

A chalkboard with mathematical drawings and a hand writing a number. The board is dark green with white chalk. In the center, there is a large, stylized drawing of a number '2' with a loop at the top. To its left, there is a vertical line with a horizontal crossbar, resembling a plus sign or a similar symbol. In the background, there are faint, light-colored geometric shapes, possibly a circle and some lines. At the bottom of the board, a hand is visible, holding a piece of white chalk and writing a number '2'.

FORSKNINGSBASERET VIDEN OM MATEMATIK

RAMBOLL


AARHUS UNIVERSITET
DANSK CLEARINGHOUSE
FOR UDDANNELSESFORSKNING

PROFESSIONSHØJSKOLEN
METROPOL

UCC
PROFESSIONS-
HØJSKOLEN

 Find vejen frem
VIA University College

INDHOLD

1. Mathematical literacy.....	side 3
2. Systematiske tilgange til matematisk problembehandling.....	side 5
3. Bevidsthed om egen læring – en vej til bedre læring.....	side 7
4. Modellering og brug af konkrete materialer – effekt gennem visualisering og hands-on-projekter	side 9
5. Om forskningskortlægningen – inspiration og henvisninger	side 12

Udgivet august 2014 af:

**Rambøll Management Consulting, Aarhus Universitet, Professionshøjskolen Metropol,
UCC Professionshøjskolen og VIA University College**

Layout: Operate A/S

Forsidefoto: Istock

ISBN: 87-89227-64-6



1 MATHEMATICAL LITERACY

Hvordan kan man forbedre elevernes matematiske kompetencer? Hvordan bruger man praktiske redskaber i matematikundervisningen på en effektiv måde? Kan selvevaluering bidrage til elevernes læring?

Dette er nogle af de spørgsmål, som denne publikation – med afsæt i forskningen – kan hjælpe til at besvare. Publikationen samler konklusionerne fra de seneste ti års forskning og giver bud på, hvordan viden om, hvad der virker, kan styrke elevernes kompetencer inden for anvendt matematik (mathematical literacy).

Matematik indgår i alles hverdag. Og vores evne til at gøre brug af matematikkens forståelser er vigtig i mange af de sammenhænge, vi befinder os i. Matematik er mere end formler, brøker og ligninger og bruges hver eneste dag som en faglighed til at forstå og fortolke verden omkring os.

Denne publikation sætter fokus på, hvilke metoder eller indsatser der har effekt på eller betydning for elevens udvikling af mathematical literacy*. Den beskriver tiltag, der skaber effekt hos eleverne. Grundlaget er forskning af høj kvalitet fra de seneste ti år. Det gælder både

dansk, nordisk og international forskning. Nogle resultater og konklusioner vil sikkert udfordre gængs viden. Andre resultater vil nuancere eller præcisere, hvilke pædagogisk-didaktiske tilgange der kan påvirke elevernes udvikling af mathematical literacy i en positiv retning.

Endelig vil der være resultater, som hverken er nye eller overraskende. Under alle omstændigheder bidrager forskningen til at styrke fundamentet for at træffe informerede beslutninger – og ikke mindst lade de pædagogiske drøftelser hvile på et evidensinformeret grundlag.

* Se definitionen af mathematical literacy sidst i publikationen



OM PUBLIKATIONEN

FORMÅL

Formålet med denne publikation er at bidrage til en bedre folkeskole ved at inspirere og understøtte arbejdet med at sikre evidensinformerede undervisningsformer og læringsmiljøer. Publikationen søger at skabe et afsæt for et fælles vidensgrundlag på området ved at formidle indsamlet viden fra en omfattende forskningskortlægning om mathematical literacy. Ambitionen er, at denne viden kan bruges aktivt i den danske folkeskole som afsæt for debatter, lokale dialoger og inspiration til nye initiativer.

MÅLGRUPPEN

Publikationen henvender sig til alle, som har interesse for folkeskolen, men er særligt målrettet det pædagogiske personale på skolerne.

