



BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET



Vejledning til Matematik EUD Grundfag

2023

Vejledning til Matematik

2023

2023

ISBN nr. [xxx xxx xxx] (web udgave)

Design: Center for Kommunikation og Presse

Denne publikation kan ikke bestilles.

Der henvises til webudgaven.

Publikationen kan hentes på:

www.uvm.dk

Børne- og Undervisningsministeriet

Departementet

Frederiksholms Kanal 21

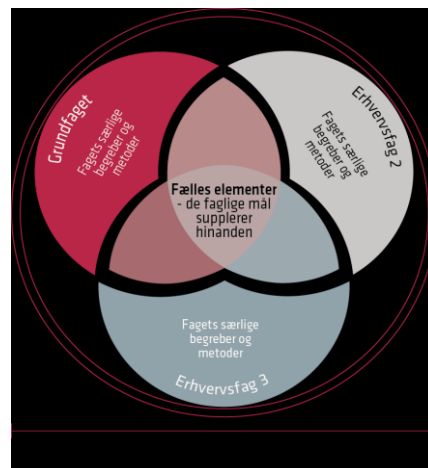
1220 København K

Vejledning til grundfag

Denne vejledning indeholder forklarende kommentarer til nogle af de gældende bekendtgørelsesbestemmelser, men indfører ikke nye bindende krav. Alle bindende bestemmelser for undervisningen og prøverne i erhvervsuddannelserne findes i uddannelseslovene og de tilhørende bekendtgørelser; herunder fagbilagene i bekendtgørelsen om grundfag.

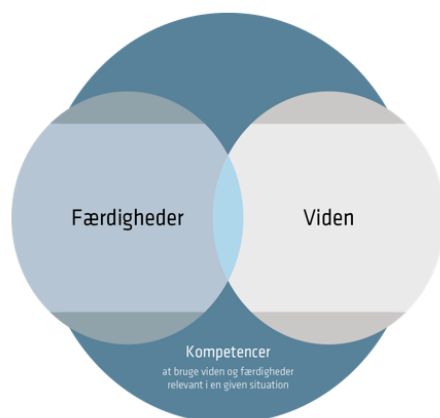
Vejledningen kortlægger fagets rolle i erhvervsuddannelserne og præciserer sammenhængen mellem grundfaget og øvrige fag i uddannelserne. Vejledningen understøtter en helhedsorienteret tilgang med henvisninger til eksempler fra undervisningspraksis.

Eksempler på god praksis samt anbefalinger og inspiration udgør dermed et af ministeriets bidrag til faglig og pædagogisk fornyelse.



Viden – færdigheder – kompetencer

Beskrivelsen af de faglige mål tager udgangspunkt i den europæiske brug af begreber, hvor faglige mål kaldes læringsudbytte og indeholder begreberne viden, færdighed og kompetence.



Viden er noget man har - beskriver de indholdsområder, stofområder og faglige områder, som man beskæftiger sig med i faget.

Færdighed er noget man kan - en dygtighed og en evne for et eller andet. Færdigheder viser sig i form af teknikker og indgår i udførelsen af opgaver og problemer.

Kompetence er noget man gør - elevens potentielle handlingsformåen i en given situation og elevens evne til at gøre noget i bestemte kontekster. Kompetencer betyder at man har viljen og evnen til at bruge sin viden og sine færdigheder i en given situation

Inspiration og guidelines

[Bekendtgørelse om grundfag, erhvervsfag og erhvervsrettet andetsprogsdansk i erhvervsuddannelserne](#), 2022.

[Den taksonomiske beskrivelsesramme for grundfagenes faglige mål](#), 2014.

[Definition af pædagogiske principper](#), 2017.

[Bedømmelseskriterier](#), 2018.

[De fire grundelementer ved prøver og eksamen](#), 2019.

[Regler og gode råd ved prøver og eksamen](#), 2019.

[Find emu-respons og opret dig som bruger](#), 2022.

Emu-respons er et fagligt fællesskab i grundfag for erhvervsuddannelserne. Her kan du stille spørgsmål til fagkonsulenten, få inspiration, vidende og oprette skolenetværk.

Indhold

Vejledning til grundfag.....	3
Viden – færdigheder – kompetencer.....	3
Inspiration og guidelines.....	4
 Indledning.....	 7
 1 Identitet og formål	 8
1.1 Identitet og formål	8
 2 Faglige mål og fagligt indhold	 10
2.1 Faglige mål	10
2.1.1 De centrale kompetencer i matematik.....	10
2.1.2 Progression og niveauerne	11
2.1.3 Kendetegn for niveauerne.....	12
2.1.4 Hjælpemidler	15
2.2 Fagligt indhold	16
2.3 Kernestof	16
2.4 Supplerende stof.....	18
 3 Tilrettelæggelse	 21
3.1 Didaktiske principper.....	21
3.1.1 Helheder med andre fag	21
3.1.2 Helheder i faget selv	22
3.2 Arbejdsformer	22
3.2.1 Praksiserfaringer og anbefalinger	22
3.2.2 Differentiering	24
3.2.3 Læring i bevægelse	26
3.3 IT i undervisningen	26
3.3.1 Cybersikkerhed	32
3.4 Samspil med andre fag.....	33
 4 Dokumentation.....	 34
 5 Evaluering.....	 36

5.1	Løbende evaluering	36
5.2	Afsluttende standpunktsbedømmelse.....	36
5.3	Afsluttende prøve	36
5.3.1	Prøveform a.....	36
5.3.2	Prøveform b – caseeksamen.....	40
5.3.3	Eksaminationsgrundlag	44
5.3.4	Bedømmelsesgrundlag	44
5.3.5	Bedømmelseskriterier.....	44

Indledning

Vejledningen henviser til en række eksempler fra forskellige praksis. Eksemplerne er tænkt som inspiration til indhold, form og niveau. Det er ikke hensigten, at opgaverne skal bruges direkte, da materialerne skal tilpasses både uddannelsesområde og elevgruppe.

Strukturen i vejledningen følger fagbilaget. Citater fra fagbilaget er anført med kursiv skrift.

1 Identitet og formål

1.1 Identitet og formål

Matematik har som fag en dobbelt identitet i erhvervsuddannelserne. Dels indgår matematiske emner i den faglighed, som udgør erhvervsuddannelsen, dels er faget studiekompetencegivende og udgør dermed en del af ungdomsuddannelsesperspektivet. Der er ikke tale om et enten/eller, men om både/og. En elev eller lærling kan blive dygtig til at beregne modstand, effekt og strømstyrke og til at håndtere matematiske formler i almindelighed i den samme undervisning. Det særlige for matematik i erhvervsuddannelserne er netop denne synergi mellem matematikkens egen faglighed og den andel, den har i erhvervenes faglighed. Formålet med undervisningen er således dobbelt, nemlig at eleven eller lærlingen både bliver bedre til at regne og bedre til sit erhverv.

Særligt på de niveauer, hvor faget indgår som obligatorisk fag i en erhvervsuddannelses fagrække, er uddannelsens genstandsområde en del af matematikkens genstandsområde. Erhvervsuddannelser er professionsuddannelser. Når eleverne eller lærlingene får brug for at regne på det værksted, den byggeplads, det kontor, den klinik mv., der vil blive deres fremtidige arbejdsplads, så skal de komme i tanke om, at de nu skal regne, de skal kunne genkende, hvilke beregninger der skal til, de skal kunne foretaget dem, og de skal opdage, hvis de regner forkert. Det er matematikfagets bidrag til deres profession. Omdrejningspunktet for matematikundervisningen på de obligatoriske niveauer er derfor identifikation og behandling af matematikholdige problemstillinger fra elevens eller lærlingens valgte uddannelsesområde. Dette indhold suppleres af beregninger fra elevernes eller lærlingenes hverdag og omgivende samfund. Ligeledes skal læreren være sikker på, at det respektive niveau er dækket, også for så vidt angår matematiske emner, der ikke finder anvendelse i elevens eller lærlingens uddannelse. Disse forhold gælder også, hvor faget indgår i eux. Der vil dog være en større del af undervisningen, der er begrundet i det gymnasiale niveau i forhold til erhvervets anvendelse af faget. Hvor faget gennemføres som valgfri del af elevens eller lærlingens erhvervsuddannelsesforløb, kan fagets bidrag til erhvervskvalificeringen vægte mindre eller for nogle elever eller lærlinge være helt fraværende. Fagets anvendelse er også central på de højere niveauer, og når matematikken er valgfri, men anvendelsesområderne kan vælges mere frit ud fra elevens eller lærlingens interesse, studieforberedelse, samfundsforhold eller andet.

Erhvervsfaglig matematik er kendetegnet ved den stærke inddragelse af faget, som det optræder uden for klasserummets matematikundervisning. Det betyder bl.a., at eleverne eller lærlingene arbejder med autentisk talmateriale med de forstyrrelser, det medfører, herunder at talmaterialet skal hentes ud af fagbøger, skemaer, tegninger, brugsanvisninger, hjemmesider etc., og ikke er rensat for irrelevante oplysninger, som det ofte er tilfældet i traditionelle matematikopgaver. Autentisk materiale har ikke "pæne tal", og ofte vil der være en vis margen i resultatet. Sommetider må

man "hugge en hæl og klippe en tå", for at opgaven kan regnes, og resultatet vil være tilnærmelsesvist. Der kan også være tale om opgaver, hvor forskellige løsninger er lige gode og forskellige facits lige rigtige.

Bevidstheden om, at matematikken er en model af virkelighedens opgave, og ikke nødvendigvis en helt præcis model må derfor være genstand for undervisningen, og eleverne eller lærlingene må udover selve beregningerne trænes i at arbejde med det autentiske materiale, oversættelsen til modellen, og oversættelsen tilbage til virkelighedens opgave med en vurdering af resultatet.

2 Faglige mål og fagligt indhold

2.1 Faglige mål

Fagbilaget angiver målene for undervisningen på de fire niveauer. Målene er beskrevet som kompetencemål med udgangspunkt i de otte matematiske kompetencer, der kendetegner fagets kernefaglighed på tværs af uddannelsessystemet.

Derudover er der fastsat et kernestof, som skal indgå i al undervisning, og supplerende stof, som består af en række emner, som skolen skal vælge imellem. En præcis udvælgelse af pensum skal foretages på skolen i forhold til den uddannelsesmæssige sammenhæng. Det valgte pensum skal være beskrevet i den lokale undervisningsplan. Nogle faglige udvalg har foretaget en del af dette valg i de kompetencemål, eleven eller lærlingen skal nå i grund- eller hovedforløb.

Målene, som angiver slutniveauet F, E, D og C, er kompetencemål – mål for, hvilke matematiske kompetencer, der beherskes på hvilket niveau efter afsluttet undervisning. Det er vigtigt her at bemærke, at matematikken har sin egen definition af kompetencer, som anvendes i denne vejledning. Matematikkens kernefaglighed er beskrevet i form af de otte matematiske kompetencer, og det er denne kompetenceforståelse, der er anvendt i fagbilaget i bekendtgørelsen såvel som i vejledningen.

2.1.1 De centrale kompetencer i matematik

Modelleringskompetence - at kunne analysere virkeligheden, begrænse det område, man vil modellere, matematisere, løse det matematiske problem, validere resultatet og undersøge inden for hvilke rammer, modellen gælder.

Problembehandlingskompetence - at kunne formulere og løse matematiske problemer

Symbol- og formalismekompetence - at kunne afkode, oversætte og behandle symbolholdige udtryk. At kunne opstille "virkelige" forhold som matematiske udtryk.

Repræsentationskompetence - at kunne betjene sig af forskellige repræsentationer af samme matematiske begreb, kunne forbinde repræsentationerne og oversætte imellem dem samt at kunne afgøre, hvilke styrker og svagheder en repræsentation har.

Tankegangskompetence - at kunne udøve matematisk tankegang.

Kommunikationskompetence - at kunne kommunikere i, med og om matematik, at kunne forstå og fortolke andres matematikholdige udsagn, at kunne udtrykke sig i et præcist matematisk sprog og at kunne formidle et matematisk emne i forhold til modtageren.

Hjælpemiddelkompetence - at have kendskab til eksistens af og egenskaber ved forskellige redskaber, at have forståelse af redskabernes muligheder og begrænsninger samt at kunne betjene hjælpemidler og reflektere over resultatet

Ræsonnementskompetence - at kunne følge og bedømme et matematisk ræsonnement (en kæde af argumenter), forstå, hvad et bevis er, og at kunne udtænke og gennemføre matematiske ræsonnementer.



Til inspiration

Læs mere om de otte matematiske kompetencer i UVM's publikation: [Kompetencer og matematiklæring](#)

I erhvervsuddannelserne spiller kompetencerne forskellige roller og har forskellig vægtning på de fire niveauer. På niveau F og E er *matematisk modellering* den centrale kompetence – evnen til at kunne bruge matematikken som model til at løse opgaver fra erhvervene, samfundet og privatlivet. De øvrige kompetencer er også målsatte, men som bidrag til matematisk modellering.

