægt på faglig fordybelse og forståelse af større sammenhænge.”

Der kan således være prøveoplæg, der handler om lineære funktioner, hvor eleven godt kan score topkarakter, hvis der vises faglig fordybelse og teoretiske overvejelser. I den samlede mængde prøveoplæg til en klasse skal der naturligvis også være oplæg, hvor der kan arbejdes med 10. klasses-matematik som fx ligningssystemer, andengradsligninger, vækstfunktioner og annuiteter, uden at det er et krav, at samtlige disse emneområder er med, da andre områder i enkelte klasser måske er mere relevante ud fra for eksempel klassens brobygning.

Den nye karakterskala

Samtlige beskikkede censorer beretter, at den nye karakterskala ikke gav anledning til nævneværdige problemer. I næsten alle tilfælde var der enighed om karakteren mellem lærer og censor. Nogle censorer skriver dog, at en del elever stadig tænker i den gamle skala, og derfor synes, at de får for lidt for deres præstation.

Karakterfordelingen indberettet fra de ministerielt beskikkede censorer svarer til landsresultatet med minimale forskelle. Det ser således ud til, at der er stor enighed i hele landet om vurderingen af elevpræstationerne, også efter den nye skala.

Prøveoplæg

De fleste censorer beretter, at prøveoplæggene generelt er blevet bedre. De er som regel af en passende størrelse i forhold til den kortere prøvetid.

Mange oplæg er forlagsfremstillet og fungerer som regel tilfredsstillende. En del censorer giver udtryk for, at de oplæg, som læreren selv havde lavet, var genstand for en bedre samtale mellem lærer og elev, ikke mindst når emnerne var elevrelevante og tog udgangspunkt i skolen eller i lokalområdet. Flere censorer påpeger, at forlagsfremstillede prøveoplæg med fordel kan bearbejdes, så de får et lokalt tilsnit.

Anvendelse af computer

De beskikkede censorer er blevet bedt om at registrere antallet af elever, der anvender computer til den mundtlige prøve. Det viser sig, at i år har tre gange så mange elever i de klasser, hvor der deltog beskikkede censorer, anvendt computer under prøven, nemlig 32 % af de knap 1.000 elever. Men det er meget skævt fordelt. I 43 % af de 70 klasser har ingen elever brugt computeren, og kun i 23 % af klasserne har over halvdelen af eleverne siddet ved skærmen. Adspurgt svarer nogle lærere, at de ikke har arbejdet så meget med computer. Andre svar går på, at computeren først vil blive integreret, når der er computer i de enkelte klasselokaler og helst hos den enkelte elev.

De fleste oplæg lagde heller ikke op til at benytte it. Men de steder, hvor læreren har lagt filer fra for eksempel et regneark ind som bilag til prøveoplægget, er det tydeligt, at eleverne oftere benytter maskinen. Som en censor skriver: ”På én skole var det næsten en selvfølge at bruge computer, idet visse skemaer med statistiske oplysninger var lagt ind på computeren for at spare elevens tid til det. Det fungerede fint. Der blev også tegnet forskellige grafer på computeren, og eleverne var gennemgående rigtig gode til både at bruge blyant og lineal og computer og at forklare sig mundtlig.”

Prøvens afholdelse

Mange censorer oplever, at tiden ikke er tilstrækkelig, især hvis der er fem inde på en gang. Mange oplever også, at fire hold på en dag næsten er for meget. En censor vurderer, at det vil være bedre med tre hold a fire elever med en prøvetid på to timer per hold end fire hold med tre elever a halvanden time. Det er hensigtsmæssigt, at der indlægges en kort pause mellem hvert hold, da prøven ellers let kan blive forsinket eller for tidspresset og lettere kaotisk.

Både lærer og censor skal tage notater fra prøven og opbevare dem hos sig selv et år. Flere benytter sig af forskellige former for evalueringsskemaer. Selvom det tager lidt ekstra tid at udfylde disse, er det så blevet lettere at forklare eleverne, hvorfor han eller hun har fået netop den karakter.

Tekstopgivelser

En god tekstopgivelse indeholder, ud over angivelse af de emner, der er arbejdet med inden for de afsluttende trinmål, også en beskrivelse af dagligdagen og undervisningens organisering, hvilke projekter man har arbejdet med, og hvilke bøger/kilder der er brugt i undervisningen. Derved ved man som censor lidt mere om arbejdsformen. Desuden bør der stå noget om arbejdet med it.

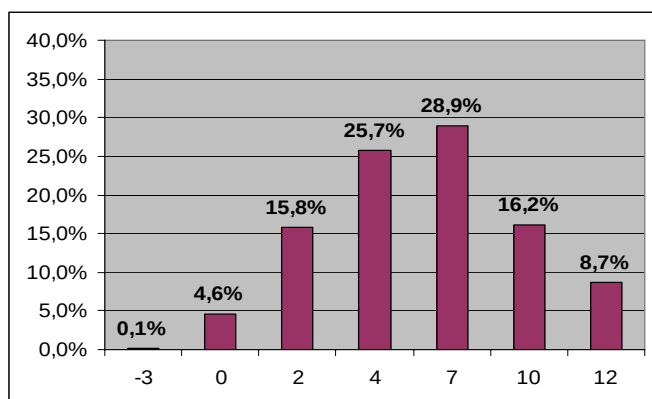
En censor beretter: ”En skole havde medsendt en omfattende tekstopgivelse. Foruden selve tekstopgivelsen var der anført, hvilke it-programmer klassen i skoleåret havde benyttet, og hvor ofte eleverne havde anvendt it. Undervisningens organisation og arbejdsform var ligeledes anført.”

Men desværre oplever de fleste censorer stadig store mangler i tekstopgivelserne.

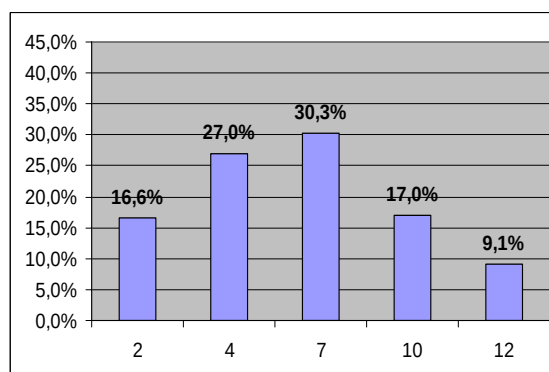
Landsresultatet

Nedenfor er karakterfordelingen for de 22.054 elever, der aflagde prøve i mundtlig matematik. Ud over karakterfordelingen er der fremstillet en procentvis fordeling af karaktererne 2-12, for at man kan sammenligne med den fordeling, der over tid tilstræbes:

ECTS	F	Fx	E	D	C	B	A
7-trins-skalaen	-3	00	02	4	7	10	12
Andel <i>over tid</i>			10 %	25 %	30 %	25 %	10 %



Karakterfordeling



Fordeling af karaktererne 2-12