INDHOLD

Publikationen præsenterer forskningskortlægningens væsentligste resultater og konklusioner om temaet **mathematical literacy**. Målet har været at finde de redskaber, metoder eller indsatser, som har en positiv indflydelse på elevernes mathematical literacy. Publikationen sætter især fokus på de konkrete elementer i undervisningen, som lærere og pædagoger arbejder med i dagligdagen

SÅDAN LÆSER DU PUBLIKATIONEN

Publikationen kan anvendes til at igangsætte nye initiativer eller forberede, gennemføre og evaluere undervisningen på nye måder. Den kan også bruges som dialogværktøj i de faglige fora på skolerne – til fælles drøftelser af, hvordan forskningsbaseret viden yderligere kan kvalificere undervisning og aktiviteter på skolen.

I publikationen optræder en række faktabokse, som i meget kort form sammenfatter essensen af forskningen. Vi har også udvalgt eksempler på cases, som

illustrerer de konkrete indsatser. Herudover er der for hvert delafsnit formuleret refleksionsspørgsmål, som kan inddrages i konkrete drøftelser i de faglige fora på skolen.

Afslutningsvis kan du læse nærmere om forskningskortlægningen og finde henvisninger til synteser og andet materiale inden for de enkelte temaer.

BAGGRUND

Skoleudvikling og undervisning skal gerne inspireres og udfordres af solid forskning. Derfor har Undervisningsministeriet igangsat et omfattende arbejde med at indsamle, vurdere og formidle forskning på seks områder med stor relevans for folkeskolens udvikling:

- Læseforståelse og faglige læsekompetencer
- Matematik
- Varieret læring
- Pædagogisk ledelse
- Undervisningsmiljø og trivsel
- Alsidig udvikling og sociale kompetencer.

Du kan læse mere om forskningskortlægningerne sidst i denne publikation og på:

uvm.dk/ressourcecenter

2 SYSTEMATISKE TILGANGE TIL MATEMATISK PROBLEMBEHANDLING

Systematisk problembehandling sætter fokus på, hvordan elever kan anvende en systematisk og delvist skematisk tilgang til løsning af matematiske problemer. Eleverne skal lære metakognitive strategier, som de kan bruge, når de skal løse matematiske problemstillinger. At anvende metakognitive strategier betyder at gøre eleverne mere opmærksomme på, hvad de gør, når de skal løse matematiske problemstillinger, og hvorfor problemstillingerne skal løses på den måde, samt hvad de skal gøre, når de kommer i vanskeligheder med den matematiske problemløsning.

FORSKNINGEN VISER:

Brug af metakognitive strategier til systematisk problembehandling i matematikundervisningen har en positiv effekt på elevernes faglige præstationer.

Brug af metakognitive strategier til systematisk problembehandling har fokus på trin- og manualbaserede modeller/strategier. Grundlæggende handler det om at arbejde systematisk med nogle faste trin, som ele-

verne skal gennemgå, når de løser en opgave. Tanken er, at eleverne ved at lære de metakognitive strategier får nogle redskaber, som kan hjælpe dem til at få løsningsideer i forhold til matematiske problemer, så de selv kan løse det matematiske problem.

FORSKNINGEN VISER:

Brug af it-programmer til at understøtte undervisningen i systematisk problembehandling har en positiv effekt på elevernes faglige præstationer.

Antallet af trin, som anvendes i de metakognitive strategier, varierer, alt efter hvor eksplicit eller detaljeret den enkelte strategi beskriver den systematiske problembehandlingsproces. Man kan med fordel have et afsluttende trin, hvor eleverne skal evaluere den løsning, de har fundet frem til. Som underviser er det vigtigt, at man indledningsvis viser, hvordan man anvender strategien og 'tænker højt', så eleverne kan se, hvordan man løser matematiske problemstillinger ved hjælp af strategien. Her kan det også være en god ide at inddrage

CASE

Eksempel på virkningsfuld indsats

Et eksempel på arbejdet med en metakognitiv problembehandlingsstrategi finder man i et studie fra USA. Her anvendes en traditionel læringsform, hvor eleverne arbejder med tekstbaserede matematiske problemer. Eleverne undervises i en otte-trins-metakognitiv problembehandlingsstrategi, som omfatter følgende trin:

1. Læs problemet (read)
2. Omskriv problemet (paraphrase)
3. Visualisér problemet (visualize)
4. Gengiv problemet (re(state))
5. Opstil en forventning til løsningen (hypothesize)
6. Giv et skøn på løsningen (estimate)
7. Udregn problemet (compute)
8. Vurdér løsningen (self-check).