For at kunne anvende matematikken som model, er det helt centralt at kunne tænke matematisk om praktiske udfordringer (*tankegang*) og at kunne håndtere de tal, formler og symboler, som bruges i matematikkens beskrivelse af forhold i erhvervene og i hverdagen (*symbol og formalisme*). Det er ligeledes nødvendigt at kunne kommunikere om sine løsninger (*kommunikation*) og at bruge de hjælpemidler, som er passende i situationen (*hjælpemiddel*).

På niveau D og C, som rækker ind i den gymnasiale fagrække som meritgivende og studiekompetencegivende, er kompetencerne sidestillede.

Kompetencerne eksisterer naturligvis ikke opsplittet og uden overlap til en eller flere af de øvrige kompetencer. Undervisning i matematik i praksis beskæftiger sig typisk med flere af kompetencerne på én gang. Læringen i de enkelte kompetencer foregår i samspil med hinanden, og tilegnelse af én kompetence kan være en forudsætning for udvikling af en anden kompetence. Hvis en lærer forsøger at identificere, hvilke kompetencer der har været i spil i et undervisningsforløb, vil læreren typisk opleve, at der er tale om flere kompetencer i samme forløb. Ved at se på undervisningen ud fra en kompetence synsvinkel, kan kompetencerne dog blive et redskab til bedre at styre, hvilken læring, der sker.

2.1.2 Progression og niveauerne

Når man skal forstå progressionen mellem niveauerne, kan man med fordel starte med at definere forskellen mellem niveau E, som svarer til folkeskolens 10. klasseprøve, og niveau C, som svarer til gymnasiets niveau C. Niveau F er dernæst den del-

mængde af niveau E, som primært omhandler konkrete beregninger af faktiske størrelser på et teknisk enkelt niveau, medens algebraen lægges til på niveau E. På niveau D og C stiger abstraktionsniveauet og kompleksiteten. Eleverne eller lærlingene skal arbejde med projekter i stedet for at løse opgaver. Niveau D har fortsat det største fokus på konkrete beregninger og konkrete eksempler på den øgede algebra, medens ren algebraisk manipulation indføres på niveau C.

Progressionen gennem niveauerne giver sig udslag i tre former for tilvækst:

- Stigende beherskelse af kompetencens dækningsgrad.
- Højnelse af det matematisk tekniske niveau.
- Tilvækst i det matematiske stofområde og det praktiske anvendelsesområde, som eleven eller lærlingen behersker.

Nogle af forholdene vil være ens på niveau F/E og på niveau D/C, medens andre øges også inden for disse niveauer. Stofområdet udvides ved valg af flere matematiske emner (valg af ét, to eller tre emner). Derudover udvides det enkelte matematiske område, fx geometri med enkle rumlige figurer – cylinder og prisme – eller inddragelse af andre rumlige figurer, som pyramide og kegle eller pyramidestub og keglestub.

Det endelige stofvalg er op til læreren og afhænger af matematikforbruget i den uddannelse, eleven eller lærlingen er i gang med, hvis der er tale om obligatorisk undervisning. Der kan derfor ikke fastsættes vandtætte skodder for tilvæksten i de enkelte emner på de enkelte niveauer. En lærer i en uddannelse kan have brug for at vælge to valgfrie emner på niveau F, medens en anden kan koncentrere sig om et emne, som kan uddybes mere. Læreren beskriver sit konkrete stofvalg og evt. sammenhæng med uddannelsen i den lokale undervisningsplan.

Anvendelsesområdet er i den obligatoriske undervisning altid forstået som den anvendelse, som faget har i den uddannelse, som det indgår i. I det omfang, der er tid, samt i valgfri undervisning kan læreren og eleverne eller lærlingene vælge anvendelsesområderne bredere. Det er ikke nogen automatik, at der kan arbejdes med flere og flere anvendelsesområder i stigende niveauer. Progressionen kan i stedet ligge i, at eleven eller lærlingen kan anvende mere og mere kompliceret matematik. Derudover ligger progressionen i, at anvendelsen går fra at kunne regne enkle opgaver til at kunne udarbejde projekter.

2.1.3 Kendetegn for niveauerne

Niveau F

Dækningsgrad: Eleven eller lærlingen kan løse opgaver, der er stillet, (vælge den rigtige matematiske model – formel, grafik eller andet – foretage beregning/ aflæsning korrekt samt vurdere, om resultatet er rimeligt.) Der kan godt være tale om åbne opgaver, hvor eleven eller lærlingen skal sammenligne resultater eller give andre forslag. Eleven eller lærlingen kan anvende matematikken i kendte kontekster, primært ved at kunne foretage beregninger af samme type, som eleven eller lærlingen har løst før.

Matematisk teknisk niveau: Eleven eller lærlingen kan anvende konkrete symboler, der står for størrelser, der kan måles, (fx V for volumen, m for masse) samt formler, der bruges til at beregne noget

konkret (fx vægt, areal, rummål). Eleven eller lærlingen kan anvende enkle formler til at beregne den størrelse, som formelen handler om. Eksempelvis kan formelen $V = \pi \cdot r^2$ anvendes til at beregne V. <i>Stofområde og praktisk anvendelsesområde:</i> Tal- og symbolbehandling, erhvervsfagligt emne og mindst ét af emnerne geometri, funktioner og grafer samt statistik. Eksempler på afgrænsning inden for emneområderne: • Geometri: Enkle rumlige figurer (cylinder og prisme) • Funktioner og grafer: Ligefrem proportionalitet Se i øvrigt fagbilaget i grundfagsbekendtgørelsen.

Niveau E

<i>Dækningsgrad:</i> Eleven eller lærlingen kan løse opgaver, der er stillet: Vælge den rigtige matematiske model – formel, grafik eller andet – foretage beregning/ aflæsning korrekt samt vurdere, om resultatet er rimeligt. Der kan godt være tale om åbne opgaver, hvor eleven eller lærlingen skal sammenligne resultater eller give andre forslag. Eleven eller lærlingen kan anvende matematikken i kendte kontekster, primært ved at kunne foretage beregninger af samme type, som han har løst før.
<i>Matematisk teknisk niveau:</i> Eleven eller lærlingen kan anvende konkrete symboler, som står for størrelser, der kan måles (V for volumen, I for strømstyrke osv.), samt formler, der bruges til at beregne noget konkret (vægt, rummål, modstand etc.). På niveau E kan læreren i højere grad end på niveau F inddrage konkrete forhold, der kun kan behandles abstrakt, f. eks. formler om strøm. Eleven eller lærlingen kan anvende enkle formler til at beregne alle størrelser, som formelen handler om. Eksempelvis kan formelen $V = \pi \cdot r^2$ anvendes til at beregne både V og R. Eleven eller lærlingen kan anvende mere komplekse formler til at beregne den størrelse, som formelen handler om. Eksempelvis kan læreren lade eleverne eller lærlingene anvende formelen for rumfanget af en kegle til at beregne rumfanget, men ikke andre størrelser.
<i>Stofområde og praktisk anvendelsesområde:</i> Tal- og symbolbehandling, erhvervsfagligt emne og mindst to af emnerne geometri, funktioner og grafer samt statistik. • Eksempler på afgrænsning inden for emneområderne: • Geometri: Rumlige figurer (cylinder, prisme, kegle og pyramide) • Funktioner og grafer: Ligefrem proportionalitet og omvendt proportionalitet Se i øvrigt fagbilaget i grundfagsbekendtgørelsen.

Niveau D

<i>Dækningsgrad:</i> Eleven eller lærlingen kan selv afgrænse og opstille spørgsmål af mere undersøgende karakter, foretage beregninger, vurdere resultater og inddrage sammenligninger og overvejelser som usikkerheder, fejlmargen m.m. Eleven eller lærlingen kan anvende den matematik, der har indgået i undervisningen, i andre sammenhænge, end han er blevet undervist i.
<i>Matematisk teknisk niveau:</i> Udover konkrete beregninger kan eleven eller lærlingen håndtere abstrakte formler og symboler. Læreren tilstræber at finde praktiske eksempler til at støtte forståelsen. Eleverne eller lærlingene kan anvende også mere komplekse formler til at beregne alle størrelser i formelen. Dog undtaget svære formler, eksempelvis formler, hvor den ubekendte indgår i en flerledet størrelse i nævneren i en brøk.
<i>Stofområde og praktisk anvendelsesområde:</i> Tal- og symbolbehandling, projektforsøg og mindst to af emnerne geometri, funktioner og grafer samt statistik. Eksempler på afgrænsning inden for emneområderne: • Geometri: Rumlige figurer (cylinder, prisme, kegle og pyramide, kugle, pyramidestub og keglestub) • Funktioner og grafer: Ligefrem proportionalitet, omvendt proportionalitet og procentuel vækst Se i øvrigt fagbilaget i grundfagsbekendtgørelsen.

Niveau C

Dækningsgrad: Eleven eller lærlingen kan selv afgrænse og opstille spørgsmål af mere undersøgende karakter, foretage beregninger, vurdere resultat og inddrage sammenligninger og overvejelser som usikkerheder, fejlmargen m.m. Eleven eller lærlingen kan anvende den matematik, der har indgået i undervisningen, i andre sammenhænge, end han er blevet undervist i.

Matematisk teknisk niveau: Udover konkrete beregninger kan eleven eller lærlingen håndtere abstrakte formler og symboler. Eleverne eller lærlingene begynder at kunne arbejde med ren algebraisk manipulation. Eleverne eller lærlingene kan generelt set anvende formler til beregning af alle størrelser i formlen.

Stofområde og praktisk anvendelsesområde:

Tal- og symbolbehandling, projektforsøg og mindst tre af emnerne geometri, funktioner og grafer, trigonometri, rentes- og annuitetsregning samt statistik og sandsynlighedsregning.

Eksempler på afgrænsning inden for emneområderne:

- Geometri: Rumlige figurer – rumfang og overfladeareal
- Funktioner og grafer: Lineære funktioner, andengradsfunktioner, eksponentielle funktioner og logaritmefunktioner

Se i øvrigt fagbilaget i grundfagsbekendtgørelsen.

Det kan kræve lidt nærlæsning at skelne mellem niveauerne. Tilvæksten i stofområder er beskrevet i tabellen herunder. I hver søjle er det beskrevet, fx hvad eleven eller lærlingen skal lære mere for at nå et E-niveau, når eleven eller lærlingen har et F-niveau. Tabellen udstiller således forskellen på niveauerne inden for stofområderne.

	F-E	E-D	D-C
Tal- og symbolbehandling	Rentesregning Førstegradslikninger	Brøkgregning Potens og rod To ligninger med to ubekendte	Parenteser og regningsarterne hierarki Simpel algebraisk manipulation Reduktion
Funktioner og grafer	Omvendt proportionalitet To ligninger med to ubekendte	Procentuel vækst, herunder rentesregning	Andengradsfunktioner Eksponentielle funktioner Logaritmefunktioner Regressionsanalyse
Statistik	Median og kvartilsæt Hyppigheds- og frekvensfunktioner (måske også niveau F)	Empiriske observationssæt Udtræk fra database Frekvensfunktioner og sumfunktioner Fraktiler	Konstruktion af tabeller Middelværdi, varians og standardafvigelse
Trigonometri (under geometri på niveau F, E og D)		Sinus og cosinusrelationerne	Enhedscirklen Grafer for sinus og cosinus Trigonometriske funktioner
Indekstal, rentes- og annuitetsregning			Rentesregning, herunder frem- og tilbagekrævet af en kapital, beregning af

			rentefod, antal terminer og gennemsnitlig procent, årlig effektiv rente, kendskab til årlig omkostning i procent, indekstal, annuitetsregning, herunder opsparings- og gældsannuitet, beregning af annuitetsydelse, rentefod og antal ydelser, amortisationsplan
--	--	--	--

Undervisningen kan tilrettelægges i samlede forløb, der løfter eleven eller lærlingen mere end ét niveau. Det gælder f. eks. undervisning i eux-forløb, hvor elever eller lærlinge fra 9. klasse løftes 4 niveauer, og elever eller lærlinge fra 10. klasse løftes 2 niveauer. Undervisningen omfatter så hele progressionen igennem de niveauer, som forløbet omfatter. Det er vigtigt, at undervisningen når slutniveauet, selv om startniveauet er F eller D. I prøvesituationen er det ligeledes vigtigt, at de elementer, der er beskrevet i den sidste søjle, og som beskriver forskellen på niveau D og C, indgår i prøven. Prøven kan godt rumme elementer fra de underliggende niveauer, men hvis elementerne fra "D_C" søjlen ikke er centrale for prøven, er den i praksis gennemført på et lavere niveau.