I undervisningen gennemgår læreren de otte trin i problembehandlingen ved at præsentere de matematiske problemer, hvorefter eleverne i fællesskab diskuterer og lærer de forskellige trin i problembehandlingen. Efter eleverne har løst de traditionelle tekstbaserede problemstillinger og forstået de forskellige trin i strategien, skal eleverne løse en række praktiske opgaver, hvor de skal anvende matematikken i udregningen af opgaverne. Forskningsstudiet viser, at metoden har en positiv effekt på elevernes problembehandlingsfærdigheder.

Læs mere: Bottge et al. (2004): Teaching Mathematical Problem Solving to Middle School Students in Math, Technology Education, and Special Education Classrooms.



forskellige materialer (fx terninger, faktakort, modeller eller lignende) til at illustrere problemer og sammenhænge mellem matematiske problemstillinger. Efter introduktionen er det vigtigt at give eleverne rum til selv at anvende strategierne og reflektere over, hvilke løsningsmodeller de kan bruge til at løse det konkrete problem.

Den metakognitive tilgang løser ikke de matematiske problemer for eleverne, de skal selv udtænke løsningen gennem problembehandlingsprocessen. Tilgangen hjælper dem dog til at blive opmærksomme på, hvilke elementer de skal fokusere på i deres løsning af matematiske problemer. Som underviser guider man eleverne i deres problembehandling og lærer dem, hvordan de skal gribe forskellige problemstillinger an. Ved systematisk at opfordre eleverne til selvstændigt at anvende strategierne og de foreskrevne trin i processen, når de løser opgaver, tilskynder man dem også til at tage ansvar for egen læring.

Forskningen viser også, at arbejdet med systematiske tilgange til problembehandling kan understøttes ved at anvende it-programmer som en del af undervisningen. Programmerne kan bruges som et redskab i undervisningen i problembehandling, der kan give hurtig feedback og guide eleverne gennem de forskellige trin i den systematiske tilgang.

Nogle indsatser præciserer, hvordan undervisningen skal tilgås, så eleverne bliver i stand til at forstå og genkende den skematiske struktur i de matematiske problemstillinger, som de bliver præsenteret for. Tilgangen hjælper eleverne til at identificere mønstre og relationer i de matematiske problemstillinger, og til hvordan de kan håndtere dem ved hjælp af de skematiske diagrammer. Konkret skal eleverne finde og overføre elementer fra problemstillingen til et skematisk diagram, så det tager form af et mere klassisk regnestykke.

STRATEGIER KAN BRUGES PÅ TVÆRS AF KONTEKSTER

Et vigtigt element i arbejdet med metakognitive strategier er at sikre, at eleverne formår at overføre problembehandlingsstrategier fra en problemstilling til en anden. Konkret kan man bede eleverne om at sammenligne og diskutere de forskellige problembehandlingsstrategier. Det hjælper eleverne til at huske de forskellige strategier, samtidig med at det skærper deres evne til at overføre strategierne til nye matematiske områder og problemstillinger.

Den positive effekt af at benytte systematiske tilgange til problembehandling viser sig generelt set for alle elever – også de svageste. Forskningen indikerer, at elever med særlige behov – i lige så høj grad som den øvrige gruppe elever – kan forbedre deres matematiske fær-



FORSKNINGEN VISER:

Elever med særlige behov profiterer i høj grad af at modtage undervisning i systematisk problembehandling.

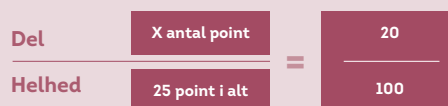
KONKRETE EKSEMPLER PÅ ANVENDELSE AF SKEMATISKE DIAGRAMMER

Opstillingen af informationerne i det skematiske diagram sker med afsæt i det matematiske problems karakter. En opgave under temaet procenter kan lyde sådan:

"I en geografitest kan man maksimalt opnå 25 point. Janie fik en karakter svarende til, at hun havde svaret 20 procent rigtigt. Hvor mange point fik hun i testen?"

I figuren illustreres opsætningen af informationerne i et skematisk diagram sådan:

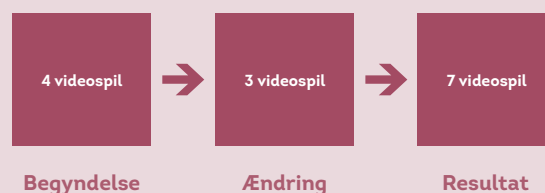
Figur: Skematisk diagram for procenter



I forhold til at forstå ændringer i matematiske problemer kan den problematik, som eleverne bliver mødt med, lyde som følger:

"Jane har 4 videospil. Hendes mor gav hende 3 ekstra videospil, hvor mange videospil har Jane nu?" Det kan illustreres sådan:

Figur: Skematisk diagram for ændringer



Det skematiske diagram viser eleverne, hvor de skal placere de oplysninger, problematikken indeholder. Det skematiske diagram kan eleverne anvende, når de bliver præsenteret for næste spørgsmål, som eksempelvis:

"Tammy kan lide at male billeder af blomster. Hun har malet 12 billeder indtil videre. Hvis hun maler 4 til, hvor mange billeder har hun så?"

De studier, som undersøger effekterne af skemabaserede instruktioner inden for systematisk problembehandling, finder alle en positiv effekt på elevernes kompetence til problembehandling



digheder og deres evne til at overføre opnået viden fra et område til et andet ved at arbejde med systematisk problembehandling og metakognitive strategier.

Den positive effekt af at benytte systematiske tilgange til problembehandling viser sig generelt set for alle elever – også de svageste.

Forskningen indikerer, at elever med særlige behov – i lige så høj grad som den øvrige gruppe elever – kan forbedre deres matematiske færdigheder og deres evne til at overføre opnået viden fra et område til et andet ved at arbejde med systematisk problembehandling og metakognitive strategier.

REFLEKSIONSPØRGSMÅL:

- Arbejder eleverne med metakognitive strategier for problembehandling?
- Arbejder I med at lære eleverne forskellige systematiske strategier/metoder til at håndtere matematiske problemer?
- Hvordan kan I anvende systematisk problembehandling mere intensivt eller anderledes, end I gør i dag?
- Hvad skal der til, hvis man som lærer eller skole skal gøre systematiske tilgange til problembehandling til en integreret del af undervisningen i matematik?
- Hvordan vil eleverne modtage en undervisning, der har mere fokus på systematisk problembehandling?

3 BEVIDSTHED OM EGEN LÆRING - EN VEJ TIL BEDRE LÆRING

I forskningen kan der identificeres forskellige typer indsatser, som har til formål at styrke elevernes tiltro til egne matematiske evner ved at tydeliggøre, hvad eleverne kan og ikke kan og dermed gøre dem bevidste om deres egen læring. Generelt viser forskningen, at undervisning, som understøtter elevernes selvevaluering og sikrer løbende feedback på deres præstationer, kan forbedre elevernes tiltro til egne evner inden for matematikken. Det er altså centralt, at man formår at få eleverne til at vurdere, reflektere og evaluere deres egne matematiske færdigheder og kompetencer inden for problembehandling og dermed gøre dem bevidste om egen læring og egne læringsprocesser.

SELVEVALUERING

De forskningsmæssige resultater viser, at man kan understøtte elevernes tiltro til egne matematiske evner ved at gøre elevernes selvevaluering til en fast del af opgaveløsningen i matematikundervisningen.

FORSKNINGEN VISER:

Undervisning, der har fokus på elevernes selvevaluering og løbende feedback på deres præstationer, har en positiv effekt på elevernes tiltro til egne matematiske evner (self-efficacy).