2.1.4 Hjælpemidler

På alle niveauer vælger læreren, hvilke hjælpemidler der skal indgå i undervisningen. Det er vigtigt her at skelne mellem de hjælpemidler, som eleven eller lærlingen skal kunne bruge for at opnå et mål for undervisningen, og hjælpemidler som midler til at øge læringen af matematikken. Det er et fx et mål for undervisningen, at eleven eller lærlingen kan anvende en lommeregner korrekt. Lommeregneren kan være et selvstændigt udstyr i den traditionelle forstand, en funktion på telefonen, på PC eller på en tablet. Men undervisningen i eksempelvis rækkefølgen af det indtastede, hvornår der skal bruges parenteser m.m., skal indgå i undervisningen og være et mål for denne.

Derudover kan læreren vælge at anvende hjælpemidler til at støtte læringen i faget. Hvis eleverne eller lærlingene eksempelvis præsenterer beregninger vha. et præsentationsprogram, er det ikke et mål for undervisningen, at eleven eller lærlingen kan anvende præsentationsprogrammet, men præsentationen kan ikke foregå uden. Hvis læreren lader eleven eller lærlingen optage små film til sig selv, hvor han forklarer matematikken som egen "formelsamling", er det ikke et mål for undervisningen, at eleven eller lærlingen kan optage film med sin smartphone, men et hjælpemiddel til at støtte læringen. Eleven eller lærlingen skal kun måles på anvendelsen af de hjælpemidler, som det er et mål for undervisningen, at eleven eller lærlingen kan bruge.

Om digitale læremidler: Se afsnittet om it i undervisningen.

2.2 Fagligt indhold

Det faglige indhold i undervisningen er udviklingen af de faglige kompetencer. Der sker ved arbejde med et matematisk stof. Kernestoffet er det faglige indhold, der er obligatorisk og som skal indgå i alle elevers undervisning. Det supplerende stof består af matematiske emneområder, som skolen vælger imellem. Når faget er obligatorisk i en uddannelse, skal skolen vælge det stof, der er mest relevant for uddannelsen. Når faget er valgfrit, kan andre hensyn ligge til grund for udvælgelsen.

Det faglige stof er beskrevet i overordnede rammer i fagbilaget. Det er for en stor del lærerens opgave at udvælge og præcisere det pensum, som gøres til genstand for den aktuelle undervisning. Indholdet har stor betydning også i undervisning, der er beskrevet med kompetencemål. Kompetencerne udvikles netop i samspil med de stofområder, som eleverne eller lærlingene arbejder med, og tilegnelsen af disse er vigtig.

Fagbeskrivelsen i grundfaget matematik dækker imidlertid undervisningen i matematik i mange og meget forskellige erhvervsuddannelser. Kompetencerne, som eleverne eller lærlingene skal opnå på de fire niveauer, er de samme, men skal beherskes i stigende omfang. Alle elever eller lærlinge skal kunne identificere, løse, beskrive og kommunikere om matematikholdige problemstillinger fra deres erhvervs-mæssige hverdag etc. Men hvilke problemstillinger, der arbejdes med at løse, vil være forskelligt fra uddannelsesområde til uddannelsesområde. Hvilke matematiske stofområder, det vil være interessant at arbejde med og bringe i anvendelse, vil ligeledes til en vis grad være forskelligt.

2.3 Kernestof

Kernestoffet omfatter to emner; tal og symbolbehandling samt et erhvervsfagligt emne (niveau F og E) og et projektforsløb (niveau D og C).

Tal og symbolbehandling omfatter emner, som indgår i alle eller de fleste matematikforbrugende uddannelser, og som vi møder i vores hverdag. Når faget er obligatorisk i en uddannelse, hentes beregninger fra uddannelsen ind i undervisningen. Emner som mængdeberegning, pris og moms indgår i de fleste uddannelser på niveau F og E. Mere uddannelsesspecifikke beregninger vil ligeledes findes i de matematikforbrugende uddannelser, fx murmål i mureruddannelsen, omdrejningshastighed for et bor i industriteknikeruddannelsen og beregning af vedmasse i skov- og naturteknikeruddannelsen.

Overslagsregning er et emne på niveau F og E. Emnet har tre formål. Når eleven eller lærlingen foretager et overslag, inden selve opgaveløsningen påbegyndes, bidrager det til at give eleven eller lærlingen en forforståelse af, hvad det egentlig er, beregningen handler om. Øvelsen kan lette oversættelsen af det praktiske problem til et matematikproblem, fordi overslaget kræver en erkendelse af, hvad der skal regnes ud. Dernæst bidrager overslagsregningen til valideringen af resultatet – både til sikkerheden af valideringen, men også til, at den overhovedet finder sted. Hvis eleven eller lærlingen har foretaget et overslag og får et meget andet resultat, er der større sandsynlighed for, at eleven eller lærlingen reflekterer over det og forsøger at finde

fejlen, herunder finde ud af, om den er i overslaget eller i beregningen. Endelig kan overslaget bidrage til, at eleven eller lærlingen tilegner sig regnestrategier, der består af forståelse af tallene. Et overslag gøres typisk i hovedet. Hvis eleven eller lærlingen eksempelvis skal give et overslag på arealet af en terrasse, der er 9,8 lang og 5,2 meter bred, er der tale om, at terrassen er "lidt mindre end 10 meter på den ene led og lidt mere end 5 meter på den anden led". Opgaven er dermed reduceret til hovedregningsopgaven 10 m x 5 m. Eleven eller lærlingen tilegner sig dermed en regnestrategi og en for-forståelse af, hvad beregningen går ud på.

I de(t) erhvervsfaglige emne(r) sætter undervisningen fokus på de vigtigste beregninger i den uddannelse, som faget indgår i. Det kan være anvendelsen af matematiske emner, som allerede indgår i undervisningen, men i uddannelsesfaglig sammenhæng. Eller der kan være tale om helt nye matematiske emner, som den specifikke uddannelse gør brug af, og som ikke er dækket ind af tal- og symbolbehandling og det supplerende stof.

Eksempler på erhvervsfaglige emner kan være:

- Beregninger vedr. nivellering og afsætning, koter og fald (anlægsstruktør, bygningsstruktør og brolægger)
- Beregning af vedmasse (skov- og naturtekniker)
- Vektorer i forbindelse med faseforskydning (elektrikeruddannelsen)

Det erhvervsfaglige emne inddrager som oftest nogle af de matematiske emner, der er omfattet af de andre stofområder. Der kan også inddrages nye matematiske emner, hvis uddannelsen anvender anden matematik end den, der er omfattet af tal og symbolbehandling eller det supplerende stof. I eksemplet om nivellering og afsætning vil promilleregning være et ekstra matematisk emne. I eksemplet fra elektrikeruddannelsen er vektorer et særligt matematisk emne.

Projektforløbet på niveau D og C skal ligeledes finde sit emne i den uddannelse, eleverne eller lærlingene er i gang med, og hvor det er muligt. Eksempler på uddannelsesfaglige emner, der kan indgå i projektforløb kan være:

- Bakteriers udvikling (eksponentielle funktioner)
- Afsætning efter reklamekampagne (eksponentielle funktioner)
- Udfoldning af pladearbejde i vvs-energiuddannelsen – herunder knærør (geometri)
- Beregninger af spærfag med vilkårlige trekanter (trigonometri)
- Afbetaling af lån (annuitetsregning)

Undervisning i grundfag kan finde sted som rent valgfri undervisning, hvor der ikke er en konkret uddannelse at inddrage faglighed fra. I disse tilfælde skal der stadig vælges et emne. Det kan både være fra de andre fag, som eleverne eller lærlingene har, eller fra deres hverdag eller fra samfundsmæssige spørgsmål. På grundforløbets første del kan der eksempelvis inddrages emner fra de projekter, som eleverne eller lærlingene arbejder med. Der kan også inddrages emner fra privatlivet som fx lønforhold, skat, lån, budget m.m.

I undervisning, hvor eleven eller lærlingen har valgt et højere niveau end det obligatoriske, og i undervisning i eux-forløb kan læreren være ude for, at det er svært at finde matematik på et tilstrækkeligt niveau i uddannelsen. Det er vigtigt, at eleven eller lærlingen stadig lærer de faglige beregninger – eksempelvis på niveau F eller E, selv om slutniveauet er niveau C i eux. Undervisningen må så bygge de matematiske emner på med et tilstrækkeligt niveau. I nogle tilfælde kan de faglige emner udvides for eux-eleverne eller -lærlingene til at omfatte niveau C. I andre tilfælde må andre anvendelsesområder inddrages.

2.4 Supplerende stof

Det supplerende stof er af lige så stor betydning som kernestoffet. Matematikundervisningen, hvor den er obligatorisk, skal kunne planlægges med en høj grad af integration med uddannelsens øvrige fag, og uddannelsens anvendelse af matematikken skal være central i undervisningen. Derfor skal læreren vælge den største del af stoffet ud fra behovet i den aktuelle uddannelse. En del af det vil være dækket af kernestoffet, og det supplerende stof giver så endnu en mulighed for læreren til at udvælge lige netop det matematiske stof, som den aktuelle uddannelse har brug for.

Læreren skal vælge mindst et (niveau F), to (niveau E og D) eller tre (niveau C) emner. "Mindst" betyder, at man vil have opfyldt kravet til niveauet med dette valg. Det er vigtigere, at eleverne eller lærlingene lærer, forstår og kan anvende det stof, som undervisningen omfatter, end at læreren når store pensumlister, som eleverne eller lærlingene ikke tilegner sig. Men der kan være uddannelser, der har brug for et emne mere end minimum. Der kan gøres plads til det dels ved at gå mindre i dybden med emnerne, dels ved at vælge det erhvervsfaglige emne, så det "forbruger" matematik der hører ind under kernestoffet eller det supplerende stof, og ikke i sig selv rummer ny matematik.

Når et emne er valgt, indgår hele emnet i undervisningen. Man kan f. eks. ikke vælge emnet geometri på niveau F og udelade Pythagoras læresætning, eller vælge funktioner og grafer på niveau C og undgå regressionsanalyse. Der kan være situationer, hvor et enkelt element fra et emne er vigtigt i uddannelsen, men emnet i sig selv ville være meget at overkomme og ikke så relevant. Så kan læreren inddrage elementet i det erhvervsfaglige emne i stedet for og uden at forpligte sig og klassen på hele det supplerende emne. Hvis matematiklæreren i industriteknikeruddannelsen fx ønsker at arbejde med nomogrammer, men ikke ønsker at inddrage hele emnet funktioner og grafer, kan nomogrammerne dækkes af det erhvervsfaglige emne, og funktioner og grafer vælges fra som supplerende stof.



Se eksempler på valg af indhold på følgende links:

[Valg af indhold og sammenhængen med uddannelsen](#) – struktøruddannelsen niveau F

[Valg af indhold og sammenhængen med uddannelsen](#) – elektrikeruddannelsen niveau D

Beskrivelse af faget i den lokale undervisningsplan

Den endelige udvælgelse og præcisering af stoffet og stoffets sammenhæng med den øvrige uddannelse skal ske på skolen i forhold til den uddannelse, matematikundervisningen er en del af, eller indgår som valgfri undervisning i. Skolen beskriver, hvilke supplerende emner der vælges, og præciserer, hvilke delemner der er arbejdet med inden for de valgte emner. På niveau F og E beskrives det erhvervsfaglige emne. På niveau D og C beskrives projektforsøget. Når faget indgår i tværfaglig undervisning, beskrives de dele af faget, der indgår, og hvordan der arbejdes på at nå de matematikfaglige mål i den tværfaglige undervisning.

Skolen beskriver endvidere i den lokale undervisningsplan, hvordan stoffet bidrager til udvikling af de matematiske kompetencer. Selv om alle kompetencer er i spil i de fleste opgavetyper, giver det en mere målrettet kompetenceudvikling, hvis læreren udvælger stofområder, der er særligt velegnede til at sætte fokus på en bestemt kompetence. Et eksempel på en sådan sammensætning af kompetencer og stofområder er vist i skemaet herunder:

	Tal og symbolbehandling	Geometri	Statistik	Erhvervsfagligt emne
Modelleringskompetence				X
Repræsentationskompetence			X	
Symbol og formelkompetence		X		
Kommunikationskompetence				X
Hjælpemiddelkompetence	X			

Skemaet viser fx, at arbejdet med statistik har fokus på at udvikle repræsentationskompetencen. Læreren har udvalgt denne kombination, fordi de statistiske deskriptorer kan have særligt mange repræsentationsformer, og derfor er dette emne velegnet til at træne kompetencen repræsentation.

Modelleringskompetencen er knyttet til det erhvervsfaglige emne, fordi det især er her, eleven eller lærlingen skal arbejde med at finde matematiske modeller til at løse de udfordringer, hvor der skal regnes i uddannelsens praktik og teori. Det er ligeledes i dette emne særligt vigtigt, at eleven eller lærlingen kan forklare sine beregninger og deres betydning for sin løsning af den praktiske opgave i uddannelsen.

Endelig har læreren valgt at sætte ekstra fokus på symbol- og formalismekompetencen, når geometrien er i spil. Denne kompetence er fyldt til randen med symboler og

formler for størrelser, der er konkrete, og derfor et godt udgangspunkt for at lære at mestre håndteringen af symboler og formler.