En måde at arbejde med selvevaluering på er ved at lade eleverne formulere forventninger til sig selv. Det kan være i form af læringsmål eller dag-til-dag-forventninger, som de så vurderer sig selv i forhold til. Fokus kan variere i selvevalueringen, men en effektiv form er at lade eleverne opstille læringsmål med fokus på deres egen læringsproces, og på hvordan de selv kan forbedre deres matematiske evner. På den måde bliver eleverne bevidste om deres eget individuelle faglige niveau i matematik og den faglige fremgang, der er sket i matematikundervisningen.

En anden måde er at lade eleverne evaluere sig selv i forbindelse med hjemmeopgaver. Her skal eleverne læse hjemmeopgaverne igennem og vurdere deres egne evner. Det gør de konkret ved at læse opgaverne igennem og vurdere, hvor mange opgaver de forventer at kunne løse korrekt. Når eleverne har udarbejdet deres hjemmeopgaver, og de er blevet rettet, sammenligner eleverne deres forventning med deres faktiske præstation. Det kan hjælpe eleverne til at blive bevidste om, hvordan de klarer sig, hvor de har deres styrker og svagheder, og hvordan de har udviklet sig fagligt. Samtidig giver det eleverne et billede af, hvor god overensstemmelse der er mellem deres vurdering af egne evner og deres faktiske formåen.



Endelig kan man også oprette og aktivt bruge elevportefolier til at gøre eleverne bevidste om deres eget faglige niveau og for at synliggøre deres faglige progression.

SELVEVALUERING SOM EN INTEGRERET DEL AF EN METAKOGNITIV STRATEGI FOR PROBLEMBEHANDLING

Som nævnt kan den systematiske tilgang til problembehandling også omfatte et element (eller trin) af evaluering. Evalueringen kan her både gå på en evaluering af resultatet (giver løsningsvaret mening?), men også på deres egen indsats med at finde frem til løsningen. Det får eleverne til at reflektere over deres løsninger og måder at håndtere problemer på samt at gøre eleverne mere strategisk bevidste i deres problembehandling. Ved at anvende evalueringselementet i en metakognitiv strategi for problembehandling bliver selvevalueringen til en fast og integreret del af matematikundervisningen.

FEEDBACK

En anden måde at styrke elevernes tiltro til egne matematiske evner er at sikre, at eleverne får en løbende, konstruktiv feedback fra læreren og/eller de andre elever på deres præstationer.

For at have en effekt er det vigtigt, at feedback gøres til en integreret del af undervisningen og ikke blot har karakter af umiddelbar feedback på den enkelte opgave.

FORSKNINGEN VISER:

Brug af feedback som en integreret del af undervisningen har en positiv effekt på elevernes tiltro til egne matematiske evner.

Fokus skal være på, at eleverne gennem en formativ evalueringspraksis skal arbejde systematisk med evaluering i undervisningen. Man kan fx bruge et evalueringsskema til at danne grundlag for dialog og feedback mellem lærer og elev og eleverne imellem. Det er en god ide at lade feedbacken følge en fast struktur – eksempelvis ved at sætte eleverne sammen i par. Eleverne får så tid til individuelt at løse deres opgaver, hvorefter de bytter opgaver med deres makker.

Eleverne skal derefter ud fra nogle givne kriterier vurdere hinandens opgaver og give hinanden en mundtlig tilbagemelding. Efter elev-til-elev-feedback er givet, samles eleverne i klassen, hvor læreren fremdrager forskellige løsninger, som eleverne skal vurdere og diskutere i fællesskab. Eleverne modtager også individuel feedback fra læreren. Med en sådan feedback-procedure bliver det tydeligt for eleverne, hvordan de klarer sig og udvikler sig fagligt, ligesom de får mulighed for at se deres klassekammeraters løsning af matematikopgaverne. En lignende indsats er beskrevet i boksen nedenfor:

CASE

Eksempel på virkningsfuld indsats

Den formative evalueringspraksis sigter mod at gøre eleverne mere bevidste om deres egen læringsproces med henblik på at forbedre deres kompetencer i matematik og deres tiltro til egne matematiske evner.