Oversigt over gennemført undervisning

Det fremgår af grundfagsbekendtgørelsens § 6 stk. 6, at der udarbejdes en oversigt over gennemført undervisning ved undervisningens afslutning. Den udarbejdede oversigt sendes til censor ved udtræk af faget til prøve og udleveres til eleven eller lærlingen. Oversigten har to formål:

Oversigten er censors redskab til at vurdere, om prøven dækker de emner, som undervisningen har omfattet. For at kunne foretage denne kvalitetssikring, har censor brug for at kende lærerens valg af supplerende stof, erhvervsfaglige emne eller indholdet i projektforløbet.

For eux-elever eller -lærlinge har oversigten desuden til formål at give den gymnasiale lærer, som skal fortsætte undervisningen på niveau B i elevens eller lærlingens hovedforløb eller det studierettede forløb, information om, hvilken del af indholdet i undervisningen eleven eller lærlingen har lært på niveau C. Oversigten skal således bidrage til at skabe sammenhæng mellem undervisningen på niveau C og på niveau B, også når eleven eller lærlingen skifter lærer.

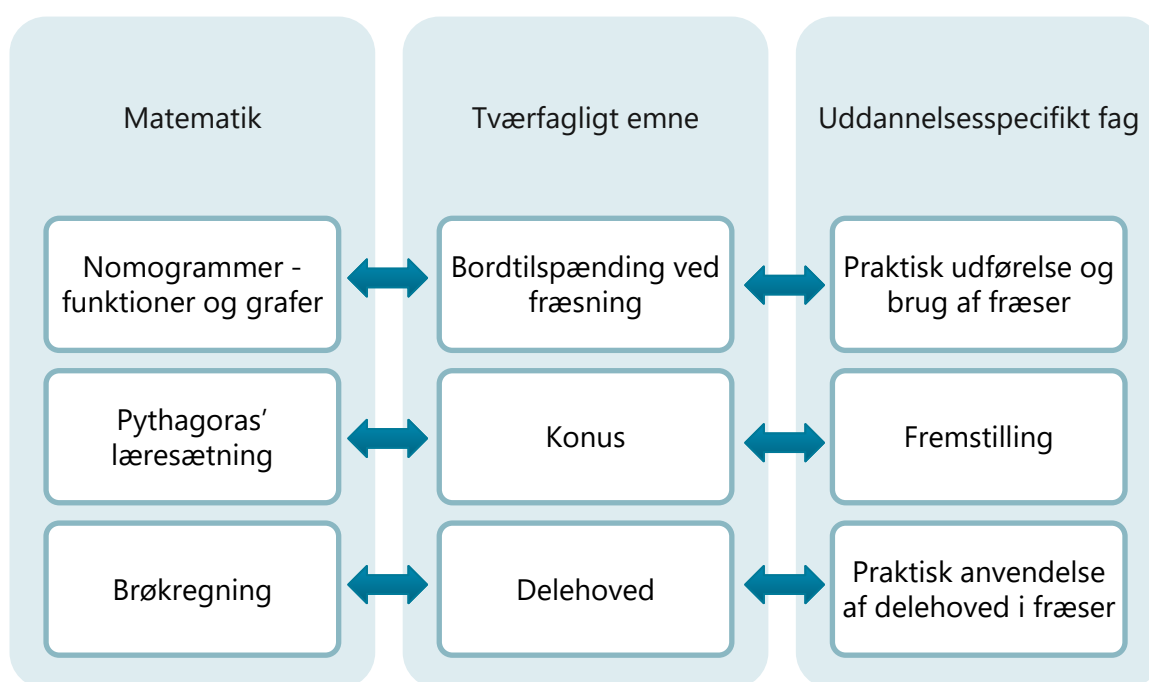
3 Tilrettelæggelse

3.1 Didaktiske principper

Det gennemsyrrer undervisning i erhvervsuddannelserne, at den skal være helhedsorienteret og praksisnær / praksisrettet. Undervisningen i matematik kan indgå i helheder på tværs af fagene og i helheder inden for matematikken selv.

3.1.1 Helheder med andre fag

I det omfang, det er muligt at planlægge samtidighed mellem matematikundervisningen og den matematikforbrugende undervisning i de uddannelsesspecifikke fag, er det meningsfuldt at tilrettelægge undervisningen, så beregninger fra projekter og opgaver indgår i matematikundervisningen. Herunder er et eksempel på et meget enkelt skema, som lærerteamet kan anvende, når det planlægger et undervisningsforløb eller en skoleperiode. Modellen er anvendt med et eksempel på helhedsorientering i industriteknikeruddannelsen:



Grafikken illustrerer, at læringen går begge veje. Matematikken er naturligvis et redskabsfag for den praktiske undervisning, men anvendelsen af matematikken kan øge elevens eller lærlingens forståelse af matematikken. Undervisningen må hele tiden foregå i en vekselvirkning mellem anvendelsen og fagets egen faglighed. Undervisningen i funktioner og grafer tager udgangspunkt i uddannelsens brug af nomogrammer, men målet for undervisningen er, at eleverne eller lærlingene kommer til at beherske funktioner og grafer på niveauet generelt.

Den største effekt for elevernes eller lærlingenes forståelse af matematikken som en del af deres uddannelses faglighed opnås, når undervisningen kan foregå i helheder med de øvrige fag. Det kan imidlertid ikke altid falde sammen tidsmæssigt. Så må læreren "nøjes med" at rette sin undervisning mod en praksis, som eleverne eller lærlingene oplever på et andet tidspunkt.

3.1.2 Helheder i faget selv

Undervisningen kan også tilrettelægges i helheder i faget selv. Et eksempel herpå kan være elever eller lærlinge i mureruddannelsen, der får tildelt et baderum på skolen og bliver bedt om at give et tilbud på, hvad det vil koste at skifte fliserne. I emneopdelt undervisning vil eleverne eller lærlingene typisk arbejde med et enkelt matematisk emne for sig. I eksemplet med baderummet indgår undervisning i areal, talbehandling og procentregning i en opgave, der udgør en helhed. Læreren må overveje ud fra elevgruppen, hvornår de enkelte matematiske emner adresseres. På den ene side er det vigtigt at fastholde helheden, for at undervisningen kan foregå så tæt på den virkelighed, hvor matematikken skal komme eleven eller lærlingen til gode fremover. På den anden side er det vigtigt at holde øje med, at de enkelte emner bliver lært.

Niveauerne F, E, D og C er beskrevet som niveauer, der lægges oven på hinanden. Hvis eleven eller lærlingen skal løftes mere end ét niveau, vil det ofte være hensigtsmæssigt at tilrettelægge undervisningen som et samlet forløb. Det enkelte niveau indeholder en vis grad af repetition og efterfølgende udvidelse af tidligere niveauer, så det giver pædagogisk god mening at tænke niveauerne sammen og planlægge et samlet forløb. Det vil typisk skabe mere tid til fordybelse, fordi der ikke skal repeteres fra forrige niveau, og fordi eleven eller lærlingen kun skal udarbejde den skriftlige dokumentation, der kræves på slutniveauet. Hvis en elev eller lærling eksempelvis tager niveau F og E som et samlet forløb, skal han udarbejde 3 dokumentationer og ikke 6. Hvis en elev eller lærling tager niveau C som et samlet forløb fra niveau G, skal han udarbejde projektrapporten, som udgør en del af eksamensgrundlaget, og læreren kan vælge, hvordan eleverne eller lærlingene i øvrigt arbejder med den skriftlige dimension, og hvad de ud over projektrapporten skal aflevere som en del af undervisningen. På eux er den samlede uddannelsestid til niveau C 5 uger, bl.a. fordi der er synergi imellem niveauerne.

Hvis niveauerne er fordelt på forskellige skoleperioder, vil det være mest hensigtsmæssigt at afslutte niveauet på den periode, hvor undervisningen foregår.

3.2 Arbejdsformer

Erfaring viser, at forståelse af matematiske emner og anvendelse af dem går hånd i hånd. Gamle dages forestilling om, at eleven eller lærlingen først skulle lære og forstå matematikken og derefter anvende den, har vist sig at give dårligere resultater, end hvis undervisningen foregår i en vekselvirkning. Forståelsen af matematikken opstår til dels i anvendelsen.

3.2.1 Praksiserfaringer og anbefalinger

Der kan være problematikker ved forløb, hvor et helt niveau er delt op i to delforløb, med første halvdel bestående af færdighedskurser i de matematiske discipliner, og

anden halvdel bestående af anvendelse i forhold til praktikprojekter eller lignende. Her har det vist sig, at kun meget lidt af den læring, der er foregået i kursusundervisningen, tages med over i projektforløbene.

Ingen af de to opsplittede forløb vil have på dagsordenen at bygge bro mellem færdighed og anvendelse; og den matematiske modellering, der skal stå i fokus for undervisningen, er helt udeladt. En forudsætning for, at eleven eller lærlingen lærer at anvende sin matematik, er i sådanne forløb, at læringen af modelleringsprocessen sker automatisk uden at være genstand for undervisning. Det må formodes at ske for nogle elever eller lærlinge i et vist omfang, eller eleverne eller lærlingene kan have denne kompetence med sig fra tidligere undervisning. Men hvis beherskelse af modelleringsprocessen – og med den gode færdighed i anvendelse af matematikken, skal dyrkes, må den gøres til genstand for undervisningen.

Der er gode erfaringer med forløb, hvor matematikkens anvendelse er indarbejdet i praksisprojekter, som udføres på værkstedet, når arbejdet foregår som en del af matematikundervisningen i vekselvirkning med stofindlæringen. Forløbskonstruktioner af denne type synes at give særdeles god grobund for udvikling af de anvendelsesorienterede matematikkompetencer. Netop den stadige vekselvirkning mellem færdighed og anvendelse sætter vedvarende fokus på udviklingen af modelleringskompetencen, der er central for matematikundervisningen.

Gennemgang af et matematisk stof og efterfølgende regning af øveopgaver er en traditionel undervisningsform, som har en vis berettigelse, men det vil ikke være befordrende for elevernes eller lærlingenes læring af lade den stå alene. En del elever eller lærlinge arbejder således, at de til en vis grad tilegner sig metoder til at løse de opgavetyper, der indgår i undervisningen, uden at forstå, hvad der er på spil. Hvis læringen stopper på dette niveau, har det som konsekvens, dels at elevens eller lærlingens rutine ikke slår til, når der opstår variationer i opgavetypen, dels at eleven eller lærlingen ikke aktiverer det indlærte udenfor matematiktimerne, og dels at eleven eller lærlingen hurtigt glemmer igen. Måske rækker denne læring til at bestå eksamen, men effekten af undervisningen i elevens eller lærlingens øvrige uddannelse kan være begrænset.

Det vil være befordrende for elevernes eller lærlingenes læring også at inddrage undervisning, som sætter fokus på en mere holdbar erkendelse af de matematiske emner og beregninger. Eksempler på metoder, der kan være befordrende for en dybere indsigt i matematikken, kan være:

- Undervisning, der taget udgangspunkt i praktiske opgaver, der skal løses, og hvor matematikken er et nødvendigt redskab. Meget gerne opgaver, som eleverne eller lærlingene er i gang med i deres værkstedsundervisning, eller som de har mødt i deres virksomhed eller hverdag.
- Undervisning, der omfatter dialog om matematikken. Det har vist sig, at dialog om matematikken fremmer læringen og forståelsen. Det er derfor en fordel at inddrage undervisningsformer, hvor dialog indgår. Dialogen kan være mellem eleverne eller lærlingene eller mellem lærer og elev eller lærling.
- Undervisning, der afdækker evt. misforståelser, som eleverne eller lærlingene har tilegnet sig, og som står i vejen for forståelse af efterfølgende emner.

- Elevfremstilling af materiale. Når eleverne eller lærlingene selv skal formulere forhold om matematikken, kræver og øver det et bedre indblik i det matematiske emne, end blot at løse opgaver. Eleverne eller lærlingene kan eksempelvis udarbejde deres egne formelsamlinger med forklaringer på matematikken, optage forklaringer på telefonen, stille opgaver til sidemanden eller lignende.



Eksempler

[Undervisningsforløb, hvor eleverne eller lærlingene stiller opgaver til hinanden](#)

[Dialogbaseret undervisning – decimaltal, brøker, procent](#)

[Dialogbaseret undervisning - algebra](#)

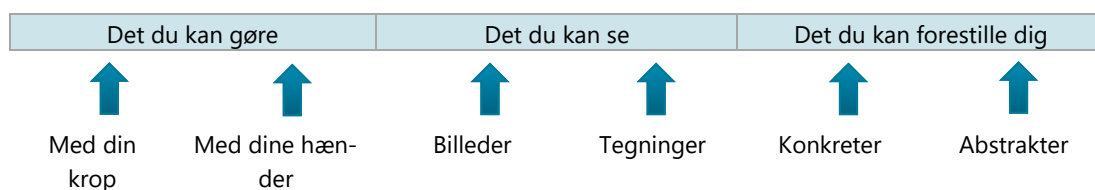
Det er et særkende ved den erhvervsfaglige matematik, at eleverne eller lærlingene arbejder med autentisk materiale. I forhold til tilrettelagt talmateriale i traditionelle matematikbøger giver det en række udfordringer. Eleverne eller lærlingene skal ofte finde de tal og andre informationer, som de skal bruge til beregningerne, i tekst eller tabeller, hvor der er meget "støj" i form af informationer, som ikke er relevante for beregningen. Det er en ny øvelse i forhold til matematikundervisningen i andre skoleformer. Derfor er det en god idé at adressere det i undervisningen. Læreren kan ikke som udgangspunkt regne med, at eleverne eller lærlingene behersker "matematisk læsning", og bør inddrage denne disciplin i undervisningen.

3.2.2 Differentiering

Det er en evig udfordring for læreren at undervise mange elever eller lærlinge sammen og alligevel tilgodese den enkelte elevs forudsætninger. Samtidigt skal læreren tilrettelægge undervisningen, så alle elever eller lærlinge arbejder med matematikken på et så tilpas niveau, at det på den ene side er svært nok til at de lærer noget, og på den anden side ikke er så svært, at de går i stå.

Eleverne eller lærlingene i en bestemt erhvervsuddannelse har typisk behov for at lære de samme faglige beregninger, men de har formodentligt meget forskellige niveauer af matematisk forståelse at starte med. Nedenfor er vist et eksempel på en meget lavpraktisk model til at arbejde målrettet med differentiering. Modellen udstiller primært progressionen i graden af abstrakthed, som en elev eller lærling kan beherske. Modellen er meget konkret og egner sig derfor godt til at tale med eleven eller lærlingen om, hvor på skalaen han mener at befinde sig for de forskellige emner.

En arbejdsmodel til differentiering



Læreren kan differentiere sine opgaver ved at have samme emne eller samme opgave i forskellige udgaver med forskellig sværhedsgrad.

Et eksempel herpå er følgende opgave: "Hvad koster det at male væggene i et rum, der er 7 meter bredt, 5,25 meter langt og 2,8 meter højt?"

Denne opgave er i den konkrete ende af "det du kan forestille dig". Udover den forenkling, der kan ligge i at dele opgaven op i mindre delopgaver og dermed styre eleven eller lærlingen gennem de mange mellemregninger, kan opgaven også differentieres efter skalaen ovenfor.

Nogle elever eller lærlinge vil stadig finde det svært at forestille sig rummet. Hvis læreren vil flytte opgaven ned på niveau "det du kan se", kan det ske ved at tegne en skitse af rummets vægge og sætte målene på dem. Hvis læreren tager billeder af rummets vægge og sætter mål på, gør det opgaven nemmere endnu, fordi eleven eller lærlingen skal forestille sig mindre, når illustrationen er et billede i stedet for en tegning. For elever eller lærlinge, der heller ikke med denne hjælp kan løse opgaven, kan den flyttes til niveauet "det du kan gøre" ved at lade eleverne eller lærlingene foretage beregningen i et konkret rum på skolen og starte med selv at måle væggene op.

Læreren og eleverne eller lærlingene kan arbejde målrettet med progressionen ud fra modellen. En elev eller lærling, der må starte på niveauet "det du kan gøre" må nok løse flere opgaver af samme slags. Læreren kan tale med eleven eller lærlingen om, hvornår eleven eller lærlingen kan klare sig med mål, som lærerne har sat på et foto eller en tegning i stedet for selv at måle op. Modellen kan anskueliggøre for eleven eller lærlingen, at der sker en progression, og eleven eller lærlingen kan blive bevidst om sin position på skalaen i forhold til de matematiske emner, der indgår i undervisningen. Elever eller lærlinge der synes at en opgave er for svær, kan arbejde med selv at bringe den hen på et niveau, som eleven eller lærlingen behersker. Hvis opgaven kun er stillet skriftligt, kan eleven eller lærlingen eksempelvis tegne den og sætte mål på. Så har eleven eller lærlingen flyttet den til den mellemste kategori.

En del af det matematiske stof vil ikke kunne arrangeres med et lavt abstraktionsniveau. Hvis emnet er el-faglige beregninger, vil det ikke være muligt at se eller røre modstanden eller strømstyrken, men kun aflæsninger på måleapparater. Som niveauerne stiger, vil det i højere grad være nødvendigt, at eleven eller lærlingen kan tilegne sig læring på et helt eller delvist abstrakt niveau. Her vil differentieringen primært bestå i, at læreren inddrager praktiske eksempler eller illustrationer i det omfang, det er muligt, og at læringen på det abstrakte niveau starter med meget enkle eksempler. Ligeledes må undervisningen begynde med tal og vil senere overgå til bogstav-eksempler.

3.2.3 Læring i bevægelse

Læreren skal inddrage bevægelse i undervisningen. Herunder er der en række eksempler, hvor læreren har inddraget forskellige former for bevægelse i sin undervisning. I nogle af eksemplerne indgår bevægelsen i selve løsningen af opgaven. I andre indgår bevægelsen ikke i selve opgaveløsningen, men arbejdet er tilrettelagt, så eleverne eller lærlingene skal bevæge sig for at få fat i opgaverne.



Eksempler

[Undervisningsforløb med bevægelse i matematikundervisningen - fodbold](#)

[Bevægelse i matematikundervisningen – opgaver på stationer på skolen](#)

3.3 IT i undervisningen

It kan indgå i undervisningen med to formål. Det kan være en del af målet for undervisningen, at eleverne eller lærlingene behersker en eller flere digitale teknologier. Derudover kan læreren vælge at anvende it som didaktisk middel til at understøtte elevernes eller lærlingenes forståelse af matematikken.

Begrebet it skal forstås i den bredest mulige betydning og omfatter digitale teknologier generelt, herunder computer, tablets, smartphones, digitale kameraer og film. Der findes en uendelig række af gratisprogrammer og apps, som kan anvendes generelt eller i mindre forløb i undervisningen, ligesom skoler vælger at abonnere på betalingsprogrammer. Fælles for alle teknologier er, at læreren må vælge, hvilke og hvordan han inddrager dem i undervisningen. Centralt for udvælgelsen er, at teknologien i matematikundervisningen skal understøtte læringen af matematikken og give fornyede muligheder for at tilegne sig denne.

It som mål for undervisningen:

Hjælpemiddelkompetencen er et mål for matematikfaget på alle niveauer. Det er skolens opgave at vælge, hvilke hjælpemidler eleverne eller lærlingene skal blive i stand til at anvende og til hvad i forhold til den konkrete undervisning og valget af stofområder. Der hører forskellige digitale hjælpemidler til forskellige stofområder, eller de samme hjælpemidler anvendes til noget forskelligt.

Erhvervsuddannelser er professionsuddannelser. Matematikundervisningen skal bidrage til, at eleverne eller lærlingene kommer til at beherske de kompetencer og færdigheder, der er nødvendige for at løse opgaverne i deres fremtidige profession. Hvis anvendelse af digitale værktøjer er en del af disse kompetencer, så er de mål for undervisningen. Et eksempel kan være kontoruddannelsen, hvor man må formode, at elevernes eller lærlingenes vil have brug for at kunne anvende regneark. Brugerkompetencer i regneark vil derfor være naturligt at vælge som mål for den konkrete

undervisning i denne uddannelse. Når store datamængder skal indsamles og behandles, kan brugen af regneark muliggøre håndtering af autentiske dataforekomster. I elektrikeruddannelsen anvendes formler, funktioner og grafiske afbildninger af sammenhænge mellem størrelser vedr. strøm i udstrakt grad. I denne uddannelse vil det derfor være naturligt at vælge et CAS-program til at synliggøre sammenhænge.

Digitale værktøjer kan endvidere være et mål for undervisningen af hensyn til videreuddannelsesperspektivet. Det er altid tilfældet på niveau C. I eux-forløb er det vigtigt, at udvælgelsen af de programmer, der er mål for undervisningen, sker i samarbejde med de gymnasiale lærere, der skal varetage elevernes eller lærlingenes undervisning på B-niveauet, så der er sammenhæng mellem de to niveauer og de brugerkompetencer, som eleverne eller lærlingene skal tilegne sig.

Det digitale værktøj som didaktisk middel i undervisningen

Læreren kan vælge at bruge en digital teknologi til aktiviteter, hvor eleverne eller lærlingene kan arbejde med faget på nye måder, der tænkes at give bedre forståelse, større sikkerhed eller på anden måde støtter læringen i matematik. Så er det ikke et mål, at eleverne eller lærlingene bliver dygtige til at bruge værktøjet, men at værktøjet hjælper eleverne eller lærlingene med at blive dygtige til matematik.

Digitale teknologier kan indgå som didaktisk middel i undervisningen med forskellig funktion:

- Det moderne værktøj
- Håndtering af store datamængder
- Støtte til læringen i matematik
- Opsamling af læring

Teknologien kan være det moderne værktøj. Hvis eleverne eller lærlingene vælger at skrive deres opgaver i et tekstbehandlingsprogram, fungerer skærmen som det moderne papir og tastaturet som den moderne blyant. Den traditionelle regnemaskine kan være erstattet af en regnemaskine på telefonen eller computeren, der i overvejende grad fungerer på samme måde som lommeregneren, men findes på en ny enhed. Grundlæggende set har disse moderne værktøjer ikke direkte nye kvaliteter i forhold til læringen af matematikken, men de kan have positiv indflydelse på undervisningen bl.a. ved øget motivation og ved at give eleverne eller lærlingene mulighed for at arbejde med medier, som de er vant til fra grundskolen.

Udover at være et selvstændigt mål for undervisningen kan regneark være et effektivt didaktisk middel til at udvikle formel-forståelsen hos eleverne eller lærlingene, fordi det forudsætter træning af en meget præcis anvendelse af formlerne og forståelse af regneoperationerne og deres rækkefølge.

I et dynamisk tegneprogram kan elever eller læringe fx arbejde undersøgende med geometriske figurer og derved opnå bedre forståelse af geometriske sammenhænge. Eller skydere på lineære funktioner kan illustrere betydningen af a- og b-værdierne i en lineær funktion. Anvendt på denne måde er det ikke et mål for undervisningen, at eleven eller lærlingen behersker et dynamisk tegneprogram, men et middel til, at eleven eller lærlingen bliver fortrolig med matematikken og opnår en dybere forståelse end alene ved træning af færdighedsopgaver.

Planlægningen af enhver lektion bør begynde med, at læreren spørger sig selv, hvad han ønsker, eleverne eller lærlingene skal have lært ved afslutningen af forløbet. Dernæst hvilke aktiviteter, der vil understøtte denne læring bedst muligt. Herunder overveje, om der er digitale læremidler, der kan tilføje noget godt.

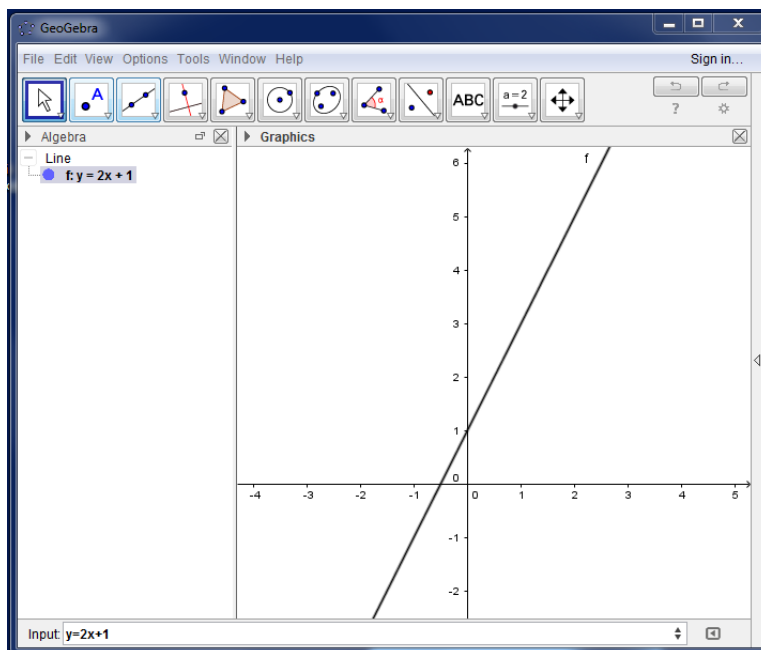
I det følgende eksempel beskrives lærerens refleksion over undervisning i funktioner. Læreren vælger at anvende et CAS-værktøj til at øge elevernes eller lærlingenes forståelse af funktionsbegrebet.

Undervisning i funktioner har ofte fokus på at anvende forskriften til at tegne en graf.