Den formative evalueringspraksis består derfor af følgende fem dimensioner:

1. Eksplicitering af mål og kriterier ved systematisk anvendelse af et evalueringsskema (scoring rubric).
2. Synliggørelse af elevernes læring gennem anvendelse af problembehandlingsopgaver og gruppearbejde, hvor eleverne skal ekspliciterer deres tankegang skriftligt i deres svar og mundtligt over for hinanden.
3. Tilbagemelding til eleverne fra lærerne i form af nuanceret information om deres præstation samt forslag til, hvordan den enkelte elev kan nå næste læringsmål.
4. Aktivering af eleverne som en ressource gennem aktiviteter med elev-til-elev-evaluering (peer-assessment) og elev-til-elev-feedback (peer-feedback).
5. Indførelse af en undervisningsform, hvor gensidig kommunikation om evaluering har en fast struktur.

Evalueringsskemaet fra punkt 1 anvendes som udgangspunkt for både tilbagemeldingen til eleverne, for elev-til-elev-evalueringen og for den gensidige kommunikation mellem lærer og elev samt eleverne imellem. Studiet viser, at den formative evalueringspraksis har en positiv effekt på elevernes problembehandlingsfærdigheder og tiltro til egne matematiske evner.

Læs mere: Balan (2012): *Assessment for learning: A case study in mathematics education.*



Nogle it-baserede programmer indeholder også mulighed for at give den enkelte elev en umiddelbar og individuel feedback på sine præstationer. Den eksisterende forskning er imidlertid ikke entydig på effekten af brugen af it-programmer i matematikundervisningen. Det er dog værd at bemærke, at anvendelsen af it-værktøjer, som stiller eleverne opgaver og kommer med en umiddelbar respons på deres svar, tilsyneladende har forskellig effekt på piger og drenge.

FORSKNINGEN VISER:

Brugen af elektroniske opgaveløsninger med umiddelbar feedback til eleverne synes at virke forskelligt på piger og drenge – positivt på drenge og negativt på piger.

Forskningsresultaterne indikerer, at brugen af elektroniske opgaveprogrammer har en positiv effekt på drengenes tiltro til egne matematiske evner, mens de har en delvis negativ effekt på pigernes tiltro til egne matematiske evner.

REFLEKSIONSPØRGSMÅL:

- Hvordan arbejder I med at udvikle elevernes bevidsthed om egen læring?
- Hvordan kan selvevaluering indgå som en del af den daglige matematikundervisning?
- Hvordan kan I give feedback, så det understøtter elevernes selvevaluering?
- Hvordan kan feedback og evaluering gøres til en integreret del af undervisningen?
- Hvordan vil eleverne reagere på øget selvevaluering og feedback?

4 MODELLERING OG BRUG AF KONKRETE MATERIALER - EFFEKT Gennem VISUALISERING OG HANDS-ON-PROJEKTER

Matematisk modellering dækker over at fremme elevernes evner til selv at finde, udvikle og visualisere modeller på konkrete, virkelige problemer med et matematisk indhold. Arbejdet med modellering omfatter, at eleverne enten individuelt eller i grupper selv skal udtænke, konkretisere, visualisere og præsentere en model for løsning af problemet. Eleverne skal på egen hånd anvende deres matematiske kompetencer og udtænke mulige løsningsstrategier og arbejde med præsentationen af dem gennem modellering af løsningen.

FORSKNINGEN VISER:

Modellering synes i vid udstrækning at have en positiv effekt på elevers faglige præstationer og progression i læringen.

Det er en væsentlig pointe, at problemstillingerne skal handle om konkrete udfordringer hentet fra elevernes virkelighed. De skal være meningsfulde og genkendelige. Det gør det nemmere at relatere sig til problem-



stillingen og letter arbejdet med at modellere løsningsforslagene. Et andet væsentligt element i arbejdet med modellering er at lade eleverne præsentere de løsningsmodeller, de har udviklet for resten af klassen i form af visuelle modeller eller andre præsentationsformer. Her skal de så argumentere for den valgte løsningsmodel og kan også sammenligne med andre løsningsmodeller og dermed skabe en bevidsthed om de mange forskellige måder, de kan tilgå og løse problemstillingerne på.