Elevopgave: Tegn linjen $y = 2x + 1$

I traditionel undervisning vælger eleven eller lærlingen en række x-værdier og beregner den tilsvarende y-værdi:

X	1	2	3	4
Y	3	5	7	9



Derefter afsætter de punkterne i et koordinatsystem og tegner linjen ved at forbinde punkterne. Hvis eleverne eller lærlingene vælger at anvende et digitalt værktøj til denne opgave, reduceres elevens eller lærlingens arbejde til at kopiere forskriften ind i programmets inputfelt og trykke "enter".

Ved denne form for anvendelse af digitale værktøjer springer eleverne eller lærlingene over en del af regneoperationerne og risikerer at overse sammenhængen mellem x og y eller måske helt undgå at forstå funktionsbegrebet. I så fald vil de have mistet den forståelse, som var det overordnede formål med undervisningen.

Lærerens første mål for undervisningen i funktioner er at eleverne eller lærlingene forstår, at alle funktioner er matematiske modeller af sammenhænge. Og at tallene i skemaet og den grafiske afbildning er to forskellige repræsentationer af samme model. Jo mere, jeg køber, desto dyrere bliver det. Jo hurtigere, jeg kører, desto kortere tid er jeg om at tilbagelægge en distance. Jo højere rente, desto flere penge skal betales tilbage på et lån. De matematiske modeller er hhv. en lineær, en omvendt proportional og en eksponentiel funktion.

Elever eller lærlinge kan tegne mange linjer i koordinatsystemet uden at opnå en dybere forståelse af funktionsbegrebet og uden at forstå, hvad funktioner skal gøre godt for. CAS-programmet kan, brugt på den rigtige måde, støtte elevernes eller lærlingenes forståelse af funktioner som begreb. I det følgende eksempel går læringsprocessen den modsatte vej. Først identificeres en sammenhæng, derefter tegnes modellen og til sidst arbejdes der med andre repræsentationer, herunder forskriften.

Et eksempel på denne induktive tilgang til forståelse af funktionsbegrebet ved anvendelse af et CAS-værktøj ses her:

[Ohms lov og funktionsbegrebet](#)

Lad os reflektere lidt over, hvad der skete med undervisningen og det forventede læringsudbytte. Det første eksempel er et eksempel på deduktiv undervisning. Læreren fortæller eleverne eller lærlingene, hvad han ønsker, de skal vide, og eleverne eller lærlingene øver sig i forhåbning om, at forklaringerne var tilstrækkeligt til at få dem til at forstå, og at opgaveløsningen giver dem rutine nok til at huske.

Det andet eksempel er et eksempel på induktiv undervisning. Eleverne eller lærlingene undersøger forskellige sammenhænge og tegner grafiske modeller af dem. Derefter arbejder de med andre repræsentationer af modellerne, herunder forskrifter, og kategoriserer forskellige typer af funktioner. Denne proces fører eleverne eller lærlingene fra undersøgelse til opdagelse af forskellige sammenhænge og forskellige relationer mellem variable. Ved denne undervisningsform er det digitale program en støtte for forståelsen, fordi sammenhængene kan visualiseres hurtigere og bedre end på papir, og modellerne er hurtigere at fremstille.

Det ovenstående eksempel viser, at det ikke alene er programmet selv, men didaktiseringen af programmet, der afgør potentialet i læring ved brug af det.

Når læreren skal overveje anvendelse af it i undervisningen, er der en række kriterier, der med fordel kan ligge til grund for overvejelserne. Det gode spørgsmål er, hvad der gør brugen af digitale teknologier understøttende for elevernes eller lærlingenes matematiklæring. Vigtige elementer i svaret på dette spørgsmål er, når it-inddragelsen giver læreren mulighed for at:

- Øge forståelsen af matematikken og dens anvendelse
- Flytte undervisningen fra "hvordan" til "hvorfor"
- Opdage misforståelser eller mangel på forståelse hos eleverne eller lærlingene
- Bringe matematikken ud af klasserummet – eller tage virkelighedens matematik ind i klasserummet, fordi realistisk materiale lettere kan håndteres med digitale værktøjer
- Bruge mere tid på at facilitere elevernes eller lærlingenes individuelle læring end på instruktion
- Bruge undersøgelse og konklusion mere og minimere mængden af færdighedstræning og "robotlæring"
- Finde nye muligheder for induktiv undervisning

Teknologierne kan også anvendes til at arbejde målrettet med elevernes eller lærlingenes opsamling af viden. Den traditionelle formelsamling kan erstattes af, at eleverne eller lærlingene selv arbejder med, hvordan de vil huske det, de lærer. Et eksempel herpå er, at eleverne eller lærlingene selv fremstiller deres "formelsamling" fx i programmet OneNote. Programmet muliggør, at eleverne eller lærlingene arbejder med at formulere for sig selv, hvordan de regner. Udover selve opsummeringen af viden og funktionen som formelsamling, giver dette arbejde en ekstra effekt. Eleverne eller lærlingene skal formulere sig på skrift om deres beregninger, hvilket tvunger dem til at systematisere og erkende den matematik, de har arbejdet med. Teknologien gør det muligt at tilføje eksempler og forklaringer, og hver enkelt elev eller lærling kan på denne måde kommunikere med sig selv om matematikken. Eleven eller lærlingen kan senere hente sin "formelsamling" på sin computer eller telefon og brug den til repetition eller opslag.



Eksempler

[Lærerens overvejelser om IT i matematik undervisningen](#)

[Inddragelse af it i undervisningen – den digitale formelsamling](#)

[Visualisering – salatbuffet](#)

[Visualisering - udfoldning](#)

Et ordsprog i matematik siger, at det man kan sige, kan man regne. At arbejde med dialogopgaver er en virksom måde at træne elevernes eller lærlingenes forståelse af matematikken. På de to følgende links er der eksempler på undervisningsaktiviteter, som er beregnet til, at eleverne eller lærlingene har dialog om faget.

Det første eksempel er en aktivitet, der foregår i padlet.dk. Aktiviteten har til formål, at arbejdet med emnet brøker indledes med en afdækning af, hvad eleverne eller lærlingene i klassen ved om emnet i forvejen. Opgaven afdækker elevernes eller lærlingenes forudgående viden, og denne viden bliver tillige delt i klassen.

[Dialogopgave: padlet](#)

Det andet eksempel er en GeoGebra-film, der viser konstruktionen af en kurvehanksbue i mureruddannelsen. I det konkrete eksempel er det meningen, at eleverne eller lærlingene skal arbejde sammen to og to. Den ene elev eller lærling skal fortælle den anden elev eller lærling, hvad der foregår i filmen. Hvis den elev eller lærling, der forklarer, kører fast, kan eleverne eller lærlingene stoppe filmen, den anden elev eller lærling kan måske forklare, eller de kan spørge læreren, hvis begge er i tvivl. Opgaven kan have mange variationer. Eleverne eller lærlingene kan selv tegne og speake, en elev eller lærling kan indtale speak, og der kan naturligvis arbejdes med enklere emner end denne lidt komplicerede konstruktion.

Dialogopgave: Konstruktion af kurvehanksbue

Det tredje eksempel er ligeledes et eksempel på en GeoGebra-film, hvor eleverne eller lærlingene skal finde ud af, hvad der foregår, og konkludere sammenhængen mellem siderne og arealet i et rektangel – herunder de særlige forhold for kvadratet.

Dialogopgave: Areal af rektangler.



Til inspiration

På [EMU - respons](#) er der mulighed for, at lærere kan dele inspiration med hinanden og finde en kollega at spare med, som underviser inden for samme uddannelser eller niveauer.

3.3.1 Cybersikkerhed

Cybersikkerhed i matematik på erhvervsuddannelserne, handler om at arbejde med og udvikle elevernes eller lærlingenes relevante cybersikkerhedskompetencer til blandt andet, at sikre arbejdsrelevante såvel som deres personlige og personhenførbare oplysninger, når de arbejder med og på digitale systemer.

Inddragelse af cybersikkerhed i matematik skal ses som muligt supplerende stof, der kan inddrages, hvor det er relevant, og kan anvendes tværfagligt og helhedsorienteret i forbindelse med fagets mål og kernestof.

Cybersikkerhed kan handle om brugen af digitale hjælpemidler som fx dynamiske geometriprogrammer eller lommeregner-apps til telefonen. Der kan arbejdes med spørgsmål som: hvorfor er en lommeregner-app på telefonen gratis? Betales der med data, og i givet fald hvilke data?

I forbindelse med undersøgelser og fx arbejde med statistik indsamles der resultater og data på mange måder. De opbevares i dokumenter og databaser og kan præsenteres i fysisk eller digital form.

Cybersikkerhed kan inddrages, som drøftelse omkring, hvordan man digitalt sikrer data i en virksomheds databaser og dokumentationssystemer, herunder GDPR-reglers betydning for sikring af persondata for den enkelte.

Elever eller lærlinge kan arbejde med små procesbeskrivelser, hvor de beskriver, hvordan de håndterer og behandler data.

Det kan eksempelvis dreje sig om:

- Data i forbindelse med markedsanalyse
- Kundeoplysninger i køberkartoteker

3.4 Samspil med andre fag

Matematikens samspil med de uddannelsesspecifikke fag er beskrevet under punkt 3 om tilrettelæggelse af undervisningen. Faget kan også spille sammen med andre fag. Et nærliggende eksempel er at lade undervisningen i læsning i matematik foregå i samarbejde med dansk. Ligeledes er det nærliggende at lade undervisningen i regneark eller andre digitale teknologier foregå i samarbejde med it eller erhvervsinformatik.

På følgende link er et undervisningsforløb i samspil med fysik beskrevet. Det matematiske stof, som forløbet behandler, er omvendt proportionalitet. Undervisningen tager udgangspunkt i elevens eller lærerens uddannelse – i dette tilfælde personvognsmekanikeren. Faktaboksen giver forslag til faglige forhold i andre uddannelser, som kan anvendes som udgangspunkt for elever eller lærere i disse uddannelser. Indholdet i forløbet er relevant for både matematik og fysik, og med tilpasning vil elevfremstillet dokumentation kunne anvendes i begge fag. Forløbet kan derfor med fordel planlægges som et fælles forløb i matematik og fysik.



Eksempler

[Undervisningsforløb fælles for matematik og fysik med udgangspunkt i uddannelsen til personvognsmekaniker](#)

4 Dokumentation

Eleverne eller lærlingene skal udarbejde dokumentation for arbejdet med faget. Udarbejdelsen af dokumentationen har til formål at eleverne eller lærlingene kan forholde sig til deres læring. Derudover fungerer elevernes eller lærlingenes dokumentationer som redskaber i forhold til at underviseren giver feedback til eleverne eller lærlingene.

Niveau F og E

På niveau F og E skal eleverne eller lærlingene aflevere tre dokumentationer. Dokumentationer kan have mange former. Der kan være tale om opgaver eller opgavesæt, som eleverne eller lærlingene har regnet i undervisningen, temaopgaver om et anvendelsesområde, beskrivelse af og eksempler på bestemte beregninger, en formelsamling, som eleven eller lærlingen har lavet til sig selv med egne forklaringer, eller mange andre former. Dokumentationerne kan foreligge skriftligt eller elektronisk, i form af beskrivelser, udregninger, opgaveløsninger, præsentationer, film eller andet.

Uanset hvilken form, dokumentationerne har, skal eleven eller lærlingen demonstrere matematisk modellering af praktiske opgaver. Dokumentationerne skal kunne afleveres til læreren, og eleven eller lærlingen skal kunne opbevare dokumentationerne og medbringe dem til eksamen, så de har mulighed for at inddrage dem i eksaminationen, hvis de ønsker det.



Eksempler

[Dokumentation: elektriker](#)

[Dokumentation: lav din egen formelsamling](#)

[Dokumentation: lav din egen film - trekanter](#)

Niveau D og C

På niveau D og C udarbejder eleven eller lærlingen en projektrapport over et emne fra deres uddannelse eller et alment emne. Projektet har til hensigt at evaluere, hvor kompetent eleven eller lærlingen er til at gennemføre matematisk modellering. Heri indgår, at eleven eller lærlingen kan opstille spørgsmål af praktisk karakter, afgrænse den del af spørgsmålet, der kan belyses ved beregninger, løse de matematiske problemer, der er forbundet dermed, samt anvende såvel matematisk sprog som hverdagsprog derom. Et projekt er kendetegnet ved at indeholde problemformulering, analyse og konklusion. Kravet om, at eleven eller lærlingen selv skal opstille og afgrænse problemet er centralt for, at der er tale om et projekt og ikke en opgave.

Læreren udarbejder et projektoplæg, som afstikker de rammer for projektet, der findes hensigtsmæssige. Der kan stilles en række forslag til indgangsvinkler, som eleverne eller lærlingene kan arbejde efter. Der kan stilles rammer op for indholdspunkter, omfang m.v.