CASE

Eksempel på virkningsfuld indsats

I et forskningsstudie fra Holland finder man et eksempel på en indsats i et undervisningsforløb, hvor eleverne selv skal konstruere modeller til at løse matematiske problemstillinger. Den matematiske problemstilling omhandler en biograf, hvor det er muligt for publikum under filmen at bestille friskbrygget kaffe ved at trykke på en knap. Eleverne skal vurdere, om der er nok kaffe i kaffemaskinen til publikum. Eleverne får en plan over biografens sal, hvor der er sorte og hvide felter samt et billede af en kaffemaskine, som er $\frac{3}{4}$ fyldt op. Eleverne skal både tage stilling til, hvad de sorte og hvide felter betyder, og hvor mange kopper kaffe der kan være i kaffemaskinen.

De fleste af eleverne beslutter, at de sorte felter betyder den del af publikum, som gerne vil have kaffe, og at hele kaffemaskinen indeholder kaffe til en fyldt biograf (80 kopper kaffe). I det illustrerede eksempel er der 61 publikummer, som vil have kaffe, og når kaffemaskinen er $\frac{3}{4}$ fyldt, er der i alt 60 kopper kaffe. I eksemplet skal eleverne for at løse problemstillingen forstå og anvende forholdet mellem brøker og procentregning. Eleverne opstiller enkeltvis en illustration og en model for udregningen af, om der er nok kaffe i kaffe-maskinen.

Derefter skal eleverne først i mindre grupper og dernæst i hele klassen diskutere de udviklede modeller og den tilgang, de har valgt med henblik på at forstå, at der er forskellige måder at gå til en opgave på. Eleverne diskuterer også, hvor meget modellerne adskiller sig fra hinanden. Ofte er der forskel på, om eleverne har udviklet modeller, som er meget detaljerede (hvor alle procentenhederne er illustreret) og dermed i mindre grad kan anvendes på andre områder, eller om modellerne er mere generelle modeller (hvor hver fjerdedel er markeret), der også kan anvendes på andre matematiske problemstillinger. Klassediskussionen skal også hjælpe eleverne med at se fordele i at udvikle en model, som hverken er for generel eller for specifik.

Læs mere: Dijk, I. M. A. W. van; B. van Oers, J. Terwel & P. van den Eeden (2003): *Strategic Learning in Primary Mathematics Education: Effects of an Experimental Program in Modelling*.

Når man arbejder med modellering, bliver visualisering en vigtig del af problemløsningsprocessen. Visualiseringen kan gøres meget konkret ved at lade eleverne bygge en fysisk model af deres løsningsforslag. På den måde bliver de faktiske regneopgaver forankret i en virkelig situation, hvor eleverne gennem hands-on-projekter anvender deres matematiske færdigheder. Eleverne visualiserer og konkretiserer deres matematiske udregninger gennem en fysisk model.

Anvendelse af konkrete materialer i undervisningen hjælper med at illustrere matematikken for eleverne og giver dem en praksisorienteret oplevelse af matematik-

ken. Brugen af konkrete materialer, såsom termometre, digitale kameraer og forskellige test-kits, har en positiv effekt på elevernes matematiske færdigheder, hvis de bruges aktivt som en integreret og vedvarende del af undervisningen.

De forskningsmæssige resultater peger på, at anvendelsen af konkrete materialer i matematikundervisningen og det at bruge dem i praksis er med til at udfordre elevernes teoretiske forståelse af matematikken. Samtidig trænes eleverne i at overføre viden mellem mere abstrakte matematiske modeller og den konkrete virkelighed, de møder i dagligdagen.

FORSKNINGEN VISER:

Integreret anvendelse af konkrete materialer i matematikundervisningen har en positiv effekt på elevernes matematiske færdigheder.



CASE

Eksempel på virkningsfuld indsats

Indsatsen er forankret i et undervisningsforløb, hvor eleverne skal løse matematiske problemstillinger, som de genkender fra virkelighedsnære kontekster. Eleverne starter med at se en video, hvor tre elever bygger deres egen skateboardrampe.

Eleverne i forsøget skal herefter udregne mængden af træ, der skal bruges til at bygge rampen, og træmængdens pris. Eleverne i videoen har en mængde penge og træ til rådighed fra start, og eleverne i forsøget skal derfor udregne, hvor meget træ og hvor mange penge de mangler for at kunne bygge en skateboardrampe.

Eleverne i forsøget får stillet træmoduler og en lille model af rampen til rådighed i deres opgaveløsning. Opgaveløsningen er på den måde forankret i en virkelig situation, hvor eleverne anvender deres matematiske færdigheder gennem et hands-on-projekt. På den måde lærer eleverne at anvende deres matematiske færdigheder i virkelige situationer i stedet for blot at anvende dem til at løse abstrakte og konstruerede matematiske opgaver.

Læs mere: Bottge, Brian A.; Mary Heinrichs, Zara Dee Mehta, Enrique Rueda, Ya-Hui Hung & Jeanne Danneker (2004) Teaching Mathematical Problem Solving to Middle School Students in Math, Technology Education, and Special Education Classrooms

Det er imidlertid væsentligt at brugen af konkrete materialer er en integreret del af undervisningen i matematik. Det vil sige, at de konkrete materialer skal have en central og gennemgående funktion i undervisningen for at have den ønskede effekt.

Forskningen viser nemlig, at effekten er mere varieret og usikker, når de håndgribelige materialer kun anvendes i konkrete, afgrænsede matematikforløb.

REFLEKSIONSPØRGSMÅL:

- Hvordan kan modellering eller visualisering indgå i matematikundervisningen på jeres skole?
- Hvad skal der til for at gøre modellering til et bærende element i undervisningen?
- Hvordan anvender I konkrete materialer i undervisningen i dag?
- Indgår de konkrete materialer som en integreret del af undervisningen?
- Hvordan oplever eleverne undervisning, som inddrager konkrete materialer?
- Hvordan kan I følge op på, om brugen af praktiske materialer og redskaber har den ønskede læringsmæssige effekt?

5 OM FORSKNINGSKORTLÆGNINGEN - INSPIRATION OG HENVISNINGER

DET FORSKNINGSMÆSSIGE GRUNDLAG

Forskningskortlægningerne, som danner udgangspunktet for denne publikation, er gennemført af Rambøll Management Consulting, Dansk Clearinghouse for Uddannelsesforskning (DCU) ved Aarhus Universitet samt VIA University College, Professionshøjskolen UCC og Professionshøjskolen Metropol.

Kortlægningerne omfatter både dansk, nordisk og international forskning fra skolesystemer, der er sammenlignelige med det danske. For hvert af de seks

temaer er der screenet mellem 7.000-10.000 forskningsstudier fra de seneste ti år.

Kortlægningerne er således indholdsmæssigt begrænset til de seks temaer. Herudover er udvalget af forskning begrænset ved udelukkende at fokusere på studier, som har en direkte kobling mellem indsats og effekt, som er af høj forskningsmæssig kvalitet, og som samtidig er relevante i en dansk skolekontekst. Konkret omfatter hver forskningskortlægning mellem 34 og 66 studier.

På uvm.dk/ressourcecenter kan du læse mere om forskningskortlægningerne.

Her kan du bl.a. finde:

- De enkelte synteser for kortlægningerne på de seks områder
- Den anvendte metode
- Abstracts for de omfattede studier.

OM BEGREBET MATHEMATICAL LITERACY

Betegnelsen mathematical literacy dækker over evnen til at kunne formulere, udføre og fortolke matematik i en mangfoldighed af sammenhænge. Der er med andre ord tale om en forståelse af matematik, som rækker ud over de mere simple matematikfærdigheder i fx regning og geometri.

Samtidig handler mathematical literacy også om at kunne og ville anvende de erhvervede matematiske færdigheder og kundskaber.