Projektoplægget har fire hovedformål:

1. At hjælpe og inspirere til valg af indhold. Rammerne for valg af indhold beskrives i oplægget. Der kan være tale om egentlige krav til indholdet, eller der kan være tale om punkter til inspiration, som kan igangsætte elevens eller lærlingens indholdsvalg. Der kan også være tale om egentlige spørgsmål, som hjælper eleven eller lærlingen på vej, men overlader det til ham/hende selv at opstille og afgrænse den egentlige problemformulering.
2. At hjælpe eleven eller lærlingen med at overskue projektprocessen. Særligt elever eller lærlinge, der skriver deres første projektrapport, kan have behov for hjælp til at overskue det komplekse arbejde med at udarbejde en projektrapport.
3. At opstille praktiske rammer for projektarbejdet: Lærers krav til rapporten – krav til indholdspunkter, omfang, afleveringsfrister etc.
4. At sikre det ønskede matematiske niveau. Det kan som hovedregel ikke forventes, at eleverne eller lærlingene kan lære ny matematik i projektfasen, da selve det at anvende matematikken i projektsammenhæng udgør en omfattende læring. Derimod kan der være ønske om, at særlige områder af matematikken inddrages. Det kan være krav til grafiske fremstillinger, krav til forskellige fremstillinger af samme problem, etc.

Projektoplægget kan have mange former, og der er vide grænser for, hvordan det kan være udformet. Nogle lærere vælger at udlevere meget styrende projektoplæg, som er beregnet til at give eleverne eller lærlingene stort set al den vejledning de har brug for, i projektførelsen. Andre lærere ønsker at udlevere et kort oplæg, der primært beskriver formkravene til projektet, og lade styringen af projektførelsen foregå i mundtlig dialog med eleverne eller lærlingene. Det er op til læreren at vælge den form, som passer bedst i den konkrete undervisning. Du kan se eksempler på forskellige projektoplæg:



Eksempler

[Projektoplæg – niveau D, elektriker](#)

[Projektoplæg og forløb – niveau D, teknisk](#)

[Projektoplæg – niveau C, merkantil](#)

[Projektoplæg – niveau C, teknisk](#)

[Projektoplæg – niveau C, elektriker](#)

5 Evaluering

5.1 Løbende evaluering

Den løbende evaluering i faget har til formål at vejlede eleverne eller lærlingene omkring standpunkt og udbytte af undervisningen. Dette vil typisk foregå i forbindelse med feedback til eleven eller lærlingen i den daglige undervisning.

5.2 Afsluttende standpunktsbedømmelse

Når undervisningen er afsluttet, afgiver læreren en standpunktsbedømmelse. Standpunktskarakteren er lærerens vurdering af elevens eller lærlingens standpunkt ved undervisningens afslutning. Der er altså tale om et øjebliksbillede og ikke et gennemsnit af præstationen gennem forløbet. Der er tale om en helhedsvurdering, som læreren foretager på grundlag af den grad af opfyldelse af faget mål, som eleven eller lærlingen udviser i undervisningen. De konkrete bedømmelseskriterier for afgivelse af såvel standpunktskarakter som eksamenskarakter er detaljeret beskrevet i fagbilagets punkt 5.3.3. og skal ikke gentages her.

5.3 Afsluttende prøve

5.3.1 Prøveform a

Niveau F og E

Prøvens formål er at afdække, hvor kompetent eleven eller lærlingen er blevet til at løse opgaver i en situation, der i så høj grad som muligt ligner de situationer, som eleven eller lærlingen efterfølgende skal aktivere sin faglige formåen i. Prøveformen giver derfor eleven eller lærlingen mulighed for at søge informationer og at være i dialog om sine beregninger, hvis prøven foregår parvist. Det er dog vigtigt, at eleven eller lærlingen udspørges individuelt, og at eksaminator og censor sørger for at eksaminere den enkelte elev eller lærling, så de efterfølgende kan foretage en sikker individuel bedømmelse.

Eksamen foregår således, at eleven eller lærlingen alene eller sammen med en anden elev eller lærling trækker et prøvespørgsmål. Prøvespørgsmålet indeholder flere underspørgsmål. Heraf er nogle lukkede spørgsmål, hvor eleven eller lærlingen skal beregne noget bestemt. Andre er åbne spørgsmål, hvor eleven eller lærlingen kan give forslag, sammenligne løsninger, el. lign.

Det gode prøvespørgsmål er kendetegnet ved, at det:

- giver mulighed for at vise, i hvor høj grad eleven eller lærlingen har nået undervisningens mål
- giver mulighed for, at eleven eller lærlingen kan demonstrere sin beherskelse af kompetencerne

- indeholder konkrete spørgsmål, som eleverne eller lærlingene kan besvare / opgaver, som skal regnes ud
- rummer åbne spørgsmål, der giver plads for den dygtige elev eller lærling til at vise, hvad han/hun kan – beregninger, som eleven eller lærlingen skal sammenligne, spørgsmål som "giv andre forslag til..." osv.
- giver "hints", forslag til struktur på gennemgang eller anden kom-i-gang hjælp, så den usikre elev eller lærling ikke efterlades i vildrede
- undgår udenadslære
- er udformet i det sprog, der benyttes i undervisningen
- afspejler den daglige undervisning
- tilsammen dækker fagets indhold bredt
- har et godt layout og en god kopikvalitet



Eksempler

[Prøveoplæg – elektriker, niveau E](#)

[Prøveoplæg – murer, niveau F](#)

Eleverne eller lærlingene får lidt tid til at komme i gang med opgaverne. Derefter cirkulerer lærer og censor mellem eleverne eller lærlingene og foretager i løbet af 2 timer eksamination af eleverne eller lærlingene. Hvis eleven/eleverne går i stå, giver lærer/censor spørgsmål, der kan lede eleverne eller lærlingene videre. Hvis eleverne eller lærlingene har regnet opgaverne hurtigt, eller hvis lærer/censor er i tvivl om præstationen, stiller de fornyede spørgsmål og udfordringer. Hvis formålet er at prøve eleven eller lærlingen i paratviden, kan eleven eller lærlingen svare med det samme. Hvis formålet er at stille eleven eller lærlingen nye udfordringer og at af-dække, hvordan eleven eller lærlingen klarer dem, kan lærer/censor lade eleven/eleverne arbejde med det nye spørgsmål lidt og gå til andre elever eller lærlinge imens. Det kan være en god idé at forberede supplerende spørgsmål og at have dem klare forud for afholdelsen af eksamen.

Eleverne eller lærlingene arbejder i knap to timer, således at votering og bedømmelse nås indenfor de to timer. Eksaminator og censor holder øje med, at eksamination af den enkelte elev eller lærling har et omfang på knap 30 minutter. Hvis der er 4 elever eller lærlinge til prøve samtidig, fordeles tiden ligeligt mellem dem. Hvis der er mindre end 4 elever eller lærlinge til prøve samtidig, må lærer og censor lægge pauser ind, så også eleverne i denne situation bliver eksamineret i ca. 30 minutter.

Det er vigtigt, at eksaminator og censor gør notater om elevernes eller lærlingenes præstationer undervejs, så den efterfølgende bedømmelse kan foretages med sikkerhed og kan dokumenteres.

Hvad skal sendes til censor?

Følgende skal sendes samlet til censor i god tid forud for eksamensdagen. Vejledende er god tid tidligst muligt og senest 5 hverdage før eksamensdagen. Regionale eksamensnetværk kan have fastsat andre frister.

- Prøvespørgsmål
- Oversigt over gennemført undervisning med det gennemgåede kernestof og supplerende valgfri stof.
- Link til skolens hjemmeside med information om prøveregler og bedømmelsesplan.

Hvis censor har kommentarer til prøvespørgsmålene, kontakter censor eksaminator, og evt. ændringer på baggrund af deres drøftelser indarbejdes i det endelige materiale. Det er god praksis, at censor og lærer har kontakt forud for casearbejdsdagen, også selv om der ikke er grundlag for justeringer.

Niveau D og C

Eleven eller lærlingen kan gå til eksamen, når undervisningen er gennemført, og når projektrapporten er afleveret og godkendt af læreren. Godkendelsen giver ingen garanti for karakteren til eksamen, men er en godkendelse af, at rapporten har tilstrækkelig kvalitet til at danne grundlag for den mundtlige eksamination. Læreren sætter kriterierne derfor i dialog med eleven eller lærlingen. Det er i elevens eller lærlingens såvel som lærerens interesse, at eksamen foregår på baggrund af dokumentation, der levner eleven eller lærlingen de bedste muligheder for at gennemføre eksamen med et tilfredsstillende resultat. Der kan være elever eller lærlinge, der har vanskeligt ved at udarbejde skriftlig dokumentation, men som på et eller andet tidspunkt efter tilpas mange anstrengelser skal have adgang til at gennemføre eksamen. Læreren må således ud fra sit kendskab til elevens eller lærlingens formåen fastsætte krav til, hvornår en opgave kan godkendes.

På niveau D og C består prøven i en eksamination dels i projektrapporten, dels i et lodtrukket mundtligt spørgsmål. Det matematiske indhold i projektrapporten kan ikke forventes at dække indholdet i undervisningen bredt. Formålet med det lodtrukne spørgsmål er derfor at sikre validiteten af prøven, og at alle områder af indholdet har samme vægt i undervisningen og ved prøven. Projektrapporten og eksaminationen skal evaluere, hvor kompetent eleven eller lærlingen er til modellering samt til anvendelse af såvel matematisk symbolsprog som hverdagens sprog i forhold til den problemformulering, der arbejdes med. Ligeledes evalueres elevens eller lærlingens beherskelse af det matematiske indhold i undervisningen.

Det gode prøvespørgsmål er kendetegnet ved, at det:

- giver mulighed for at vise, i hvor høj grad eleven eller lærlingen har nået undervisningens mål.
- giver mulighed for, at eleven eller lærlingen kan demonstrere sin beherskelse af kompetencerne.
- indeholder konkrete spørgsmål, som eleverne eller lærlingene kan besvare / opgaver, som skal regnes ud.
- rummer åbne spørgsmål, der giver plads for den dygtige elev eller lærling til at vise, hvad han/hun kan – beregninger, som eleven eller lærlingen skal sammenligne, spørgsmål som "giv andre forslag til..." osv.
- giver "hints", forslag til struktur på gennemgang eller anden kom-i-gang hjælp, så den usikre elev eller lærling ikke efterlades i vildrede.
- undgår udenadslære.
- er udformet i det sprog, der benyttes i undervisningen.
- afspejler den daglige undervisning.
- tilsammen dækker fagets indhold bredt.
- har et godt layout og en god kopikvalitet.



Eksempler

[Mundtligt spørgsmål - niveau D](#)

[Mundtligt spørgsmål - niveau C](#)

I eksaminationen med udgangspunkt i projektrapporten spørges der ind til beregningerne på en måde, der giver eleven eller lærlingen mulighed for at demonstrere sit kompetenceniveau. Fremlæggelsen og enkelte spørgsmål kan vise, om eleven eller lærlingen kan gøre rede for beregningerne i rapporten. Hvis eleven eller lærlingen skal have mulighed for at demonstrere, at elevens eller lærlingens evne til at matematisere ligger ud over reproduktion af de beregninger, der allerede er foretaget i rapporten, og at eleven eller lærlingen kan anvende den matematik, der er i aktion i andre kendte situationer eller i ukendte situationer, må der spørges dertil. En eksamination, der alene består i, at eleven eller lærlingen gentager rapportens beregninger på tavlen, vil ikke give eleven eller lærlingen mulighed for at demonstrere generel beherskelse af kompetencerne eller selvstændighed i anvendelse af det matematiske indhold. Eksaminator og censor skal derfor sikre, at der bliver spurgt ud over selve rapporten. Dels ved hjælp af spørgsmål, der omhandler lignende beregninger, dels ved hjælp af spørgsmål, der giver eleven eller lærlingen mulighed for at forklare matematikken generelt og afprøver elevens eller lærlingens evne til at aktivere matematikken i nye sammenhænge, der ikke er beskrevet i rapporten.

For at undgå at de to dele af eksamen bliver en gentagelse af hinanden, anbefales det at dele op, hvad der særligt spørges efter i henholdsvis rapporten og i det lodtrukne spørgsmål. Projektrapporten er bedst egnet til at vurdere modelleringskompetencen. Det kan give sig udslag i, at der spørges særligt ind til afgræsning af opgaven, til matematiseringsprocessen og til en vurdering af resultatets sikkerhed og gyldighed i denne, ud over elevens eller lærlingens selvvalgte fremlægning. Eleven

eller lærlingen skal have mulighed for at demonstrere, om eleven eller lærlingen behersker kompetencerne på et niveau, hvor eleven eller lærlingen kan forklare de beregninger og de overvejelser, der er foretaget i den forelagte projektrapport, om eleven eller lærlingen behersker kompetencer og matematisk indhold også i andre kendte situationer, eller om eleven eller lærlingen behersker faget selvstændigt og i nye situationer. Det lodtrukne spørgsmål kan så evt. vælges til i højere grad at evaluere elevens eller lærlingens symbol- og formalismekompetence. Der kan dog med fordel være anvendelsesaspekter også i det lodtrukne spørgsmål.

Det er vigtigt, at eksaminator og censor gør notater om elevernes eller lærlingenes præstationer undervejs, så den efterfølgende bedømmelse kan foretages med sikkerhed og kan dokumenteres.

Hvad skal sendes til censor?

Følgende skal sendes samlet til censor i god tid forud for eksamensdagen. Vejledende er god tid tidligst muligt og senest 5 hverdage før eksamensdagen. Regionale eksamensnetværk kan have fastsat andre frister.

- Lodtrækningsspørgsmålene
- Lærerens projektoplæg.
- Elevernes eller lærlingenes projektbesvarelser.
- Oversigt over gennemført undervisning med det gennemgåede kernestof og supplerende valgfri stof.
- Link til skolens hjemmeside med information om prøveregler og bedømmelsesplan.

Hvis censor har kommentarer til lodtrækningsspørgsmålene, kontakter censor eksaminator, og evt. ændringer på baggrund af deres drøftelser indarbejdes i det endelige materiale. Det er god praksis, at censor og lærer har kontakt forud for casearbejdsdagen, også selv om der ikke er grundlag for justeringer.

5.3.2 Prøveform b – caseeksamen

Følgende erhvervsuddannelser skal udbydes med caseeksamen. Andre uddannelser kan vælge mellem prøveform a og prøveform b.

- Detailhandelsuddannelse med specialer
- Eventkoordinatoruddannelsen
- Finansuddannelsen
- Handelsuddannelse med specialer
- Kontoruddannelse med specialer

Bemærk!

De generelle regler for denne prøveform er beskrevet i grundfagsbekendtgørelsens § 10 og er ikke gentaget i fagbilaget for matematik. Det er kun de særlige regler for matematik, der fremgår af fagbilaget. Det er derfor nødvendigt at læse begge afsnit for at læse alle informationer om denne prøveform.

Der kan findes en uddybende mere generel vejledning i caseeksamen på emu.dk.

Vær opmærksom på, at reglerne beskrevet i fagbilaget for matematik træder i stedet for de generelle regler.

Projektrapport, caseopgavesæt og ukendte spørgsmål.

Elever eller lærlinge, der afslutter matematik med caseeksamen på niveau D og C, skal udarbejde den nævnte projektrapport som en del af undervisningen. Projektrapporten skal afleveres og godkendes af læreren for at kunne gå til eksamen. Eleverne eller lærlingene kan arbejde i grupper i projektfasen, men projektrapporten skal udarbejdes og afleveres individuelt.

Når læreren udarbejder oplægget til projektrapporten, vil det være nærliggende, at vælge materiale fra casevirksomheden eller lignende virksomhed, således at eleven eller lærlingen under eksaminationen naturligt kan referere til sin projektrapport. Projektrapporten kan også udarbejdes helt uden sammenhæng til casevirksomheden.

Caseopgavesættet består, uanset niveau, af 5-7 ukendte caseopgaver, der tilsammen dækker grundfagets kompetencemål og stofområder. Opgaverne skal have et omfang, som den gennemsnitlige elev eller lærling kan løse på 4 timer. Det bør tilstræbes, at hver caseopgave vægtes ens og indeholder matematik, som kendetegner niveauet, startende med et konkret spørgsmål og afsluttet med et abstrakt spørgsmål, så det åbner mulighed for, at såvel den svage som den stærke elevs kompetencer kan udfoldes og bedømmes.

Eleven eller lærlingen afleverer sin casebesvarelse ved caseundervisningsdagens afslutning. Skolen kan fx oprette en afleveringsmulighed i det administrative system eller i skolens LMS (learning management system) til formålet, som eleven eller lærlingen uploader til, når tiden er gået. Det er udelukkende den afleverede version af casebesvarelsen, der eksamineres i under eksaminationen. Eleven eller lærlingen har således ikke mulighed for at ændre eller tilføje i sin besvarelse af caseopgaverne.

Eleven eller lærlingen må gerne undersøge videre i forhold til caseopgaverne frem til eksamensdagen. For matematik gælder det, at eleven eller lærlingen ikke må tage notater el.lign. med ind til eksaminationen. Her må eleven eller lærlingen alene støtte sig til den afleverede casebesvarelse, sin formelsamling og de hjælpemidler, herunder digitale, som skolen tillader. Det kan fx være lommeregner eller CAS-værktøj.

Da eleverne eller lærlingene har mulighed for at tage den udleverede case med hjem, er det ikke tilladt at genbruge en tidligere anvendt case. Der skal derfor udarbejdes en ny case til hver prøve. Dette gælder også, hvis flere hold har caseundervisningsdag forskudt af hinanden. Så skal der udarbejdes en case til hvert hold.

Eksaminator og måske censor stiller uddybende spørgsmål til eleven eller lærlingen undervejs i eksaminationen. Eksaminator har forud for eksamen formuleret mindst to tillægsspørgsmål til hver caseopgave. Under eksaminationen skal eleven eller lærlingen mindst stilles to af disse tillægsspørgsmål til den valgte caseopgave.

Spørgsmålene har til formål at sikre, at eksaminationen kommer til at omfatte mere end en gennemgang af de beregninger, som eleven eller lærlingen har foretaget på casearbejdsdagen. Tillægsspørgsmålene uddyber det matematiske stof, som caseopgaven indeholder. Det kan være åbne spørgsmål af typen "giv andre eksempler". Det kan også være spørgsmål til det matematiske emne, hvor eleven eller lærlingen skal gøre rede for de matematiske begreber, der indgår i caseopgaven.

Eksamensforløbet på niveau F og E

Eksamensforløbet starter med caseundervisningsdagen og afsluttes med caseeksamensdagen.

Censor udpeger, hvilke af de 5-7 caseopgaver den enkelte elev eller lærling bliver eksamineret i. Censor vælger hvor mange og hvilke caseopgaver som udpeges, men to eller tre vil almindeligvis være realistisk, når eksaminationen omfatter caseopgaven og to ukendte tillægsspørgsmål.

Eksamensforløbet på niveau D og C

Eksamensforløbet starter med caseundervisningsdagen og afsluttes med caseeksamensdagen. Eksaminationen består af 2 dele:

- Projektreporten udarbejdet i undervisningen og godkendt af underviser.
- Caseopgaverne, udarbejdet på casearbejdsdagen og afleveret. Der stilles to ukendte spørgsmål under eksaminationen.

Eleven eller lærlingen bestemmer, om eksaminationen skal starte med projektopgaven eller caseopgaven.

Censor udpeger, hvilken af de 5-7 caseopgaver den enkelte elev eller lærling bliver eksamineret i. Censor kan udpege mere end én opgave, men én vil almindeligvis være realistisk, når hele eksaminationen omfatter projektreport, caseopgave og to ukendte tillægsspørgsmål.

Caseundervisningsdagen

Eleven eller lærlingen arbejder 4 klokketimer med adgang til skolens it med caseopgavesættet. Casearbejdsdagen er en undervisningsdag, hvor læreren er til stede og har funktion som vejleder. I tilfælde af nedbrud i skolens it, skal tidsrummet forlænges med den tid, nedbruddet har varet. Hvis eleverne eller lærlingene holder pauser undervejs, skal det sikres, at eleverne eller lærlingene ikke har mulighed for at arbejde videre med casen i pausen.

Skolen beslutter, hvilke hjælpemidler eleven eller lærlingen skal have adgang til. Det er skolens ansvar før eksamen, at vejlede eleven eller lærlingen hensigtsmæssigt i benyttelse af hjælpemidler og ressourcer. Eleverne eller lærlingene må tale sammen vedr. caseopgavesættets løsning og besvarelser.

Ved arbejdsdagens afslutning afleverer eleven eller lærlingen sin personlige besvarelse. Denne opbevares af skolen og udleveres først til eleven eller lærlingen når den mundtlige eksamination starter. Casebesvarelsen udgør en del af eksaminationsgrundlaget.

Eksamensdagen

Den mundtlige eksamen påbegyndes den første hverdag efter casearbejdsdagen. Eksamen er en individuel mundtlig eksamination med varighed på ca. 30 minutter inkl. votering og feedback til eleven eller lærlingen. Eleven eller lærlingen forventes at tage individuelt ejerskab for caseopgavesættets løsninger og besvarelser, således at eleven eller lærlingen autentisk under eksaminationen kan dokumentere egne matematiske kompetencer.

Eksaminator leder eksaminationen, som foregår som en dialog mellem elev eller lærling og eksaminator. Censor kan stille uddybende spørgsmål til eleven eller lærlingen. Dialogen består af elevens eller lærlingens selvstændige fremlæggelse samt besvarelse af de spørgsmål, som eksaminator og censor formulerer, med det formål at afdække dybden og bredden i elevens eller lærlingens matematiske kompetencer. Eksaminator sikrer, at hver elev eller lærling stilles mindst to af de ukendte tillægsspørgsmål, som er formuleret i forvejen og sendt til censor, under eksaminationen af caseopgaven.

Eksaminator udleverer elevens eller lærlingens besvarelse fra caseundervisningsdagen til eleven eller lærlingen som eksaminationsgrundlag for casedelen af eksamen. Herefter vælger censor hvilken eller hvilke caseopgaver eleven eller lærlingen eksamineres i. Har eleven eller lærlingen ikke udarbejdet løsning til en caseopgave eller dele af en caseopgave, afdækker eksaminator og censor hvilke matematiske kompetencer der kan hentes i denne opgave. Herefter udpeger censor en ny caseopgave til eleven eller lærlingen. lagttagelser i forbindelse med manglende løsning tages med i den endelige bedømmelse af elevens eller lærlingens kompetencer.

Det er vigtigt, at både eksaminator og censor gør notater om elevens eller lærlingens præstationer undervejs, så den efterfølgende bedømmelse kan foretages med sikkerhed og kan dokumenteres.

Hvad skal sendes til censor?

Følgende skal sendes samlet til censor i god tid forud for caseundervisningsdagen. Vejledende er god tid tidligst muligt og senest 5 hverdage før caseundervisningsdagen. Regionale eksamensnetværk kan have fastsat andre frister.

- Caseopgavesættet.
- Tillægsspørgsmål til caseopgavesættet.
- Lærerens projektoplæg.
- Elevernes eller lærlingenes projektbesvarelser.
- Oversigt over gennemført undervisning med det gennemgåede kernestof og supplerende valgfri stof.
- Link til skolens hjemmeside med information om prøveregler og bedømmelsesplan.

Hvis censor har kommentarer til materialet, kontakter censor eksaminator, og evt. ændringer på baggrund af deres drøftelser indarbejdes i et endelige caseopgavesæt.

inden det udleveres til eleverne eller lærlingene. Det er god praksis, at censor og eksaminator har kontakt forud for casearbejdsdagen, også selv om der ikke er grundlag for justeringer.



Eksempel

Caseopgavesæt niveau C.

5.3.3 Eksaminationsgrundlag

Prøveform a - niveau F og E

Eksaminationsgrundlaget er det prøvespørgsmål, som eleven eller lærlingen har trukket. Eleven eller lærlingen kan vælge at inddrage sine dokumentationer fra undervisningen som eksempel på beregninger eller som udgangspunkt for noget, eleven eller lærlingen gerne vil tage ind i sin eksamination. Spørgsmålene kan henvise til dokumentationerne, eller det kan være helt frit for eleven eller lærlingen at inddrage disse eller lade være. Dokumentationerne er ikke i sig selv en del af eksaminationsgrundlaget og indgår ikke i bedømmelsesgrundlaget. Det er primært elevens eller lærlingens valg, om og hvor meget dokumentationerne inddrages i eksaminationen.

Prøveform a - niveau D og C

Eksaminationsgrundlaget er det lodtrukne spørgsmål samt elevens eller lærlingens projektrapport.

Prøveform b (case) - niveau F og E

Eksaminationsgrundlaget er elevens eller lærlingens besvarelse af de caseopgaver, som censor udpeger samt de ukendte spørgsmål, som stilles af eksaminator under eksaminationen.

Prøveform b (case) - niveau D og C

Eksaminationsgrundlaget udgøres af elevens eller lærlingens projektrapport, elevens eller lærlingens besvarelse af de caseopgaver, som censor udpeger samt de ukendte spørgsmål, som stilles af eksaminator under eksaminationen.

5.3.4 Bedømmelsesgrundlag

Bedømmelsesgrundlaget fælles for de to prøveformer og er en helhedsvurdering af elevens eller lærlingens mundtlige præstation ved eksamen. Eleven eller lærlingen bedømmes individuelt.

5.3.5 Bedømmelseskriterier

Bedømmelseskriterierne er fælles for de to prøveformer. Bedømmelsen er en vurdering af, i hvilket omfang elevens eller lærlingens præstation lever op til de faglige mål, som de er angivet i pkt. 2.1 i fagbilaget. Skolen kan vælge at uddybe prøvens specifikke bedømmelseskriterier. Bedømmelseskriterierne er beskrevet i fagbilaget og gentages derfor ikke her.



BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET