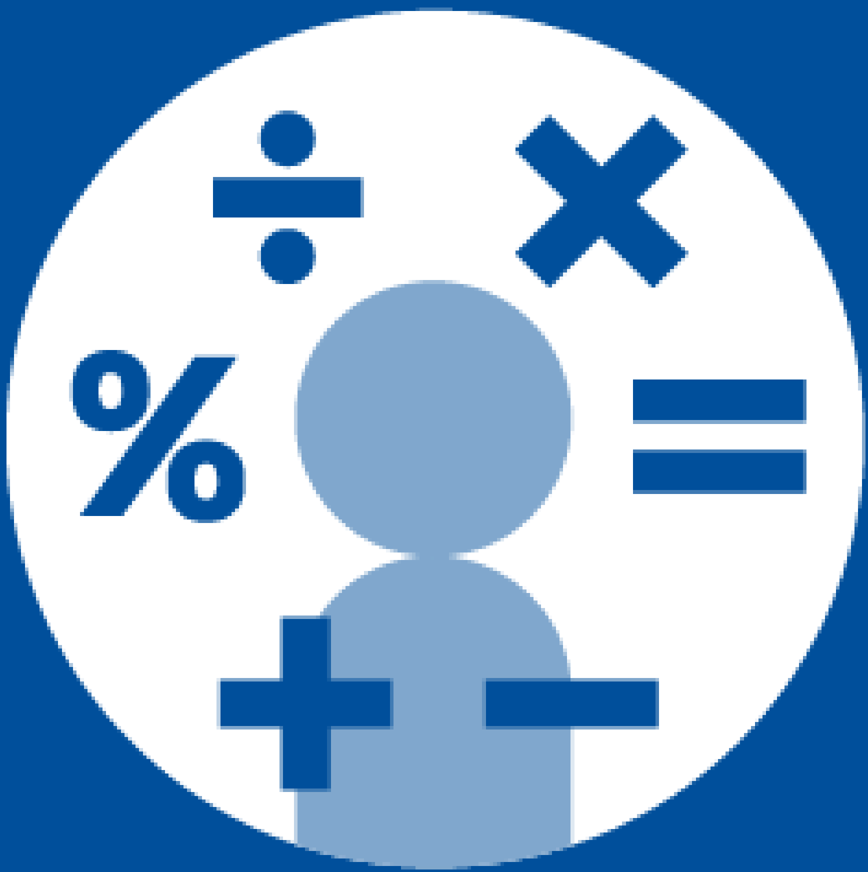
PISA 2022 Matematik

Delrapport



Lóa Björk Jóelsdóttir og Kaj Østergaard

PISA 2022 Matematik – Delrapport

© VIVE og forfatterne, 2023

Version 1.1 – rettelser til Tabel 4.6
e-ISBN: 978-87-7582-274-4
Forsidegrafik: Hanne Bang Christensen/VIVE
Projekt: 301336
Finansiering: Børne- og Undervisningsministeriet

VIVE
Det Nationale Forsknings- og Analysecenter for Velfærd
Herluf Trolles Gade 11
1052 København K
www.vive.dk

VIVEs publikationer kan frit citeres med tydelig kildeangivelse.

Forord

OECD-programmet PISA (Programme for International Student Assessment) er et projekt, der har til formål at undersøge, hvor godt 15-årige elever er forberedt på at møde udfordringerne i dagens videns- og informationssamfund.

PISA 2022 gennemføres i Danmark af et konsortium bestående af VIVE – Det Nationale Forsknings- og Analysecenter for Velfærd (VIVE) og Danmarks Statistik (DST). Fageksperter fra VIA University College, UCL Erhvervsakademi og Professionshøjskole samt Københavns Professionshøjskole er tilknyttet undersøgelsen. Konsortiet har nedsat en bestyrelse bestående af seniorforsker Vibeke Tornhøj Christensen, National Project Manager for PISA (VIVE), seniorforsker Louise Beuchert (VIVE), specialkonsulent Monika Klingsbjerg-Besrechel, datamanager for PISA (DST), forskningschef Andreas Rasch-Christensen (VIA), forskningschef Thomas Illum Hansen (UCL) og forskningschef Erik Caparros Højbjerg (KP).

Børne- og Undervisningsministeriet finansierer PISA-undersøgelsens gennemførelse, og en repræsentant fra Styrelsen for Undervisning og Kvalitet er medlem af PISA Governing Board (PGB), hvor deltagerlandene fastlægger de overordnede rammer for undersøgelsen sammen med OECD. Styrelsen for Undervisning og Kvalitet deltager desuden i konsortiebestyrelsesmøderne og bidrager til kvalitetssikringen af undersøgelsen i Danmark.

Undersøgelsens design og gennemførelse forestås af et internationalt PISA-konsortium bestående af internationale kontraktholdere udvalgt af OECD. Det internationale PISA-konsortium har trukket på internationale ekspertgrupper og faglige referencegrupper.

Ud over forskerne har personale og ikke mindst 7.800 elever ved 347 uddannelsesinstitutioner, repræsentativt udvalgt i Danmark, medvirket aktivt i undersøgelsen, der ikke havde været mulig uden dem. De takkes for deres bidrag.

Hans Hummelgaard
Forsknings- og analysechef for VIVE Effektmåling

Indholdsfortegnelse

1 Matematik i PISA 2022

For tredje gang siden den første PISA-undersøgelse i 2000 er matematik hoveddomæne, de første to gange var i 2003 og i 2012. Det betyder, at det teoretiske rammeværk for, hvad der testes, såkaldt *mathematical literacy*, og hvordan det måles i PISA, er blevet opdateret af en international ekspertgruppe, så det afspejler brugen af matematik i omverdenen og undervisningen i matematik i 2022. Det betyder også, at der er udviklet en række nye opgaver til testen, og at en større andel af de elever, der testes i PISA, testes i matematik. Endelig betyder det, at eleverne, ud over testspørgsmålene, bliver spurgt om deres holdning til matematik og den matematikundervisning, de har modtaget, deres følelser i forhold til matematik, som fx bekymring, nervøsitet og angst, og deres selvsikkerhed og indsats i matematik. Resultaterne af denne del af PISA-undersøgelsen udgives i en særskilt rapport i 2024.

Dette kapitel er opdelt i tre afsnit. I afsnit 1.1 præsenteres det teoretiske rammeværk, som definerer mathematical literacy, og der præsenteres en model, hvor mathematical literacy sættes ind i en omverdenskontekst. Til slut analyseres, hvordan mathematical literacy udmøntes i testopgaverne. I afsnit 1.2 sammenlignes PISAs rammeværk med den danske forståelse af matematik og matematikundervisning, som den kommer til udtryk i specielt faghæftet for folkeskolens undervisning i matematik (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019). I afsnit 1.3 beskrives de 9 kompetenceniveauer, som eleverne inddeles i.

1.1 Den internationale definition af domænet og den teoretiske ramme i PISA

Ambitionen med PISA er at måle 15-åriges matematikkompetencer ud fra en forståelse af, hvad der er nødvendigt og ønskeligt at vide og kunne i situationer, der involverer matematik, for at kunne deltage aktivt i samfunds-, fritids-, uddannelses- og arbejdsliv i det 21. århundredes samfund. Samtidig med samfundets hastige udvikling ændrer kravene til borgernes kompetencer inden for matematik sig. Det er derfor nødvendigt med en tilsvarende videreudvikling af både PISAs rammeværk, der beskriver, hvad der testes, og testspørgsmålene i PISA. Historisk set er udviklingen gået fra, at eleverne især skulle kunne udføre aritmetiske operationer og beregne areal og rumfang af geometriske former, til at de skal tilegne sig dømmekraft i situationer, der indeholder matematik, som gør dem i stand til at tage velbegrundede valg for dem selv og det samfund, de lever i. De ændrede krav gælder både på det personlige plan, fx i forhold til den fortsatte digitalisering og fordringen om den enkelte borgers stillingtagen til fx uddannelses- og karrierevalg, sundhed og investering, og på det globale plan, hvor fx klimaændringer, befolkningstilvækst og pandemier stiller nye krav til borgernes matematiske kompetencer for at kunne deltage aktivt, engageret og reflekteret i samfundslivet og bidrage til samfundets fortsatte udvikling.

Tidligere var det mest udbredte argument for, at elever skulle lære matematik, at det var et nødvendigt eller i det mindste nyttigt redskab i mange praktiske situationer. Den teknologiske udvikling betyder imidlertid, at mange af de simple matematiske aktiviteter er blevet automatiserede. For et ungt menneske er det således i højere grad blevet nødvendigt at kunne *anvende* matematik, herunder at kunne overveje, argumentere og løse meningsfyldte problemstillinger i forskelligartede aspekter af deres liv for at kunne agere hensigtsmæssigt i situationer, der involverer matematik.

1.1.1 Mathematical literacy

På den baggrund defineres mathematical literacy, som er det, der testes i PISA 2022:

> *Mathematical literacy er en individuel kompetence til at formulere, udføre og fortolke matematik til at løse problemstillinger i forskelligartede omverdenssituationer. Det involverer begreber, procedurer, facts og redskaber til at beskrive, forklare og forudse fænomener. Det giver mennesker viden om matematiks rolle i omverdenen og hjælper til at foretage velovervejede vurderinger og beslutninger, som er nødvendige for konstruktive, engagerede og reflekterede borgere i det 21. århundrede.*
> (OECD, 2023, s. 22, forfatternes oversættelse)

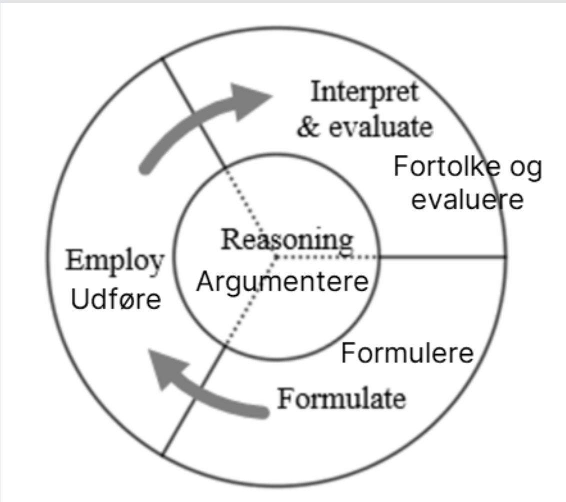
Mathematical literacy er altså både at kunne argumentere matematisk og at kunne anvende matematik til at løse problemstillinger fra omverdenen i forskelligartede kontekster. Begge dele involverer brugen af ”sædvanligt” matematisk indhold som begreber, procedurer, facts og redskaber. Formålet er at kende til matematiks rolle i omverdenen og at kunne foretage reflekterede valg i situationer, der involverer matematik i et moderne samfund.

Det er vigtigt at bemærke, at mathematical literacy ikke er en kompetence, som en person enten har eller ikke har, men noget, personen har i større eller mindre grad – og altid med mulighed for at tilegne sig yderligere.

1.1.2 Matematisk argumentation og problemløsnings- og modelleringsprocessen

I rammeværket for PISA 2022 præsenteres mathematical literacy i nedenstående model (Figur 1.1).

Figur 1.1 Sammenhængen mellem matematisk argumentation og problemløsnings- og modelleringscyklussen



Kilde: OECD (2023), s. 23, forfatternes oversættelse.

Modellen i Figur 1.1 viser sammenhængen mellem matematisk argumentation (i den inderste cirkel) og problemløsnings- og modelleringsprocessen (i den yderste cirkel) i definitionen af mathematical literacy. Ud over at være en selvstændig kompetence i mathematical literacy indgår matematisk argumentation også som en del af problemløsnings- og modelleringsprocessen, idet de tre delprocesser, *formulere*, *udføre* samt *fortolke og evaluere*, hver især involverer matematisk argumentation. Matematisk argumentation er således en kernekompetence i mathematical literacy. Elevernes engagement i problemløsning og modellering kommer til udtryk i de tre delprocesser:

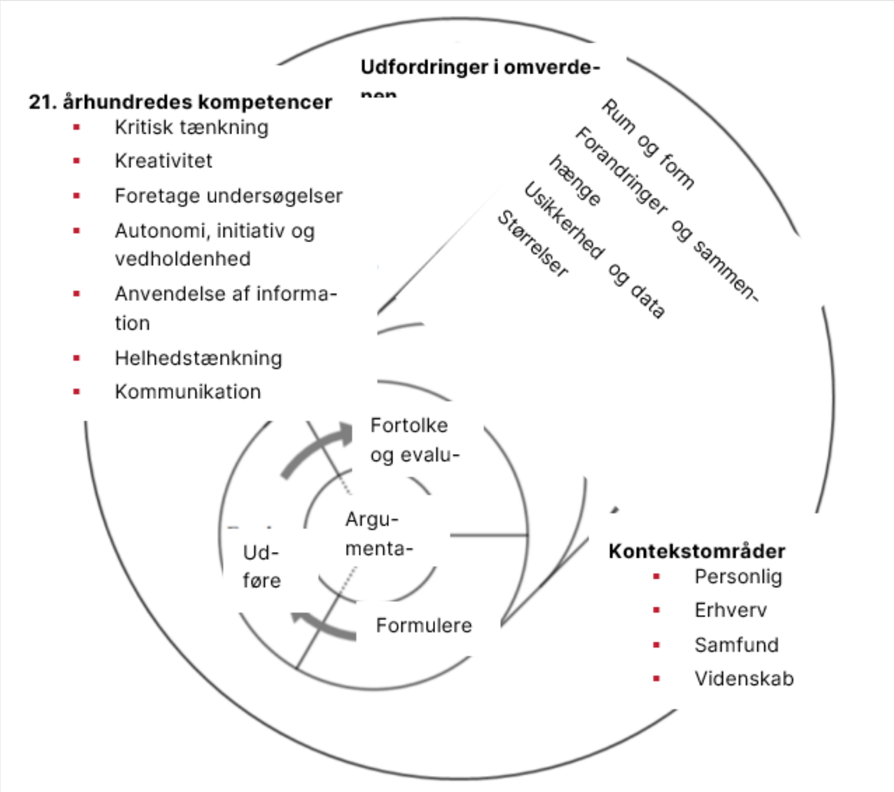
1. At *formulere* er at kunne bruge sin matematiske viden til at identificere muligheder for at løse problemstillinger fra omverdenen med brug af matematik, at kunne oversætte disse omverdenssituationer til en veldefineret matematisk struktur og vælge en relevant repræsentationsform samt at kunne afgrænse problemstillingen og evt. identificere relevante variable. At kunne identificere og formulere muligheder for at bruge matematik til at oversætte en kompleks omverdenssituation til en matematisk problemstilling involverer brugen af matematisk argumentation.
2. At *udføre* er at løse den matematiske problemstilling ved hjælp af matematiske begreber, algoritmer og procedurer. Det kan fx være, at eleven udfører beregninger, manipulerer med algebraiske udtryk og andre matematiske modeller eller analyserer diagrammer og grafer. Både valg og anvendelsen af matematiske begreber, algoritmer og procedurer involverer matematisk argumentation.
3. At *fortolke og evaluere* er at sammenholde resultatet af den matematiske løsning med problemstillingen fra omverdenen. Også denne proces involverer matematisk argumentation, når eleven skal afgøre, om løsningen er plausibel, og hvad der skal fremhæves ved forklaringen af løsningen.

Problemløsning og matematisk modellering er kernekompetencer i PISA 2022, som de også har været det ved alle de tidligere undersøgelser. Det er imidlertid oftest hverken hensigtsmæssigt eller nødvendigt, at eleverne behandler alle tre delprocesser i en enkelt testopgave. Oftest vil en eller flere af processerne være udført på forhånd, og eleverne testes så i den eller de øvrige processer, sådan at eleverne samlet set i hele testen testes bredt i alle tre delprocesser.

1.1.3 Mathematical literacy i elevernes omverden

Elevernes mathematical literacy kommer til udtryk i arbejdet med problemstillinger i forskellige kontekster. Langt den overvejende del af testopgaverne i PISA behandler situationer, hvor eleverne udfører (dele af) en modelleringsproces, men der er også testopgaver i "rene" matematiksituationer, hvor eleverne udfører (dele af) en problemløsningsproces. Det er illustreret i modellen i Figur 1.2, hvor modellen for mathematical literacy er sat ind i en ydre cirkel, der illustrerer udfordringer i omverdenen. I denne model er fire matematiske *indholdsområder* (se afsnit 1.1.6): størrelser, usikkerhed og data, forandringer og sammenhænge samt rum og form, kædet sammen med mathematical literacy, fordi eleverne anvender disse i modelleringen/problemløsningen og den matematiske argumentation.

Figur 1.2 Sammenhængen mellem matematisk argumentation, problemløsning- og modelleringscyklussen, matematiske indholdsområder, kontekstområder og udvalgte 21. århundredes kompetencer



Kilde: OECD (2023) s. 24, forfatternes oversættelse.

Opgaverne i PISA 2022 er formuleret inden for fire *kontekstområder*: personlig, erhverv, samfund og videnskab. Tilsammen udgør disse fire kontekstområder elevernes omverden. Testopgaver, som behandler "ren" matematik (se fx eksemplet Trekantet motiv, afsnit 2.1.2), er placeret i kontekstområdet videnskab.

Som noget nyt er udvalgte 21. århundredes kompetencer skrevet ind i rammeværket, idet de både støttes af og udvikles gennem mathematical literacy. Der er dog ikke udviklet testspørgsmål specifikt til hver enkelt 21. århundredes kompetence, på samme måde som det er tilfældet med de fire kontekstområder. I stedet er de skrevet ind i rammeværket og definitionen af mathematical literacy, så "ånden" bliver inkorporeret i testopgaverne.

1.1.4 Computational thinking

Den teknologiske udvikling og øgede brug af digitale værktøjer både i elevernes omverden og i forbindelse med problemløsning i matematik har medført, at elevernes evne til at udføre *computational thinking* for første gang er blevet skrevet ind i rammeværket for PISA 2022 som en del af mathematical literacy.

Digitale værktøjer, som fx regneark, dynamiske geometriprogrammer, CAS-værktøjer og programmeringsværktøjer (fx Scratch og Logo), er blevet en central del af matematikundervisningen. Det har betydet, at computational thinking har fået en stigende indflydelse på den måde, eleverne arbejder med matematik og lærer matematik. En række af de praksisser, som indgår i computational thinking, fx abstraktion, algoritmisk tænkning, automatisering, dekomposition og generalisering, er samtidig centrale i forhold til matematisk argumentation og problemløsnings- og modelleringsprocessen i matematik. Kombinationen af matematisk tænkning og computational thinking er således ikke alene befordrende i forhold til elevernes læring af matematik, men er samtidig med til at udvikle deres evne til computational thinking og give dem et mere aktuelt indtryk af, hvordan matematik bliver anvendt både i professionelle sammenhænge og i deres omverden.

Computational thinking bliver også inddraget i baggrundsundersøgelsen (se kapitel 5), hvor eleverne bl.a. bliver spurgt til, hvor ofte de har designet eller arbejdet med computersimuleringer og modeller, kodet og programmeret (både i og uden for matematikundervisningen) samt brugt forskellige digitale værktøjer i matematik.

1.1.5 Testning af mathematical literacy

Definitionen af mathematical literacy kan analyseres ud fra tre forskellige, men sammenhængende perspektiver i forhold til testning, som det også fremgår af Figur 1.2:

- Matematisk argumentation og modellering/problemløsning, herunder processen, hvor eleven vælger og bruger matematik til at løse problemstillingen i den givne kontekst
- Det matematiske indhold, der testes i
- De kontekster, der er valgt i testopgaverne, set i forhold til de valgte 21. århundredes kompetencer.

De tre perspektiver vil blive behandlet i de næste tre afsnit.

Matematisk argumentation og modellering/problemløsningsprocessen

Som tidligere nævnt består mathematical literacy af to elementer, matematisk argumentation og modellering/problemløsning.

Matematisk argumentation

To aspekter af matematisk argumentation er specielt væsentlige i det moderne samfund og derfor centrale i PISA. For det første giver matematisk argumentation eleverne mulighed for at lære at argumentere deduktivt og logisk ud fra veldefinerede begreber og objekter, sprog og repræsentationer, hvorved man opnår indiskutable, sande påstande. Denne type redelig og overbevisende argumentation er en væsentlig kompetence i det moderne samfund, som også kan anvendes uden for matematikken. For det andet skal eleverne lære at argumentere induktivt ud fra statistik og sandsynligheder. Det moderne samfund er bl.a. karakteriseret ved en meget stor kompleksitet og enorme mængder data. Eleverne skal stifte bekendtskab med karakteren af denne type data og lære at tage informerede beslutninger på baggrund af data, hvor især variation og usikkerhed er nøglebegreber. Herigennem skal de lære at skelne mellem det mulige og det sandsynlige for at hindre, at de falder for fx konspirationsteorier og fake news.

Grundskolematematik indeholder en række nøgleforståelser, hvor eleverne kan arbejde med og udvikle deres kompetence i matematisk argumentation. Disse nøgleforståelser er:

- Forståelse af størrelser, talmængder og deres algebraiske egenskaber
- Forståelse for værdien af abstraktioner og symbolske repræsentationer
- Forståelse af matematiske strukturer og deres regelbundethed
- Forståelse af funktionssammenhænge mellem størrelser
- Forståelse af matematisk modellering til at beskrive og analysere omverdenen
- Forståelse af, at variation er det centrale i statistik.

  (OECD, 2023, s. 28, forfatternes oversættelse).

De seks nøgleforståelser er matematiske strukturer, der er med til at understøtte elevernes matematiske argumentation i omverdenssituationer. I rammeværket for PISA 2022 uddybes indholdet af de seks forståelser på side 28-31 (OECD, 2023).

Modellering/problemløsning

I definitionen af mathematical literacy er modellering/problemløsning beskrevet med tre processer, som tilsammen udgør en struktur for modellerings-/problemløsningsprocessen. Ud over matematisk argumentation er det disse tre processer, der testes i PISA 2022:

- Formulere problemstillinger i et matematisk sprog/repræsentation
- Anvende matematiske begreber, sammenhænge, procedurer og argumentation
- Fortolke, anvende og evaluere matematiske resultater.

Formulering af problemstillinger i et matematisk sprog/repræsentation indeholder bl.a. følgende aktiviteter:

- Vælge en egnet matematisk model fra en liste
- Identificere, hvordan omverdensproblemet kan anskues fra en matematisk synsvinkel, og vælge de væsentlige variable
- Genkende matematiske strukturer i problemstillinger eller situationer
- Forenkle en situation eller en problemstilling med henblik på at gøre det tilgængelig for matematisk behandling/analyse, fx ved at opdele i mindre dele
- Identificere modsætninger og antagelser ved matematisk modellering og simplificeringer ved indsamling af data fra omverdenen
- Repræsentere en problemstilling matematisk med brug af relevante variable, symboler, diagrammer og standardmodeller
- Repræsentere en problemstilling på forskellige måder, herunder sikre overensstemmelse med matematiske begreber og formulere relevante forudsætninger
- Forstå og forklare relationen mellem det sprog, der bruges i omverdenssammenhængen, og det formelle symbolsprog, der anvendes inden for matematik
- Oversætte en problemstilling til matematisk sprog eller repræsentation
- Genkende egenskaber ved en problemstilling, der svarer til en allerede kendt problemstilling eller et matematisk begreb, sammenhæng eller procedure

- Vælge og anvende det mest effektive blandt en række af redskaber til at beskrive en matematisk sammenhæng, som kan bruges til at behandle omverdensproblemet
- Formulere en ordnet serie af step-by-step instruktioner til at løse problemstillingen.

(OECD, 2023, s. 32-33, forfatternes oversættelse).

At anvende matematiske begreber, sammenhænge, procedurer og argumentation indeholder bl.a. følgende aktiviteter:

- Gennemføre en simpel beregning
- Drage en simpel konklusion
- Vælge en relevant strategi fra en liste
- Udtænke og gennemføre strategier til at finde matematiske løsninger
- Anvende matematiske redskaber, herunder digitale, til at finde eksakte eller tilnærmede løsninger
- Anvende matematiske sammenhænge, regler, algoritmer og strukturer til at finde løsninger
- Håndtere tal, grafisk og statistisk data og information, algebraiske udtryk og ligninger og geometriske repræsentationer
- Fremstille matematiske diagrammer, grafer, simuleringer og konstruktioner og udlede matematiske informationer af dem
- Anvende og veksle mellem forskellige repræsentationer i løsningsprocessen
- Foretage generaliseringer og formulere hypoteser på baggrund af resultater fra anvendelsen af matematiske procedurer til at finde løsninger
- Reflektere over matematiske argumenter og forklaringer og begrunde matematiske resultater
- Evaluere betydningen af observerede (eller foreslåede) mønstre og regelmæssigheder i data.

(OECD, 2023, s. 33, forfatternes oversættelse).

At fortolke, anvende og evaluere matematiske resultater indeholder bl.a. følgende aktiviteter:

- Forklare information, som er præsenteret i grafer og/eller diagrammer
- Vurdere matematiske resultater i forhold til omverdenssituationen
- Udlægge et matematisk resultat i omverdenssituationen
- Vurdere rimeligheden af et matematisk resultat i omverdenssituationen
- Sætte sig ind i, hvordan omverdenen påvirker resultatet og beregningen af en matematisk procedure eller model for at vurdere, hvordan resultatet skal justeres eller anvendes
- Forklare hvorfor et matematisk resultat eller konklusion giver mening eller ikke giver mening i omverdenssituationen
- Sætte sig ind i rækkevidden og begrænsningerne af matematiske begreber og matematiske resultater
- Identificere og bedømme en benyttet matematisk models begrænsninger
- Anvende matematisk tænkning og beregningsmæssig tænkning (computational thinking) til at formulere forudsigelser/prognoser, levere begrundelser for argumenter samt teste og sammenligne løsninger.

(OECD, 2023, s. 34, forfatternes oversættelse).

1.1.6 Det matematiske indhold

Det matematikfaglige indhold, eleverne skal bruge til at løse problemstillinger fra omverdenen, kan inddeles i indholdsområder på forskellige måder. Traditionelt inddeler mange lande, herunder Danmark, i tal, algebra, funktioner, geometri, måling, statistik og sandsynlighed. I PISA er det matematikfaglige indhold i stedet inddelt i fire indholdsområder:

- Forandringer og sammenhænge
- Rum og form
- Størrelser
- Usikkerhed og data.

Selvom det matematiske indhold er inddelt i indholdsområder på en anden måde end de fleste landes læseplaner, er det samlet set det samme matematiske stof.

De fire matematiske indholdsområder udgør tilsammen det matematiske indhold. Alle test-items er kategoriserede i et af de fire indholdsområder, men i mange tilfælde indeholder items stof fra flere indholdsområder. Den score, en elev kan opnå, er fordelt ligeligt mellem de fire indholdsområder. I hvert af de fire indholdsområder er items ligeligt fordelt i hele intervallet af sværhedsgrader.

Samfundets fortsatte udvikling giver hele tiden anledning til, at nye temaer bliver relevante i forhold til mathematical literacy. For hvert af de fire matematiske indholdsområder er der identificeret et tema, som det er nødvendigt at have speciel opmærksomhed på:

- Vækst (forandringer og sammenhænge)
- Geometrisk approksimation (rum og form)
- Computersimulering (størrelser)
- Betinget beslutning (usikkerhed og data).

De fire temaer er ikke nye i forhold til indholdsområderne, men temaer, som bliver stadig mere aktuelle, ikke blot i det almindelige voksenliv, men også i nye områder af samfundsøkonomien som fx high-tech industrien.

I testene prøves de fire temaer inden for områder, som er genkendelige for 15-årige. I det følgende beskrives de fire områder med specielt fokus på de fire temaer.

Forandringer og sammenhænge

Forandringer og sammenhænge omfatter fx organismers vækst, mønstre i vejrets udvikling og økonomiske forhold. De behandles ofte med de matematiske områder: funktioner, ligninger, uligheder, formler og algebraiske udtryk, men det kan også være med statistiske redskaber som tabeller, deskriptorer og diagrammer.

Identifikation og forståelse af vækstfænomener er helt centralt, herunder specielt, at mange fænomener ikke udvikler sig lineært. Eksempler på dette er udviklingen af pandemier, bakterieudbrud og klimaændringer. Det forventes imidlertid ikke, at eleverne har beskæftiget sig med eksponentielle funktioner, men at de er opmærksomme på, at ikke alle sammenhænge er lineære, at ikke-lineære sammenhænge resulterer i væsentligt anderledes forståelse af konkrete situationer, og at de har en intuitiv forståelse af, at eksponentielle vækstsituationer udvikler sig ekstremt hurtigt.

Rum og form

Rum og form indeholder en lang række af de fænomener, vi møder i vores visuelle og fysiske verden, såsom mønstre, objekters egenskaber, repræsentationer af objekter, afkodning og kodning af visuel information. Geometri og måling er de væsentligste, men ikke de eneste, matematiske områder til at behandle rum og form. For eksempel indgår også funktioner til at beskrive, hvordan et punkt bevæger sig langs et geometrisk sted.

Verden er fyldt af irregulære former og figurer, som ikke tilhører de simple kategorier, der normalt indgår i grundskolens geometriundervisning, og som man derfor heller ikke kan beregne fx areal og rumfang af med de formler, der traditionelt anvendes. Et eksempel på dette kan være at beregne, hvor meget gulvtæppe man skal bruge til en bygning, hvor rummene har spidse vinkler og kurvede vægge. Det kræver, at man bruger 'geometrisk approksimation', det vil sige, at de konkrete geometriske figurer erstattes af kendte figurer, som har tilnærmelsesvis samme form og størrelse. Geometrisk approksimation er et centralt element i rum og form, som forudsætter, at eleverne kan anvende deres forståelse af den traditionelle geometri i en række forskellige, typiske omverdenssituationer.

Størrelser

Forståelsen af størrelser er nok det væsentligste matematiske område til at forstå vores omverden. Det omfatter kvantificeringen af egenskaber ved objekter, situationer, forhold og størrelser i omverdenen, forståelse af forskellige repræsentationer af disse kvantificeringer samt bedømmelse af tolkninger og argumenter, som er baseret på kvantificeringer. Det forudsætter forståelse af måling, tælling, enheder, relative størrelser og talmønstre.

En del problemstillinger fra omverdenen er særdeles komplekse og forudsætter brug af kompliceret matematik. Denne type problemstillinger anskueliggøres og løses i stigende grad med brug af computersimuleringer, hvor computeren udfører beregningerne. Eleverne skal så planlægge, forudsige og løse problemer ud fra en række variable, de kan ændre (se evt. Bilkøb, afsnit 2.1.4). Computersimulering er et centralt element i kategorien størrelser og derfor et væsentligt element i PISA 2022.

Usikkerhed og data

Forståelsen af variation i datasæt og tilhørende usikkerhed er kernen i statistik og sandsynlighed. Eksempler fra omverdenen er vejrudsigter, økonomiske forudsigelser og stikprøveundersøgelser. Det er centralt, at eleverne er i stand til at få øje på variationer i data fra denne type situationer fra hverdagen, har en fornemmelse af størrelsen af usikkerheden og kan formulere, forklare og vurdere konklusioner på baggrund af datasæt.

Mange statistiske datasæt har flere variable, hvor beregning af betingede beslutninger bliver relevante. Et eksempel på det er 'Purchasing Decisions' (se OECD, 2023, s. 78-83), hvor eleverne skal beregne sammensatte sandsynligheder på baggrund af data i to tabeller. Der er specielt fokus på, at eleverne har forståelse for denne type situationer, herunder sammenhængen mellem forudsætninger og konklusioner i undersøgelser.

1.1.7 Testopgavernes kontekst

Valget af kontekst for en testopgave er helt centralt. Eleven bruger sin viden om konteksten til at udvikle en model og vælge matematisk værktøj og repræsentationsform. Derfor bliver testopgaverne stillet i mange forskelligartede kontekster, som mennesker, specielt 15-årige, møder i deres omverden i det 21. århundrede.

Konteksten formidles hovedsageligt til eleverne gennem tekst. Læsning og tekstforståelse er derfor forudsætninger for mathematical literacy. Der er således et dilemma mellem at introducere en rig og vedkommende kontekst for eleverne og at anvende et letlæseligt og letforståeligt sprog i opgaverne.

Testopgaverne er formuleret inden for fire kontekstområder:

- Personlig, fx madlavning, indkøb, spil, personlig sundhed, personlig transport, fritidsaktiviteter, sport, rejser, personlig tidsplanlægning og privatøkonomi
- Erhverv, fx måle, prisfastsætte og bestille materialer, lønudbetaling, kvalitetskontrol, lageropgørelse og design/arkitektur
- Samfund, fx valg, offentlig transport, regering, offentlig politik, demografi, reklame, sundhed, underholdning, national statistik og økonomi
- Videnskab, fx vejr og klima, økologi, medicin, rumvidenskab, genetik, måling og hele fagområdet matematik. Når en opgave er formuleret i en udelukkende matematisk kontekst, hører den under det videnskabelige kontekstområde.

Eleverne møder således opgaver inden for et bredt felt af kontekster. Testen er konstrueret, så antallet af items er ligeligt fordelt mellem de fire kontekstområder, og så items i hver af de fire kontekstområder fordeler sig i hele intervallet af sværhedsgrader.

Over hele verden er der stor interesse for det 21. århundredes kompetencer og muligheden for at implementere dem i uddannelsessystemet. Følgende otte af kompetencerne er inkluderet i rammeværket for PISA 2022:

- Kritisk tænkning
- Kreativitet
- Foretage undersøgelser
- Autonomi, initiativ og vedholdenhed
- Anvendelse af information
- Helhedstænkning
- Kommunikation
- Refleksion.

1.2 PISAs rammeværk for domænet og dansk matematikundervisning

I det følgende afsnit sammenholdes mathematical literacy med de formelle bestemmelser for matematikundervisningen i folkeskolen, som de fremgår af faghæftet fra 2019 (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019). Eleverne testes ved 15-årsalderen, hvor 90,7 % af de deltagende danske elever går i 9. klasse, og 8,7 % går i 8. klasse. (OECD, 2023, Vol. I, kapitel 2, tabel I.B1.2.15).

1.2.1 Mathematical literacy og formålet for faget matematik i folkeskolen

Det er nærliggende at sammenligne den overordnede beskrivelse af, hvad der testes i PISA, definitionen af mathematical literacy (se afsnit 1.1.1), med fagets formål i folkeskolen. I nedenstående skema er de tre stykker af fagets formål fra faghæftet i 2019 skrevet ind over for de tre sætninger, som definitionen af mathematical literacy er opdelt i. Der er kun foretaget meget små formuleringsmæssige ændringer siden formålsformuleringen fra 2009, så eleverne har gennem hele deres skoletid modtaget en undervisning, der bygger på denne formålsformulering.

Tabel 1.1 Formålet for faget matematik

Mathematical literacy	Fagets formål
Mathematical literacy er en individuel kompetence til at formulere, udføre og fortolke matematik til at løse problemstillinger i forskelligartede omverdenssituationer.	Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.
Det involverer begreber, procedurer, facts og redskaber til at beskrive, forklare og forudse fænomener.	Stk. 2. Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.
Det giver mennesker viden om matematiks rolle i omverdenen og til at tage velovervejede vurderinger og beslutninger, som er nødvendige for konstruktive, engagerede og reflekterede borgere i det 21. århundrede. (OECD, 2023, s. 22, forfatternes oversættelse).	Stk. 3. Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab. (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019, s. 7)

I den første sætning af definitionen og stykke 1 af formålet knyttes matematik tæt til problemløsning i omverdenssituationer. Det grundlæggende syn på matematik er, at det bruges til at løse problemer i elevernes omverden. I modellen (se afsnit 1.1.2) er denne omverden opdelt i de fire kontekstområder, som ligger meget tæt op ad de fem områder, der nævnes i formålet. En (mindre) del af denne omverden behandler i begge sammenhænge "rene" matematikkontekster. Det er videnskabskonteksten i mathematical literacy og uddannelseslivet i formålet.

Begge tekster bruger termen kompetence. I Danmark er matematisk kompetence, både i faghæftet og i alle andre sammenhænge, der har med matematikundervisning og læring at gøre, tæt relateret til den såkaldte KOM-rapport (Niss & Jensen, 2002). Her defineres matematisk kompetence som:

> *... en persons indsigtsfulde parathed til at handle hensigtsmæssigt og med succes i et bredt spektrum af situationer, som rummer matematiske udfordringer, uanset arten af disse.* (Niss & Jensen, 2002)

Hovedmanden bag det danske kompetencebegreb i matematik, Mogens Niss, har tidligere været med i ekspertudvalget, der definerer mathematical literacy i PISA, så det er ikke så overraskende, at de to forståelser ligger tæt op ad hinanden. Niss anser selv mathematical literacy (funktionel matematikbeherskelse) for at være en delmængde af matematisk kompetence:

> *... funktionel matematikbeherskelse primært betoner evnen til at aktivere matematik uden for matematikken selv, mens matematisk kompetence står for evnen til at udøve enhver form for matematisk virksomhed, ikke kun til anvendelsesformål.* (Niss, 2017)

Den anden sætning i definitionen og den sidste del af stykke 2 i formålet fokuserer begge på, hvad matematik kan bruges til. Igen er der store ligheder omkring anvendelsen til beskrivelse af og løsning af problemer i omverdenen samt matematik som kommunikationsmiddel til at argumentere og forklare sammenhænge.

Det sidste punkt fokuserer i begge formuleringer på den enkelte elevs brug af matematik til at tage beslutninger både for sig selv og som aktiv deltager i et demokratisk samfund.

Det kan således konkluderes, at der er særdeles god overensstemmelse mellem definitionen af mathematical literacy og fagets formål i folkeskolen.

1.2.2 Indholdsområderne i PISA og folkeskolens matematikundervisning

Det matematiske indhold i folkeskolens matematikundervisning er beskrevet i fire bindende kompetenceområder med bindende kompetencemål. Tre af disse kaldes stofområder, det er de "traditionelle" matematiske områder: tal og algebra, geometri og måling samt statistik og sandsynlighed. De tre stofområder er en lidt anden opdeling, men dækker tilsammen stort set PISAs fire matematiske indholdsområder: forandringer og sammenhænge, rum og form, størrelser samt usikkerhed og data (se afsnit 1.1.6).

Det fjerde kompetenceområde i matematik i folkeskolen er de otte matematiske kompetencer fra KOM-rapporten, som dog er sammenskrevet til seks kompetencer. Definitionerne af de otte matematiske kompetencer har, ud over den hollandske realistiske matematikundervisning og amerikanske NCTM-standards, haft indflydelse på definitionerne i rammeværket og dermed mathematical literacy (Lindenskov & Weng, 2011). I modellen af mathematical literacy (se afsnit 1.1.1) er de fire matematiske indholdsområder "koblet på" mathematical literacy. Det skal forstås som de matematiske indholdsområder, eleverne anvender i modelleringen/problemløsningen, og den matematiske argumentation.

De helt centrale kompetencer i PISA 2022, matematisk argumentation, problemløsning og modellering, er også helt centrale kompetencer i folkeskolen, hvor tankegang og ræsonnement, problembehandling og modellering er bindende færdigheds- og vidensområder i de tre trinforløb fra 1. til 9. klassetrin. I den vejledende læseplan[1] er det fx beskrevet, at eleverne skal bruge ræsonnementer i deres arbejde med matematiske undersøgelser og arbejde med enkle matematiske beviser (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019). Det betyder, at eleverne forventes at arbejde

[1] Den enkelte kommune kan vælge at formulere en lokal læseplan i stedet for den centrale, men i praksis er der ikke nogen, der gør det. Dermed bliver den vejledende læseplan bindende.

med både induktiv og deduktiv matematisk argumentation. På samme måde svarer de problemløsningsprocesser, som er beskrevet i afsnit 1.1.2, i høj grad til modellerings- og problemløsningskompetencerne. Af læseplanen fremgår det bl.a., at eleverne skal kunne gennemføre modelleringsprocesser og vurdere matematiske modeller.

Også på indholdsområderne er der således særdeles god sammenhæng mellem beskrivelsen af domænet i rammeværket for PISA og de formelle krav til indholdet i matematikundervisningen i folkeskolen.

1.2.3 Computational thinking i PISA og folkeskolen

Delelementer fra Computational thinking er i PISA 2022 defineret som del af mathematical literacy. Dette område er under udvikling i det danske skolesystem, hvor der i årene 2018-2021 blev gennemført en forsøgsordning med faget teknologiforståelse på 46 danske folkeskoler (emu, 2022a). Her indgår computational tankegang (thinking) som mål for teknologiforståelse:

> *Computational tankegang omhandler analyse, modellering og strukturering af data og dataprocesser. Det vil sige, at eleverne skal lære at afkode fænomener og processer fra hverdagen, fra faglige sammenhænge og i digitale artefakter og beskrive disse i form af algoritmer og digitale modeller.* (emu, 2022)

Denne forståelse af computational tankegang ligger tæt op ad forståelse af computational thinking i PISA, hvor fx arbejde med computer-simuleringer og modeller, kodning og programmering, algoritmisk tænkning, omskrivning og generalisering er centrale elementer.

1.3 Kompetenceniveauer i domænet

I 2003 blev pointskalaen for matematik standardiseret, så gennemsnittet i de deltagende OECD-lande var 500 point og standardafvigelsen 100. Det betyder, at to tredjedele af alle elever fik en score mellem 400 og 500, heraf ca. 40 % mellem 450 og 550 point. Ved at genbruge en række opgaver fastholdes skalaen, så præstationer fra de forskellige testårgange kan sammenlignes direkte.

Den maksimale score, en elev kan opnå i testen, er fordelt ligeligt mellem de fire områder, matematisk argumentation, at formulere, at udføre og at fortolke og evaluere. I hvert af de fire områder fordeler items sig i hele intervallet af sværhedsgrader.

Ved de foregående PISA-undersøgelser blev elevernes præstationer inddelt i seks kompetenceniveauer, fra niveau 1 til niveau 6, hvor niveau 6 er den bedste præstation. Denne gang er der tilføjet to nye kompetenceniveauer, således at niveau 1 er opdelt i 1a, 1b og 1c, for at skelne yderligere mellem de svageste præstationer.

I Tabel 1.2 kan man se pointgrænserne for de otte niveauer, og hvilken type opgaver, elever på de forskellige niveauer forventes at kunne løse.

Tabel 1.2 Kompetenceniveauer i matematik

Niveau	Nedre pointgrænse	Elevernes kunnen
6	669	På niveau 6 kan eleverne løse abstrakte problemer med brug af kreative og fleksible metoder, fx ved at anvende en kendt løsningsmetode i en ikke-standard situation eller ved at anvende en dybere forståelse af et begreb til at begrunde en påstand. De kan sammenkæde forskellige informationskilder og repræsentationsformer, herunder simuleringer og regneark. Eleverne kan på dette niveau forholde sig kritisk og dygtigt beherske det matematiske sprog og formelle matematiske operationer og sammenhænge til at kommunikere deres argumenter klart og tydeligt. Endvidere kan de reflektere over deres egen løsning i forhold til den oprindelige situation.
5	607	På niveau 5 kan eleverne udvikle og arbejde med modeller af komplekse situationer, identificere modsætninger og beskrive forudsætninger. De kan anvende systematiske, veltilrettelagte problemløsningsstrategier til udfordrende problemer, som fx at udvikle et eksperiment, planlægge en optimal procedure eller arbejde med komplekse visualiseringer, som ikke er givet i problemstillingen. Eleverne kan demonstrere en tiltagende evne til at løse problemstillinger, hvor løsningerne ofte kræver anvendelse af matematisk viden, som ikke er direkte nævnt i problemstillingen. De kan reflektere over deres arbejde og vurdere matematiske resultater i forhold til omverdenssituationen.
4	545	På niveau 4 kan eleverne arbejde effektivt med matematiske modeller af komplekse konkrete situationer, nogle gange med to variable. De kan opstille og udvikle matematiske modeller med brug af avanceret computational thinking. Eleverne på dette niveau kan engagere sig i aspekter af kritisk tænkning, som fx at anvende kvalitative skøn til at vurdere resultater, når der ikke er de nødvendige informationer til at udføre beregninger. De kan vælge og kombinere forskellige repræsentationsformer, herunder symbolske og grafiske repræsentationer, og forbinde dem til omverdenssituationer. Endvidere kan de udforme og kommunikere forklaringer og argumenter baseret på deres fortolkninger, argumentation og metode.
3	482	På niveau 3 kan eleverne udtænke løsningsstrategier, herunder strategier, der involverer en sekvens af beslutninger eller fleksibilitet i forståelsen af velkendte begreber. De kan anvende computational thinking til at udvikle deres løsningsstrategier. De kan løse problemstillinger, der kræver flere forskellige rutinemæssige beregninger, der ikke er klart definerede i problemstillingen. Eleverne kan anvende rumlig visualisering som en del af en løsningsstrategi eller simulering til at samle egnet data til at løse en problemstilling. Endvidere kan eleverne fortolke og anvende repræsentationsformer fra forskellige informationskilder og argumentere direkte ud fra dem, herunder sammensatte sandsynligheder på baggrund af data i tabeller. Eleverne kan i nogen grad behandle procent, brøker og decimaltal samt arbejde med proportionalitet.
2	420	På niveau 2 kan eleverne genkende situationer, hvor de har brug for simple strategier til at løse problemer, herunder gennemføre enkle simuleringer, der involverer én variabel, som en del af løsningsstrategien. De kan uddrage relevant information fra en eller flere kilder, der anvender lidt komplekse repræsentationsformer som tabeller, grafiske fremstillinger eller todimensionelle gengivelser af tredimensionelle objekter. Eleverne kan demonstrere en basal forståelse af funktionelle sammenhænge og løse problemer, som involverer enkle forhold. De kan formulere nøjagtige fortolkninger af resultater.
1a	358	På niveau 1a kan eleverne besvare spørgsmål i enkle kontekster, hvor alle de nødvendige informationer fremgår tydeligt, og spørgsmålet er klart defineret. Informationerne kan være præsenteret i forskellige formater, og i nogle tilfælde skal eleverne uddrage informationer fra to kilder samtidig. De kan udføre enkle, rutineprægede procedurer ud fra direkte instruktioner i tydelige situationer, som i nogle tilfælde indeholder flere iterationer af en rutineprocedure. De kan gennemføre umiddelbare tiltag eller tiltag, der kun kræver en mindre grad af synteseslutninger, ud fra klare anvisninger. Eleverne kan anvende basale algoritmer, formler, procedurer og konventioner til at løse problemer, der oftest indeholder hele tal.
1b	295	På niveau 1b kan eleverne besvare spørgsmål i enkle, letforståelige kontekster, hvor alle nødvendige informationer er givet i enkle repræsentationer, fx tabeller eller diagrammer, og se bort fra irrelevante informationer. De kan gennemføre enkle beregninger med hele tal ud fra klare instruktioner i kort, letforståelig tekst.
1c	233	På niveau 1c kan elever besvare spørgsmål i letforståelige situationer, hvor alle relevante informationer fremgår klart i enkle, velkendte formater, som fx små tabeller eller billeder, og hvor teksten er meget kort og simpel. De kan følge en klar instruktion, der beskriver et enkelt skridt eller en enkel operation.

2 Hvordan måles domænet i PISA?

PISA 2022 matematik består af i alt 234 items, hvoraf de 160 er nye, som ikke har været anvendt i de tidligere tests, og 74 er gengangere fra tidligere. Hver elev løser kun et udvalg af disse items. I tabellerne herunder ses fordelingen af de 234 items på de matematiske indholdsområder, proces, kontekstområde og item type. I rammeværket anbefales en ligelig fordeling af items mellem de fire indholdsområder og mellem de fire processer. I kapitel 3 af OECD's tekniske rapport (OECD, 2023).

Tabel 2.1 Matematisk indholdsområde

Matematisk indholdsområde	Antal	Andel i pct.
Størrelser	76	32
Rum og form	43	18
Forandringer og sammenhænge	55	24
Usikkerhed og data	60	26
I alt	234	100

Tabel 2.2 Proces

Proces	Antal	Andel i pct.
Formulere	48	21
Udføre	75	32
Fortolke og evaluere	57	24
Argumentere	54	23
I alt	234	100

Tabel 2.3 Kontekstområde

Kontekstområde	Antal	Andel i pct.
Personlig	60	26
Erhverv	50	21
Samfund	54	23
Videnskab	70	30
I alt	234	100

Tabel 2.4 Item type

Item type	Antal	Andel i pct.
Simpel flervalgsopgave – Kodet maskinelt	98	42
Kompleks flervalgsopgave – Kodet maskinelt	49	21
Åbent svar – Kodet maskinelt	52	22
Åbent svar – Kodet af mennesker	35	15
I alt	234	100

2.1 Eksempler på opgaver

I det følgende afsnit præsenteres fem opgaver, der er frigivet af PISA og derfor må offentliggøres. Tilsammen repræsenterer opgaverne alle de fire matematiske indholdsområder, de fire processer, tre af de fire kontekstområder (der er ikke frigivet opgaver inden for erhverv), tre af de fire item typer og et bredt udsnit af sværhedsgrader.

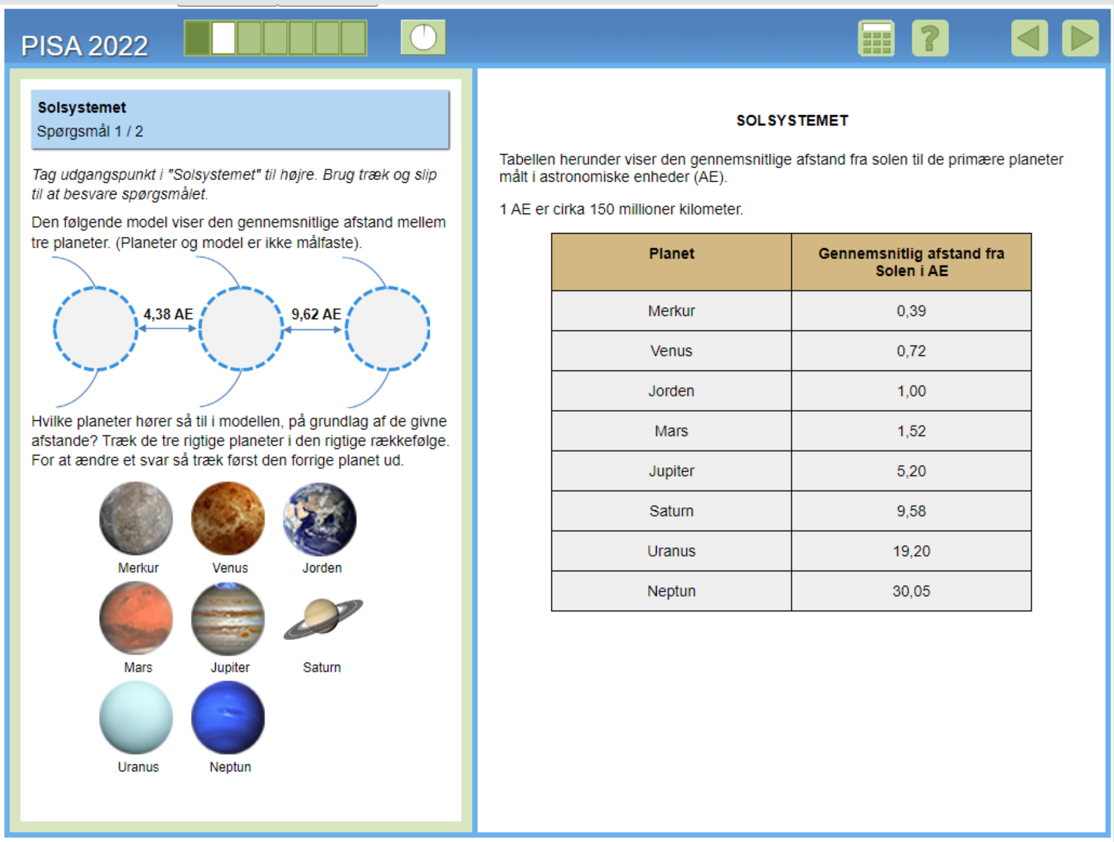
2.1.1 Solsystemet

Tabel 2.5 Opgave om solsystemet

Spørgsmål	Stofområde	Proces	Kontekstområde	Item type	Sværhedsgrad[1]
1	Størrelser	Fortolke og evaluere	Videnskab	Kompleks flervalgsopgave Kodet maskinelt	3 (2)
2	Størrelser	Udføre	Videnskab	Simpel flervalgsopgave Kodet maskinelt	2

Note: [1] Delvis korrekt besvarelse i parentes.

Figur 2.1 Opgave om solsystemet



Opgaven har ikke en introduktionsskærm. Det første spørgsmål stilles på det første skærmbillede. Eleverne skal bruge informationerne fra tabellen til højre til at svare på spørgsmålet. Det korrekte svar er Jupiter, Saturn, Uranus (fra venstre mod højre). Korrekt placering af to planeter evalueres som delvis korrekt.

I spørgsmål 2 skal eleverne omregne afstanden fra solen til Neptun fra AE til km. Det korrekte svar er 4.507,5 millioner km, som afrundes til 4.500 millioner km.

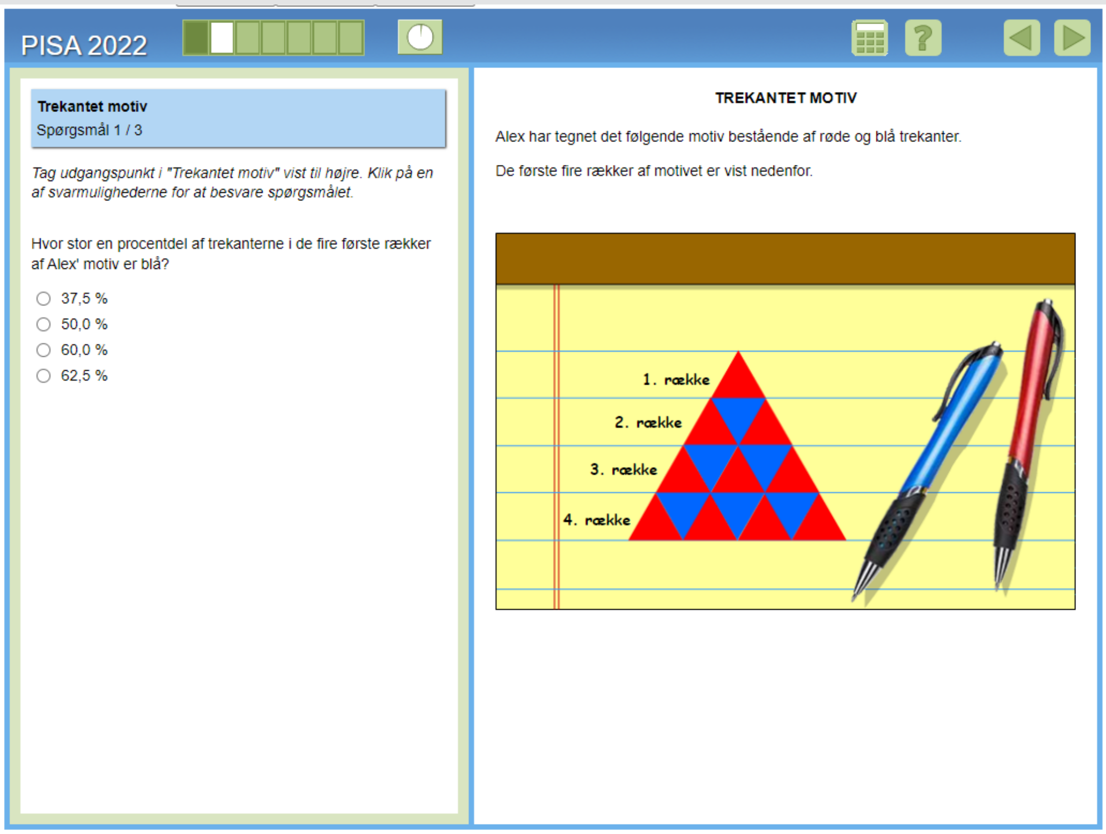
2.1.2 Trekantet motiv

Tabel 2.6 Opgave om trekantet motiv

Spørgs-mål	Stofområde	Proces	Kontekstom-råde	Item type	Sværheds-grad[1]
1	Størrelser	Udføre	Videnskab	Simpel flervalgs-opgave Kodet maskinelt	1a
2	Forandringer og sammenhænge	Formulere	Videnskab	Simpel flervalgs-opgave Kodet maskinelt	2
3	Forandringer og sammenhænge	Matematisk argu-mentation	Videnskab	Åbent svar Kodet af menne-sker	5 (4)

Note: [1] Delvis korrekt besvarelse i parentes.

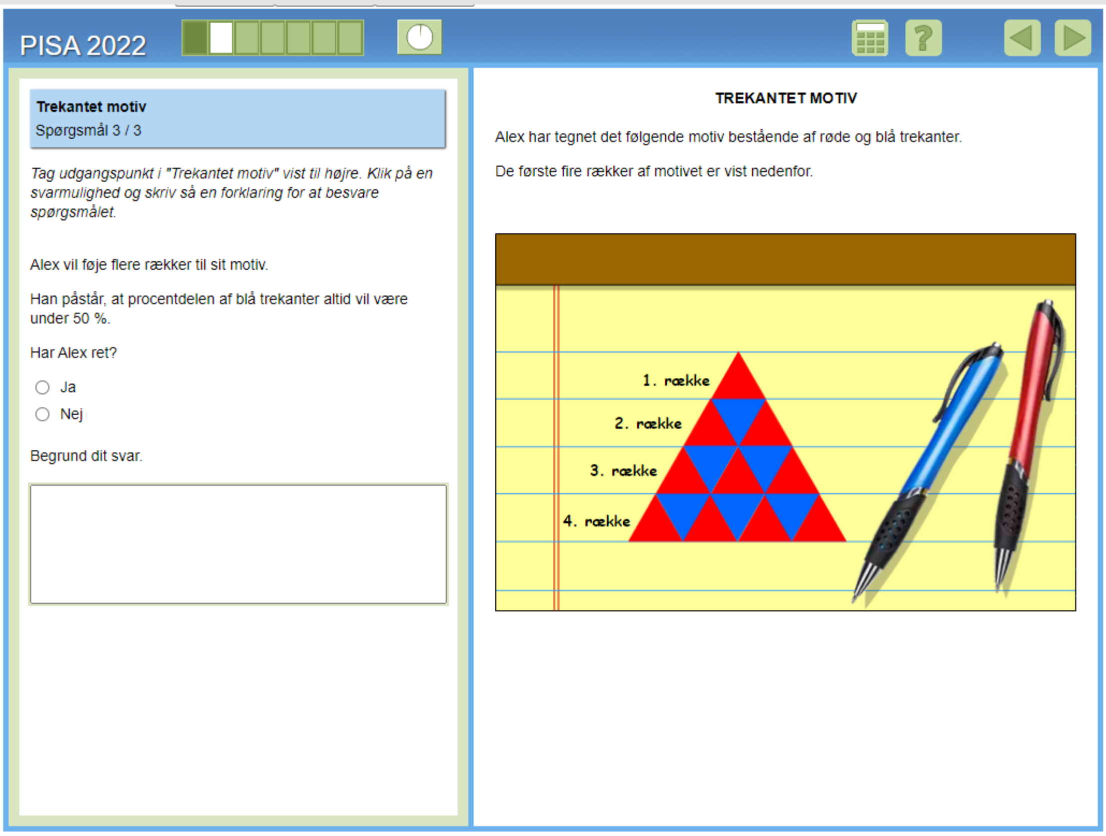
Figur 2.2 Opgave om trekantet motiv



Opgaven har ikke en introduktionsskærm. Det første spørgsmål stilles på det første skærmbillede. Tegningen til højre er den samme på alle tre skærmbilleder i opgaven. Den viser de første fire rækker i et mønster, som består af røde og blå trekanter. Det korrekte svar er, at $\frac{6}{16} =$ 37,5 % af trekanterne i de første fire rækker er blå.

For at besvare det andet spørgsmål skal eleven forestille sig den 5. række i mønsteret. Det korrekte svar er, at $\frac{10}{25} = 40{,}0\ \%$ af trekanterne i de første fem rækker er blå. Spørgsmålet er lidt sværere end det første, sandsynligvis fordi eleven skal forestille sig dele af mønsteret.

Figur 2.3 Opgave om trekantet motiv, spørgsmål 2



I det sidste spørgsmål skal situationen fra de to første spørgsmål generaliseres. Eleven skal først svare ja eller nej til, om Alex har ret i, at procentdelen af blå trekanter altid vil være under 50 %, og derefter begrunde sit svar. Selvom eleven svarer korrekt [Ja] til det første spørgsmål, bliver svaret kun godkendt, hvis eleven kommer med en acceptabel begrundelse, fx: [Ja] 'Der vil altid være en blå trekant mindre i hver række'. Svaret bliver delvist godkendt, hvis elevens begrundelse er delvist korrekt, fx [ja] 'fordi der ikke er blå trekanter i 1. række'. Svarene er kodet af mennesker, og der findes en liste af eksempler på korrekte og delvist korrekte svar i kodeguiden, men denne liste er ikke udtømmende. Svar, som ikke findes på listen, kan også godkendes som helt eller delvist korrekte, det afgøres af den, der koder.

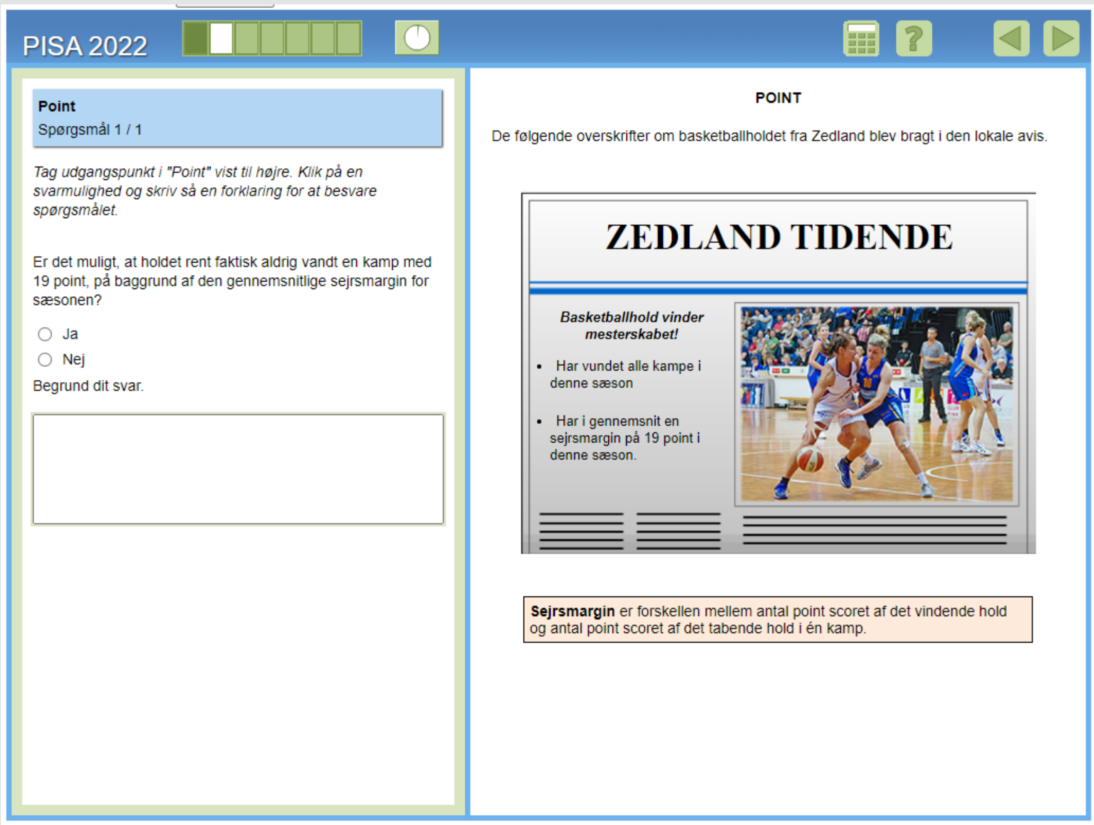
2.1.3 Point

Tabel 2.7 Opgave om point

Spørgsmål	Stofområde	Proces	Kontekstom-råde	Item type	Niveau[1]
1	Usikkerhed og data	Matematisk argumentation	Samfund	Åbent svar Kodet af mennesker	6 (5)

Note: [1] Delvis korrekt besvarelse i parentes.

Figur 2.4 Opgave om point



Opgaven består kun af ét skærmbillede og ét spørgsmål. Eleverne skal svare på, om et datasæt med gennemsnitsværdien 19 altid indeholder et data med værdien 19, og begrunde deres svar. Det kan de gøre enten med en generel begrundelse eller ved at konstruere et datasæt med gennemsnittet 19, hvor 19 ikke er et element, fx {18,18,18,20,20,20}. Opgaven er forholdsvis svær (niveau 6), fordi et korrekt svar forudsætter en begrebsmæssig forståelse af (aritmetisk) middeltal. Et delvist korrekt svar kan for eksempel være [Ja] 'nogle kampe blev vundet med mere end 19 point og andre med mindre end 19 point'. Svaret [ja] uden forklaring giver ikke point.

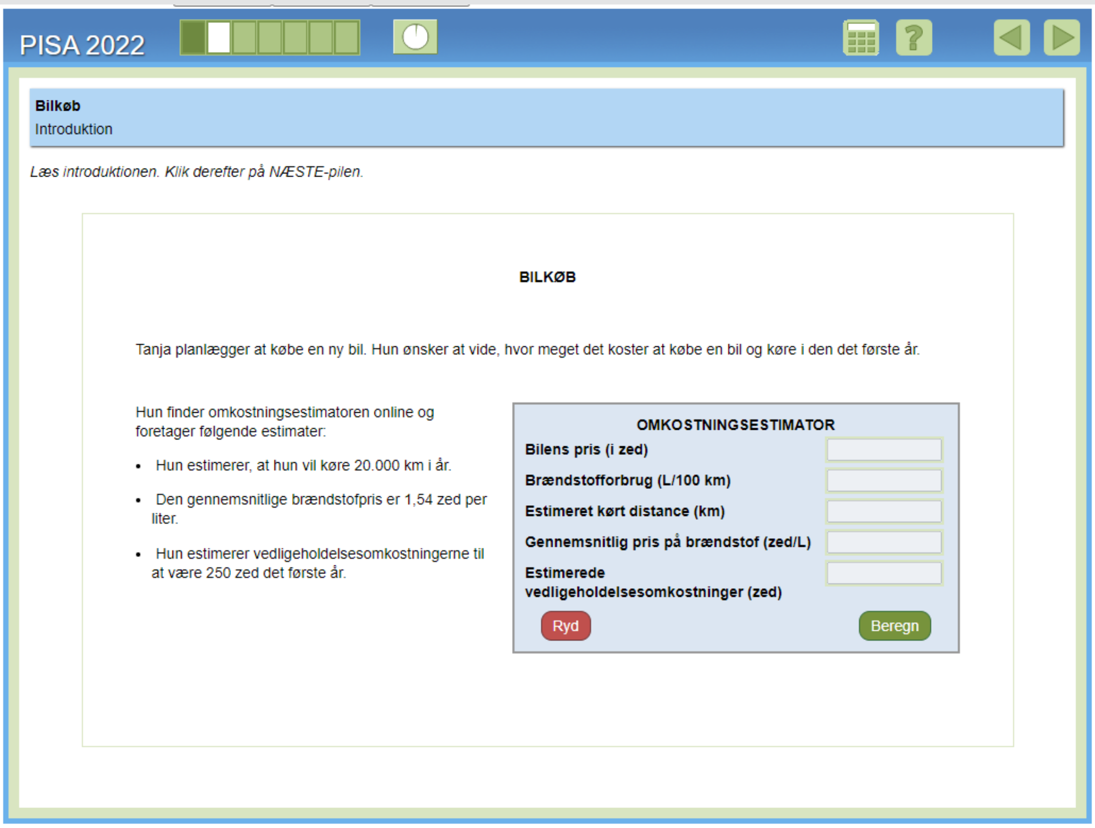
2.1.4 Bilkøb

Tabel 2.8 Opgave om bilkøb

Spørgsmål	Stofområde	Proces	Kontekst-område	Item type	Niveau (estimeret)[1]
1	Størrelser	Formulere	Personlig	Simpel flervalgsopgave Kodet maskinelt	2
2	Forandringer og sammenhænge	Udføre	Personlig	Simpel flervalgsopgave Kodet maskinelt	6

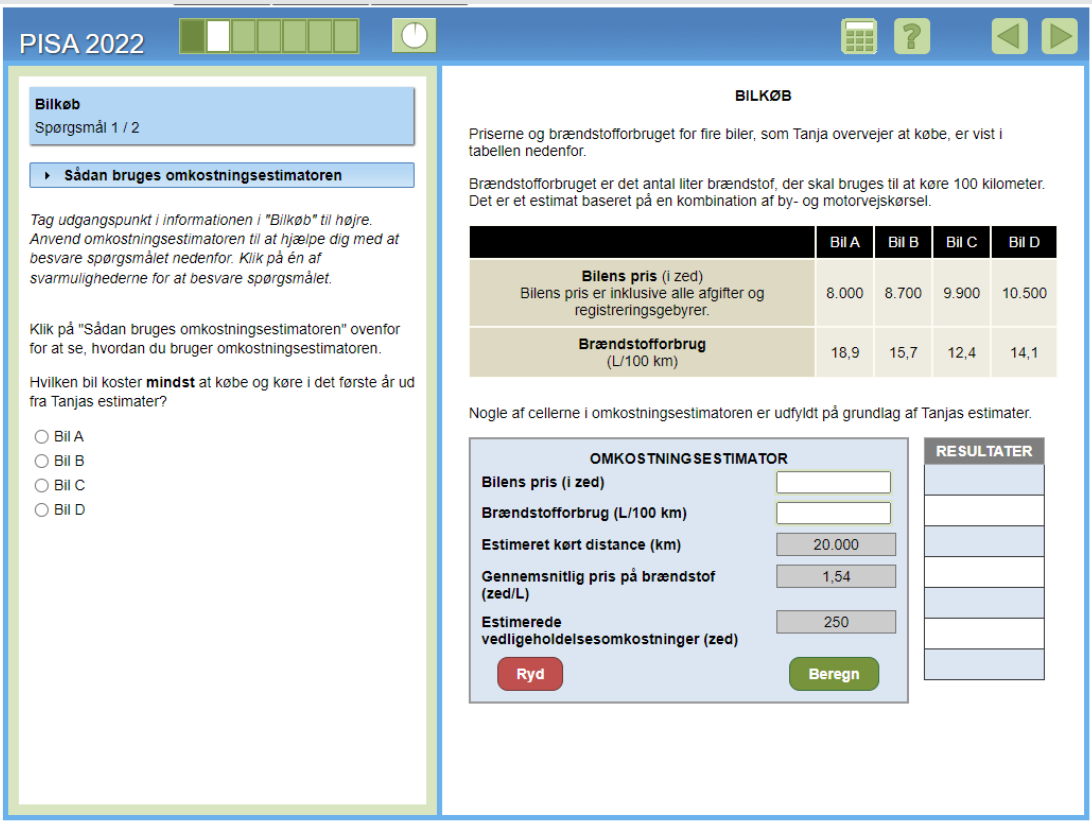
Note: [1] Sværhedsgraden er estimeret, da opgaven er fra pilottesten og derfor ikke afprøvet på en stor gruppe af elever.

Figur 2.5 Opgave om bilkøb, introduktion



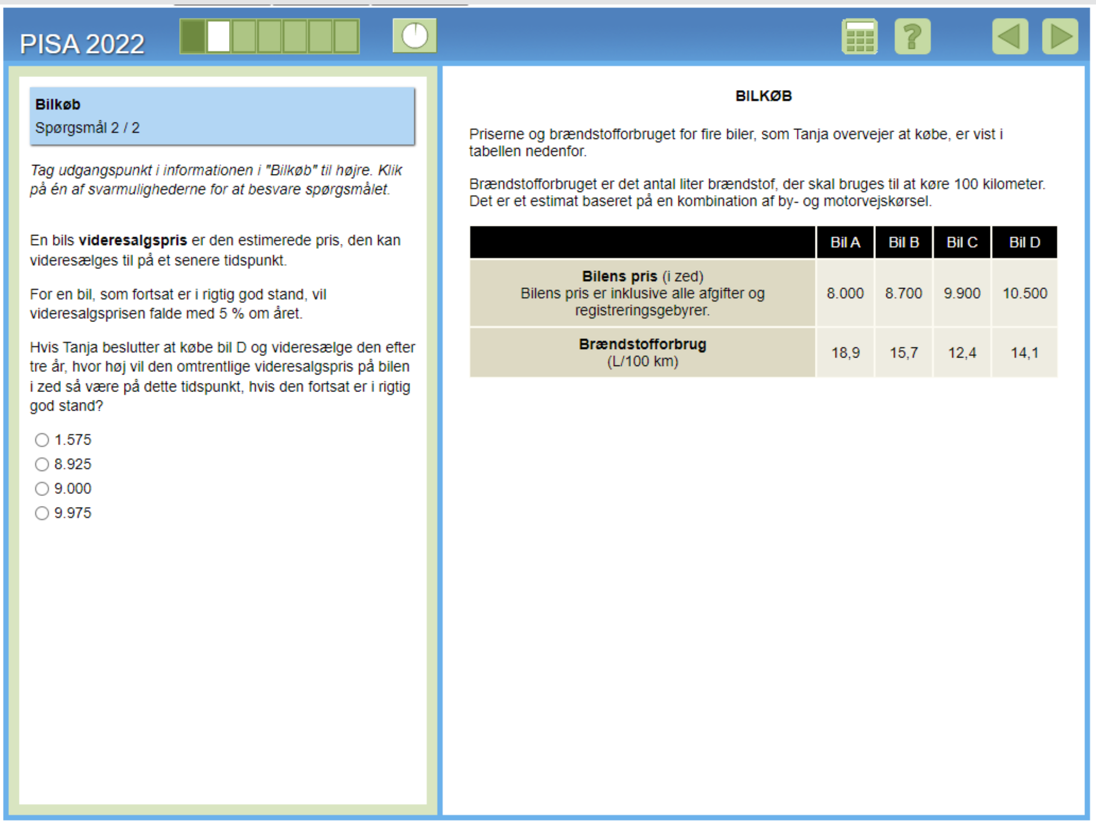
Det første skærmbillede er en introduktion til opgaven, hvor eleverne bliver præsenteret for en matematisk model (omkostningsestimator), som beregner et estimat af omkostningerne det første år ved køb af en bil. Omkostningsestimatoren fungerer ikke på dette skærmbillede, så eleverne kan ikke afprøve den. Den bliver udelukkende præsenteret for at introducere problemstillingen.

Figur 2.6 Opgave om bilkøb, spørgsmål 1



For at besvare spørgsmål 1 skal eleverne indtaste pris og brændstofforbrug for fire biler og afgøre, hvilken der er billigst at køre i det første år ifølge omkostningsestimatoren. Eleven kan få hjælp til at bruge modellen ved at klikke på 'Sådan bruges omkostningsestimatoren' i venstre side. Det korrekte svar er Bil B, selvom det hverken er den billigste bil eller den bil med mindst brændstofforbrug.

Figur 2.7 Opgave om bilkøb, spørgsmål 2



I spørgsmål 2 skal eleverne beregne videresalgsprisen for en bil efter 3 år, hvor værdien falder med 5 % pr. år. Opgaven er et eksempel på en ikke-lineær (eksponentiel) sammenhæng. Eleverne har, som ved alle de øvrige opgaver, adgang til en lommeregner i øverste linje. Det korrekte svar er ca. 9.000 zed.

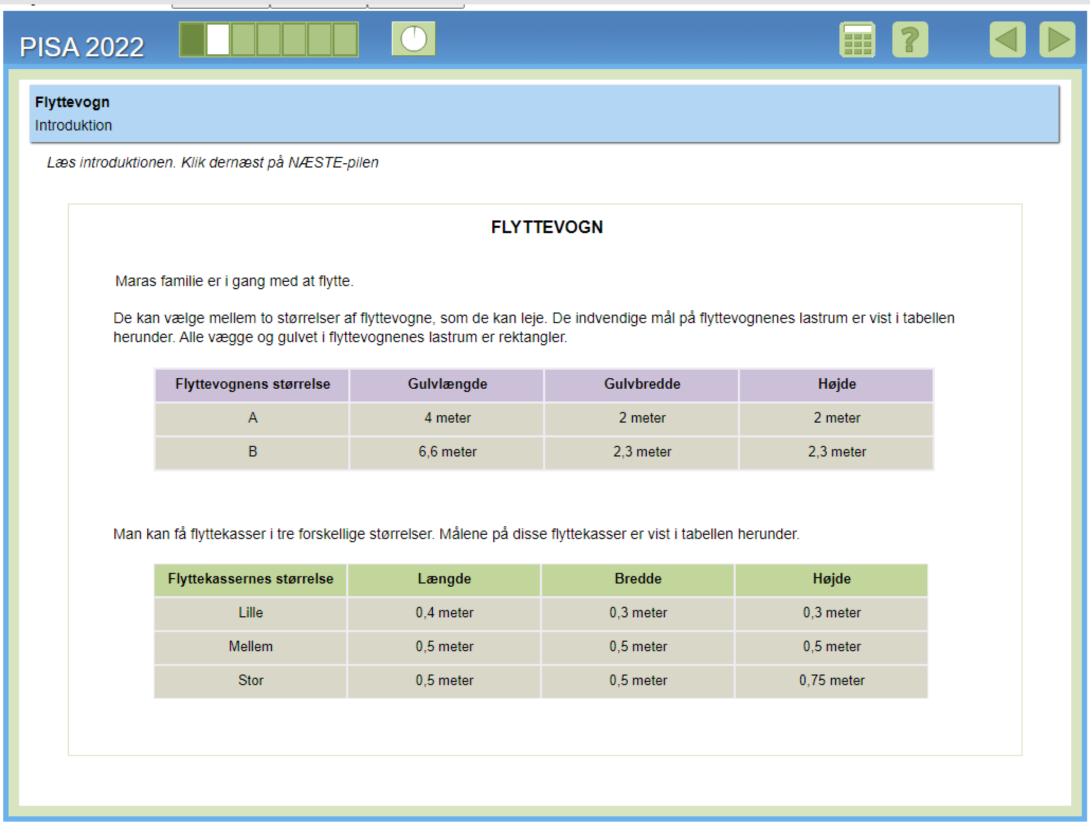
2.1.5 Flyttevogn

Tabel 2.9 Opgave om flyttevogn

Spørgsmål	Stofom-råde	Proces	Kontekst-område	Item type	Niveau (estimeret)[1]
1	Rum og form	Udføre	Personlig	Kompleks flervalgsopgave Kodet maskinelt	2
2	Rum og form	Matematisk argumentation	Personlig	Kompleks flervalgsopgave Kodet maskinelt	6

Note: [1] Sværhedsgraden er estimeret, da opgaven er fra pilottesten og derfor ikke afprøvet på en stor gruppe af elever.

Figur 2.8 Opgave om flyttevogn, introduktion



PISA 2022

Flyttevogn
Introduktion

Læs introduktionen. Klik dernæst på NÆSTE-pilen

FLYTTEVOGN

Maras familie er i gang med at flytte.

De kan vælge mellem to størrelser af flyttevogne, som de kan leje. De indvendige mål på flyttevognenes lastrum er vist i tabellen herunder. Alle vægge og gulvet i flyttevognenes lastrum er rektangler.

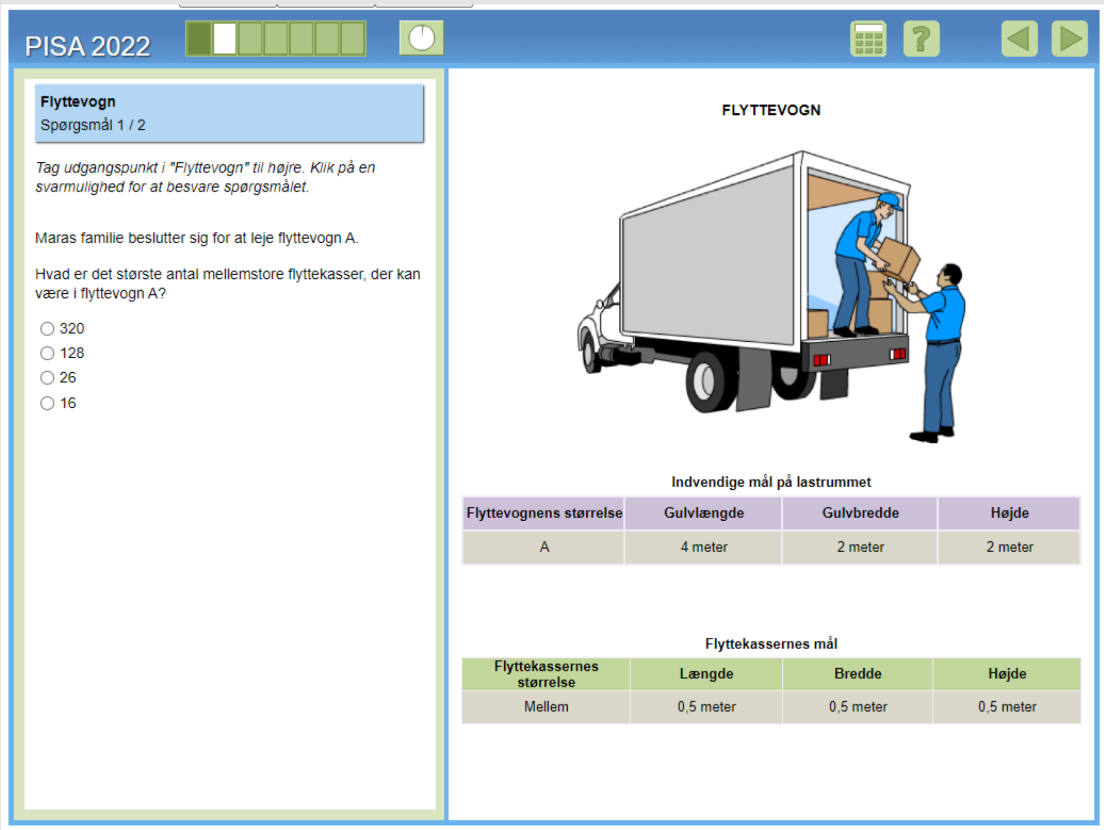
Flyttevognens størrelse	Gulvlængde	Gulvbredde	Højde
A	4 meter	2 meter	2 meter
B	6,6 meter	2,3 meter	2,3 meter

Man kan få flyttekasser i tre forskellige størrelser. Målene på disse flyttekasser er vist i tabellen herunder.

Flyttekassernes størrelse	Længde	Bredde	Højde
Lille	0,4 meter	0,3 meter	0,3 meter
Mellem	0,5 meter	0,5 meter	0,5 meter
Stor	0,5 meter	0,5 meter	0,75 meter

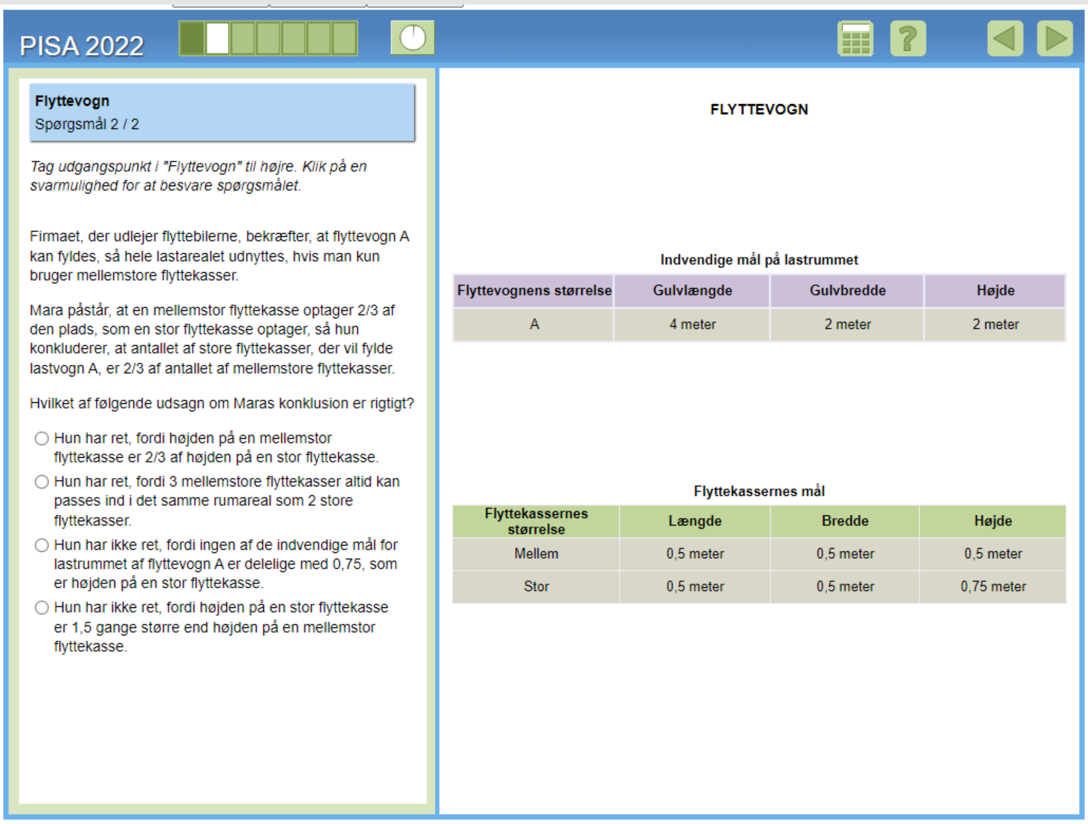
På introduktionsskærmbilledet introduceres konteksten, og eleverne kan se størrelsen af to forskellige flyttevogne og tre forskellige flyttekasser.

Figur 2.9 Opgave om flyttevogn, spørgsmål 1



For at svare på det første spørgsmål skal eleverne beregne, hvor mange 'mellem' flyttekasser, der kan være i flyttevogn A. Kun flyttevogn A og 'mellem' flyttekasser er nu vist i højre side. 'Mellem' flyttekasser er lige lange på alle tre leder, så det er ligegyldigt, hvordan man vender dem. Det korrekte svar er 128 kasser.

Figur 2.10 Opgave om flyttevogn, spørgsmål 2



PISA 2022

Flyttevogn
Spørgsmål 2 / 2

Tag udgangspunkt i "Flyttevogn" til højre. Klik på en svarmulighed for at besvare spørgsmålet.

Firmaet, der udlejer flyttebilerne, bekræfter, at flyttevogn A kan fyldes, så hele lastarealet udnyttes, hvis man kun bruger mellemstore flyttekasser.

Mara påstår, at en mellemstor flyttekasse optager 2/3 af den plads, som en stor flyttekasse optager, så hun konkluderer, at antallet af store flyttekasser, der vil fylde lastvogn A, er 2/3 af antallet af mellemstore flyttekasser.

Hvilket af følgende udsagn om Maras konklusion er rigtigt?

- ○ Hun har ret, fordi højden på en mellemstor flyttekasse er 2/3 af højden på en stor flyttekasse.
- ○ Hun har ret, fordi 3 mellemstore flyttekasser altid kan passes ind i det samme rumareal som 2 store flyttekasser.
- ○ Hun har ikke ret, fordi ingen af de indvendige mål for lastrummet af flyttevogn A er delelige med 0,75, som er højden på en stor flyttekasse.
- ○ Hun har ikke ret, fordi højden på en stor flyttekasse er 1,5 gange større end højden på en mellemstor flyttekasse.

FLYTTEVOGN

Indvendige mål på lastrummet

Flyttevognens størrelse	Gulvlængde	Gulvbredde	Højde
A	4 meter	2 meter	2 meter

Flyttekassernes mål

Flyttekassernes størrelse	Længde	Bredde	Højde
Mellem	0,5 meter	0,5 meter	0,5 meter
Stor	0,5 meter	0,5 meter	0,75 meter

I spørgsmål 2 vises også størrelsen på store flyttekasser i højre side. Eleverne skal nu tage stilling til en række udsagn om, hvor mange store kasser der kan være i flyttevogn A, ved at sammenligne med 'mellem' flyttekasser. Det tredje udsagn er korrekt. De øvrige tre udsagn bygger på korrekte udsagn om kasserne, men disse kan ikke bruges til at begrunde Marias konklusion, da målene på lastrummet af flyttevognen ikke inddrages.

3 Danske elevers præstationer i matematik

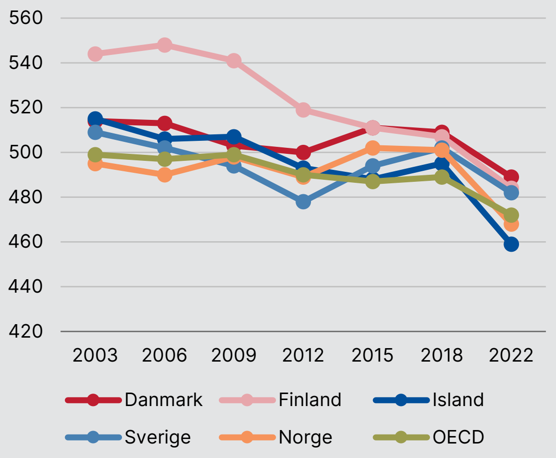
I dette afsnit præsenteres de danske elevers resultater i matematik i PISA 2022, og resultaterne sammenlignes med resultater fra de tidligere PISA-undersøgelser. Ud over den gennemsnitlige score (afsnit 3.1) analyseres det, hvordan andelen af lavt og højt præsterende har udviklet sig (afsnit 3.2), elevernes præstationer i de forskellige delprocesser og matematiske indholdsområder (afsnit 3.3) og individuelle karakteristika som køn, socioøkonomisk baggrund og elever med indvandrerbaggrund (afsnit 3.4). Undervejs sammenlignes resultaterne med de øvrige nordiske lande, som har et skolesystem, der ligner det danske, og med Singapore, som er det land, der har den højeste gennemsnitlige score, samt Schweiz, som er et af to europæiske lande med en gennemsnitsscore over 500 points.

3.1 Gennemsnitsscore

De danske elever har i gennemsnit scoret 489 point i matematik i PISA 2022. Det er 20 point færre, end de scorede i PISA 2018 og det laveste resultat i alle PISA-målinger.

Som det fremgår af Figur 3.1, følger udviklingen i Danmark OECD-gennemsnittet og de øvrige nordiske lande. De danske elever præsterer stadig signifikant bedre end OECD-gennemsnittet, som er 472 (OECD, 2023, Vol. I, kapitel 2, figur I.B1.2.1). Der er således sket en parallel udvikling i Danmark, OECD-landene og de øvrige nordiske lande, hvor Sverige og Finland scorer hhv. 21 og 23 point lavere, end de scorede i PISA 2018, men Norge og Island dog falder lidt mere, hhv. 33 og 36 point. Kun i seks lande (Brunei, Cambodia, Paraguay, Guatemala, Saudi Arabien og Den Dominikanske Republik) præsterer eleverne signifikant bedre i 2022 end i 2018 (OECD, 2023, Vol. I, kapitel 5, figur I.5.1).

Figur 3.1 Danske elevers gennemsnitsscore i matematik sammenlignet med de øvrige nordiske lande og OECD-gennemsnittet fra 2003-2022

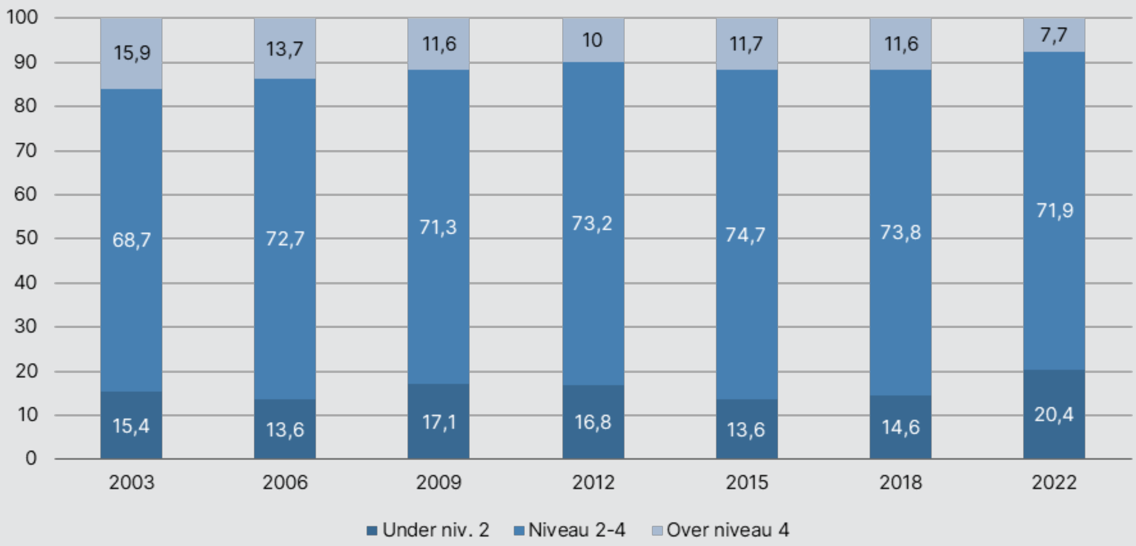


Kilde: Christensen (2019); OECD (2023), Vol. I, kapitel 2, tabel I.B1.2.1.

3.2 Lavt og højt præsterende elever

Figur 3.2 viser andelen af lavt og højt præsterende elever. Lavt præsterende elever er elever, der præsterer under niveau 2, og højt præsterende elever er elever, der præsterer over niveau 4.

Figur 3.2 Fordeling af lavt og højt præsterende danske elever, 2003-2022



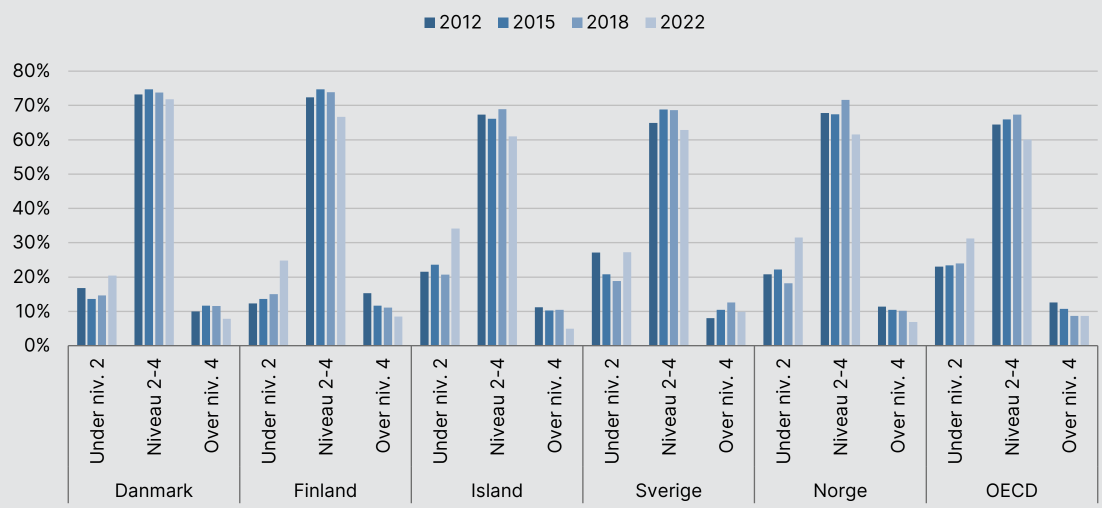
Kilde: Christensen (2019); OECD (2023), Vol. I, kapitel 3, tabel I.B1.3.1.

Andelen af lavt præsterende elever er steget markant fra 14,6 % i 2018 til 20,4 % i 2022. Samtidig er andelen af højt præsterende elever faldet markant fra 11,6 % i 2018 til 7,7 % i 2022. Andelen af lavt præsterende elever er stadig klart under OECD-gennemsnittet på 31,2 %. Andelen af højt præsterende elever er under OECD-gennemsnittet på 8,7 %.

Generelt viser Figur 3.2 en bekymrende udvikling med en faldende andel af højt præsterende elever og en tendens til stigende andel af lavt præsterende elever, det sidste især fra 2018 til 2022.

En lignende udvikling med markant flere elever, der præsterer under niveau 2, og færre, der scorer over niveau 4, ses generelt i OECD, og i Norden er tendensen ud over Danmark også specielt markant i Finland og Island (Figur 3.3).

Figur 3.3 Fordeling af lavt og højt præsterende elever, 2012-2022, i de nordiske lande og OECD



Kilde: OECD (2018), Vol. I, kapitel 1, tabel I.B1; OECD (2022), Vol. I, kapitel 3, tabel I.B1.3.1.

3.3 Delprocesser og matematiske indholdsområder

Tabel 3.1 viser elevernes gennemsnitsscore i hver af de fire delprocesser (se evt. afsnit 1.1.2), formulere, udføre, fortolke og evaluere og argumentere.

Tabel 3.1 Elevernes gennemsnitsscore i de fire delprocesser i OECD-landene, de fem nordiske lande, Schweiz og Singapore

	Danmark	Finland	Island	Sverige	Norge	Schweiz	Singapore	OECD
Formulere	485	482	455	474	465	507	576	469
Udføre	488	482	462	481	466	508	580	472
Fortolke og evaluere	491	486	457	478	467	506	577	474
Argumentere	495	486	460	491	476	513	572	473

Kilde: OECD (2022), Vol. I, kapitel 2, tabel I.B1.2.4-2.7.

De danske elever klarer sig bedst i at argumentere, sammenlignet med OECD-gennemsnittet. I de tre delprocesser i problemløsnings-/modelleringsprocessen scorer de danske elever 15-16 point over OECD, mens de scorer 22 point over i at argumentere. Samme mønster kan vi se i Norge og Sverige, mens de finske elever opnår laveste score i at argumentere. I Singapore, som er det land med de højest præsterende elever, er der kun en mindre forskel på elevernes score i de 4 delprocesser, men de scorer dog lavest i at argumentere.

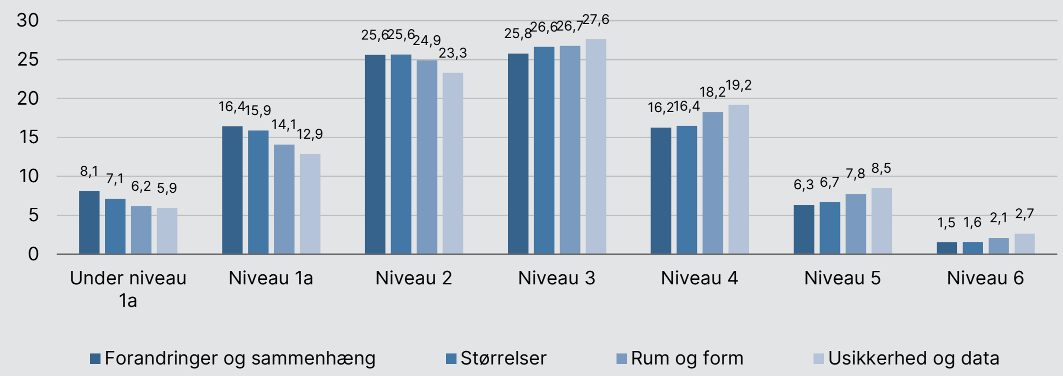
Tabel 3.2 Elevernes gennemsnitsscore i de fire indholdsområder for de fem nordiske lande, Schweiz, OECD og Singapore

	Danmark	Finland	Island	Sverige	Norge	Schweiz	Singa-pore	OECD
Forandringer og sammenhænge	482	480	454	480	465	504	574	470
Størrelser	485	485	459	480	469	510	579	472
Rum og form	493	485	464	483	469	518	571	471
Usikkerhed og data	499	485	460	481	470	502	579	474

Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 2, tabel IB1.2.8-2.11.

Forskellen mellem de danske elevers præstationer i de fire indholdsområder er betydelig større end for både eleverne i OECD-landene, de øvrige nordiske lande og Singapore. I rum og form og usikkerhed og data scorer de danske elever hhv. 22 og 25 point over OECD-gennemsnittet, hvorimod de scorer 12 point over OECD-gennemsnittet i forandringer og sammenhænge og 13 point over i størrelser. I de øvrige nordiske lande samt Singapore er der kun en mindre forskel mellem præstationer inden for de fire indholdsområder.

Figur 3.4 Fordelingen af danske elever på præstationsniveauer i de fire indholdsområder



Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 3, tabel IB1.3.8-3.11.

Af Figur 3.4 fremgår det, at de lavest præsterende elever (under niveau 2) scorer højest i forandringer og sammenhænge og størrelser, hvorimod de højere præsterende elever (niveau 3 og derover) scorer højest i rum og form og usikkerhed og data.

3.4 Lighed i læring

I dette afsnit fremstilles resultaterne for forskellige grupper af elevers individuelle karakteristika ud fra PISAs målsætning om lighed i læring ('equity'). I afsnit 3.4.1 er der fokus på elevers socioøkonomiske forskelle, i afsnit 3.4.2 behandles kønsforskelle og i afsnit 3.4.3 elever med indvandrerbaggrund. Uddybende analyse af elever med forskellige socioøkonomiske baggrunde og elever med indvandrerbaggrunds resultater i alle domæner kan læses i hovedrapporten, kapitel 4.

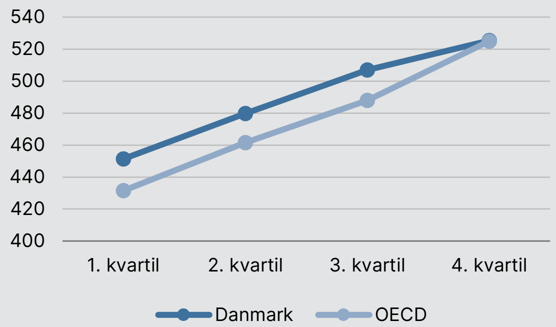
3.4.1 Socioøkonomisk baggrund

Figur 3.5 viser den gennemsnitlige score for elever inddelt i kvartiler (4 lige store grupper) efter socioøkonomisk baggrund, baseret på OECD's definition af ESCS.[2]

Grafen i Figur 3.5 viser, hvordan elevernes gennemsnitlige score stiger, jo højere socioøkonomisk baggrund eleverne tilhører, for både OECD-lande og Danmark. De danske elevers resultater stiger næsten parallelt med OECD-gennemsnittet.

I Tabel 3.3 vises andelen af lavt og højt præsterende elever i hver kvartil.

Figur 3.5 Elevers gennemsnitsscore fordelt efter socioøkonomisk baggrund



Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 4, tabel I.B1.4.3.

Tabel 3.3 Fordelingen af lavt og højt præsterende elever efter socioøkonomisk baggrund i Danmark og OECD i procent

	Under niveau 2				Over niveau 4			
	1. kvartil socioøkonomisk status	2. kvartil socioøkonomisk status	3. kvartil socioøkonomisk status	4. kvartil socioøkonomisk status	1. kvartil socioøkonomisk status	2. kvartil socioøkonomisk status	3. kvartil socioøkonomisk status	4. kvartil socioøkonomisk status
OECD gns.	46,8	33,3	23,5	13,5	2,6	5,4	9,7	19,1
Danmark	34,1	23,4	12,8	9,4	1,6	5,2	10,4	14,9

Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 4, tabel I.B1.4.14.

I alle fire kvartiler er en mindre andel af de danske elever end OECD-gennemsnittet lavt præsterende. Især i den næsthøjeste socioøkonomiske gruppe er der markant færre, kun ca. halvdelen af OECD-gennemsnittet.

Den næsthøjeste socioøkonomiske gruppe skiller sig også ud i forhold til andelen af højt præsterende. Det er den eneste gruppe, hvor andelen er større end OECD-gennemsnittet. Danske elever

[2] Se hovedrapporten kapitel 4.

fra den laveste socioøkonomiske gruppe skiller sig ud ved at være den gruppe, hvor andelen af højt præsterende er klart mindst set i forhold til OECD-gennemsnittet.

Den danske skole er altså bedre end OECD-gennemsnittet til at undgå, at elever fra alle socioøkonomiske baggrunde bliver lavt præsterende. Den er til gengæld ikke så god som OECD-gennemsnittet til at få eleverne til at blive højt præsterende, specielt den laveste socioøkonomiske gruppe af danske elever er meget sjældent højt præsterende.

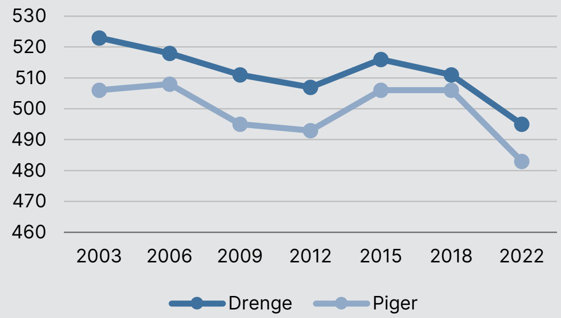
3.4.2 Køn

Figur 3.6 viser, hvor mange point de danske drenge og piger har scoret i PISA-testene i matematik fra 2003 til 2022.

I PISA 2022 scorer drengene igen i gennemsnit signifikant højere end pigerne, 12 point. Det er tæt på forskellen i hele OECD, hvor drengene gennemsnitligt scorer 9 point flere end pigerne, også en signifikant forskel. Til sammenligning er der en markant mindre, ikke signifikant, forskel på 1 til 3 point i Sverige, Norge og Island. I Finland scorer pigerne 6 point flere end drengene, også en signifikant forskel (OECD, 2023, Vol. I, kapitel 4,tabel I.B1.4.17).

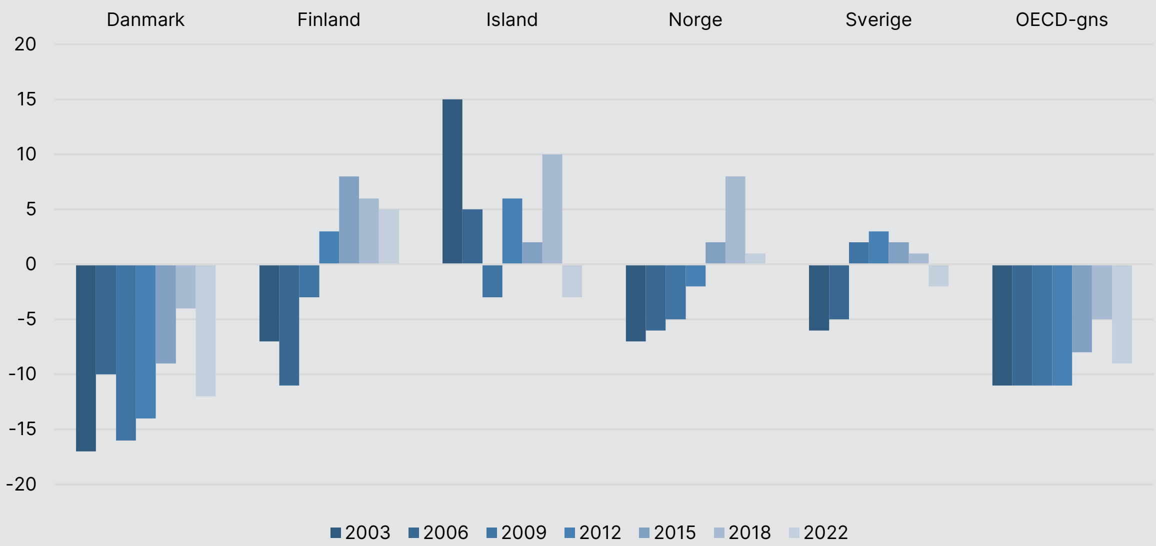
Figur 3.7 viser udviklingen i kønsforskelle mellem præstationerne i matematik i OECD og de nordiske lande.

Figur 3.6 Gennemsnitsscore for danske drenge og piger 2003-2020



Kilde: Christensen (2019); OECD (2023), Vol. I, kapitel 4, tabel I.B1.4.17.

Figur 3.7 Kønsforskel, gennemsnitlig score, piger-drenge, 2003-2022, i de nordiske lande og OECD

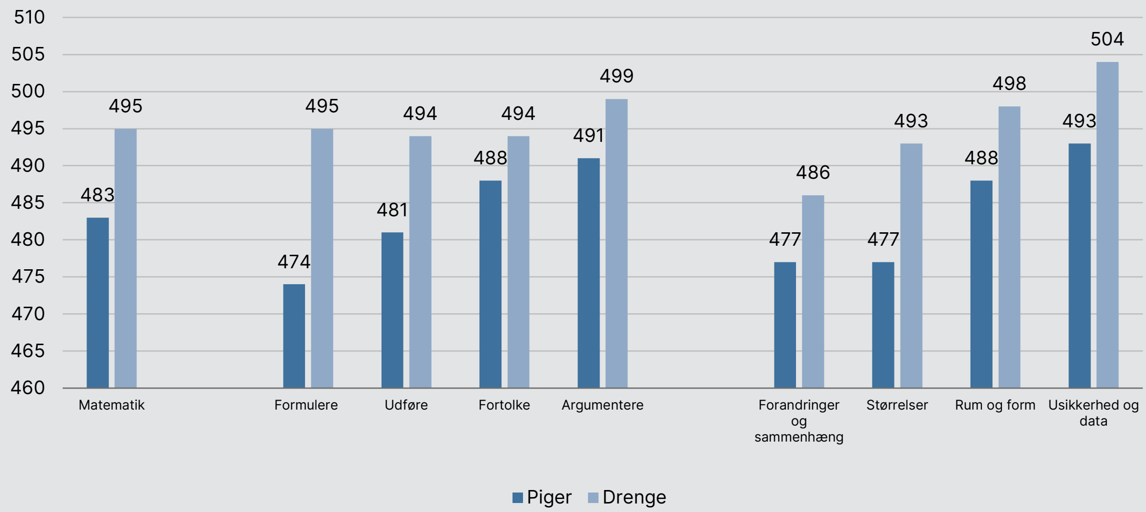


Kilde: Christensen (2019); OECD, 2023, Vol. I, kapitel 4, tabel I.B1.4.17.

Danmark er det eneste nordiske land, hvor drengene har scoret flere point end pigerne ved alle PISA-tests siden 2003, og forskellen har været signifikant alle år, undtagen i 2018. I de øvrige nordiske lande har der været PISA-tests, hvor pigerne scorede flere point end drengene, og i både Finland, Norge og Sverige er der en tendens til, at pigerne præsterer bedre og bedre i forhold til drengene. På dette punkt ligner Danmark således i højere grad OECD-gennemsnittet end de øvrige nordiske lande.

Figur 3.8 viser drengenes og pigernes gennemsnitsscore i Danmark, for matematik og fordelt på de fire processer og de fire matematiske indholdsområder.

Figur 3.8 Gennemsnitsscore for piger og drenge i Danmark, for matematik og hver af de fire delområder og de fire indholdsområder



Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 4, tabel I.B1.4.20-4.27.

Forskel på gennemsnitsscore i matematik for piger og drenge er som vist i Figur 3.85, 12 point. Når vi ser på denne forskel på drengenes og pigernes præstationer inden for processerne og de matematiske indholdsområder, kan vi se, at de danske drenge præsterer bedre end pigerne i alle processer og indholdsområder. Især ved processerne formulere og udføre, hhv. 21 og 13 point, samt indholdsområdet størrelser, 16 point, hvor forskellen er markant. Alle forskelle er signifikante, undtagen processerne fortolke og argumentere, hvor forskellen for danske piger og drenge ikke er signifikant.

Tabel 3.4 viser andelen af lavt og højt præsterende drenge og piger i Danmark og OECD.

Tabel 3.4 **Fordelingen af lavt og højt præsterende drenge og piger i Danmark og OECD.**

	Under niveau 2			Over niveau 4		
	Piger	Drenge	Forskel (piger-drenge)	Piger	Drenge	Forskel (piger-drenge)
	Procent	Procent	Procent dif.	Procent	Procent	Procent dif.
OECD gns.	31,6	30,6	**0,9**	6,8	10,5	**-3,7**
Danmark	21,1	19,8	1,3	5,4	9,9	**-4,5**
Finland	22,2	27,4	**-5,2**	7,6	9,5	**-1,9**
Island	33,6	34,6	-1,1	3,6	6,1	**-2,5**
Sverige	26,1	28,3	-2,2	8,4	11,5	**-3,1**
Norge	29,8	33,1	**-3,3**	5,3	8,4	**-3,1**

Anm.: Signifikant forskel er markeret med fed.

Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 4, tabel I.B1.4.31.

Der er ikke signifikant forskel i andelen af lavt præsterende piger og drenge i Danmark, Island eller Sverige. I Finld og Norge er der en signifikant større andel drenge, der hører til gruppen lavest præsterende, mens der i OECD er en signikant større andel piger i gruppen lavest præsterende. Til gengæld er andelen af højt præsterende drenge signifikant i alle de nordiske lande samt i OECD. I Danmark er andelen af højt præsterende drenge næsten dobbelt så stor som andelen af de højt præsterende piger, en større forskel end i de øvrige nordiske lande og OECD. En signifikant forskel for både de nordiske lande og OECD.

Resultaterne viser, at den generelle forskel mellem drengenes og pigernes præstation i Danmark delvist kan forklares med, at der er flere drenge end piger i gruppen af de højest præsterende elever.

Både i Danmark og i OECD som helhed er der sammenhæng mellem elevers socioøkonomiske baggrund og deres resultat i matematik (se afsnit 3.4.1). Tabel 3.5 viser fordelingen af lavt og højt præsterende piger og drenge efter socioøkonomisk baggrund, dvs. de elever, der scorer under niveau 2, og de elever, der scorer over niveau 4.

Tabel 3.5 **Fordeling af lavt og højt præsterende elever efter køn og socioøkonomisk baggrund.**

	Under niveau 2						Over niveau 4					
	Piger		Drenge		Forskel (piger-drenge)		Piger		Drenge		Forskel (piger-drenge)	
	Laveste 25 %	Højeste 25 %	Laveste 25 %	Højeste 25 %	Laveste 25 %	Højeste 25 %	Laveste 25 %	Højeste 25 %	Laveste 25 %	Højeste 25 %	Laveste 25 %	Højeste 25 %
OECD gns.	48,5	13,1	45,2	14,0	**3,3**	**-0,8**	1,8	15,7	3,5	22,4	**-1,7**	**-6,7**
Danmark	36,9	8,5	31,5	10,7	5,4	-2,2	1,2	11,1	2,1	17,9	-0,9	**-6,8**
Finland	36,7	7,4	41,0	14,2	-4,4	**-6,7**	2,3	16,5	3,3	19,6	-1,1	-3,2
Island	51,1	19,1	50,9	21,2	-0,2	-2,1	0,9	7,8	2,4	12,1	-1,5	-4,2
Sverige	45,5	9,6	43,2	12,2	-2,2	-2,6	1,8	18,5	3,5	24,4	-1,7	**-5,9**
Norge	47,0	12,5	47,0	20,0	0,0	**-7,5**	1,6	11,5	3,7	17,2	**-2,1**	**-5,7**

Anm.: Signifikant forskel er markeret med fed

Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 4, tabel I.B1.4.37.

I gruppen af lavt præsterende er der både i Danmark og i OECD-gennemsnittet lidt flere piger end drenge, men kun i OECD-gennemsnittet er forskellen signifikant. I Norden er det kun i Finland, der er flere drenge end piger blandt de lavt præsterende, men denne forskel er ikke signifikant. Til gengæld er der flere højt præsterende danske drenge end piger både med den nederste og med den højeste socioøkonomiske baggrund. Kun for den højeste gruppe er forskellen signifikant på 6,8 procentpoint sammenlignet med 4,5 procentpoint for alle elever.

3.4.3 Elever med indvandrerbaggrund

I PISA måles resultater for elever med indvandrerbaggrund opdelt i 1. og 2. generationsindvandrere.

Tabel 3.6 Gennemsnitsscore fordelt på indvandrere og ikke-indvandrere for de nordiske lande og OECD.

	Uden indvandrerbaggrund	Elever med indvandrerbaggrund			Forskel mellem elever med og uden indvandrerbaggrund
		Alle indvandrere	2. generation	1. generation	
	Gns.	Gns.	Gns.	Gns.	Forskel
OECD gns.	479	447	459	435	**-30**
Danmark	497	442	445	437	**-54**
Finland	491	425	442	413	**-65**
Island	464	427	436	419	**-37**
Sverige	499	436	449	423	**-63**
Norge	479	443	448	436	**-36**

Anm.: Signifikant forskel markeret med fed.

Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 7, tabel I.B1.7.17.

Tabel 3.6 viser, at danske elever med indvandrerbaggrund gennemsnitlig scorer 54 point mindre end elever, der ikke har en indvandrerbaggrund. Det er en markant større forskel end gennemsnittet i OECD-landene.

Fra 2012-2022 har der været signifikant forskel på elever med og uden indvandrerbaggrunds præstationer. Forskellen er svagt faldende fra 67 point i 2012 til 60 point i 2015, 56 point i 2018 og nu 54 point i 2022. (OECD, 2023, Vol. I, kapitel 7, tabel I.B1.7.18).

Resultaterne fra Tabel 3.6 viser forskellen, uden at der kontrolleres for elevernes socioøkonomiske baggrund eller sprog, der anvendes i hjemmet. I Danmark tilhører en større andel af eleverne med indvandrerbaggrund den laveste socioøkonomiske gruppe sammenlignet med OECD (Tabel 3.7).

Tabel 3.7 **Andel elever uden og med indvandrerbaggrund, der hører til hhv. den laveste og højeste socioøkonomiske gruppe (ESCS-indeks)**

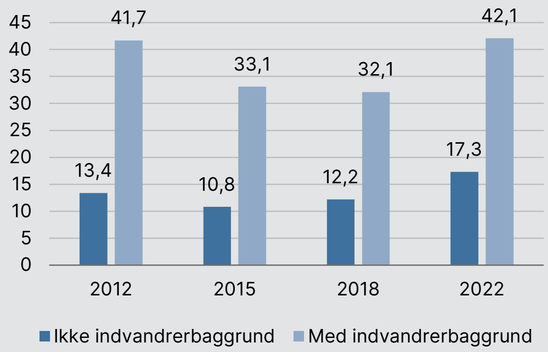
	Laveste 25 pct. socioøkonomisk baggrund			Højeste 25 pct. socioøkonomisk baggrund		
	Uden indvan-drerbaggrund	Med indvan-drerbaggrund	Forskel	Uden indvan-drerbaggrund	Med indvan-drerbaggrund	Forskel
OECD	22,2	37,1	**-14,9**	26,9	16,3	**10,6**
Danmark	21,2	55,9	**-34,6**	26,6	11,6	**15,0**

Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 7, tabel I.B1.7.5.

Der er stadig signifikant forskel på resultater i matematik mellem elever med og uden indvandrerbaggrund, når der kontrolleres for socioøkonomisk baggrund og sprog i hjemmet, men så reduceres forskellen til 29 point i 2012 og 2015, 28 point i 2018 og 21 point i 2022 (OECD, 2023, kapitel 7, tabel I.B1.7.53)

Figur 3.9 viser udvikling i andelen af lavt præsterende elever (under niveau 2) i Danmark med og uden indvandrerbaggrund fra 2012 til 2022.

Figur 3.9 **Andel af lavt præsterende elever med og uden indvandrerbaggrund 2012-2022**



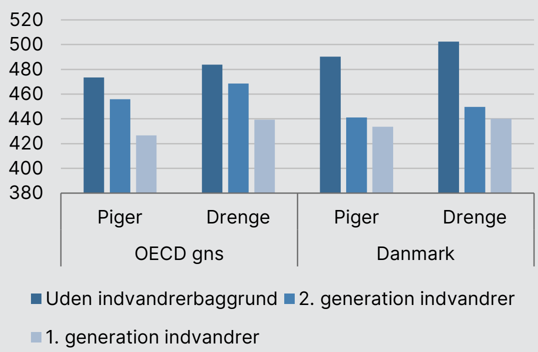
Kilde: OECD (2023), Vol. I, kapitel 7, tabel I.B1.7.37 og tabel I.B1.7.38.

Andelen af lavt præsterende elever er steget markant både for elever med og uden indvandrerbaggrund. Andelen af lavt præsterende elever med indvandrerbaggrund er ligesom i 2018 ca. 2,5 gange større end for elever uden. Det er et mindre fald fra 2012 og 2015, hvor andelen var ca. 3 gange så stor.

Figur 3.10 viser den gennemsnitlige score for elever uden indvandrerbaggrund samt 1. og 2. generationsindvandrere fordelt efter køn.

I både Danmark og i OECD scorer drenge højere end pigerne både i gruppen uden indvandrerbaggrund og grupperne af 1. og 2. generationsindvandrere. I Danmark er forskellen mellem drenge og piger dog ikke så stor for 1. generationsindvandrere (6 point) og 2. generationsindvandrere (9 point) som for drenge og piger uden indvandrerbaggrund (13 point). Denne tendens gælder ikke for OECD-gennemsnittet.

Figur 3.10 **Score for PISA 2022 for elever uden indvandrerbaggrund samt 1. og 2. generationsindvandrere fordelt efter køn**



Kilde: OECD (2023); Data Explorer, egne beregninger.

4 Matematikundervisningen

I dette kapitel behandles rammerne for matematikundervisningen, dvs. skolerne, klasserne, lærerne og den konkrete undervisning, herunder elevernes oplevelse af undervisningen. Resultaterne er hhv. skolelederes og elevers vurdering af spørgsmål fra PISAs spørgeskemaundersøgelse.

Som før sammenlignes resultaterne for de danske elever med elever fra de øvrige nordiske lande og OECD-gennemsnittet. Yderligere tilføjes i nogle tilfælde til sammenligning Singapore som højest scorende i PISA 2022, og Schweiz som et af de to europæiske lande, der har en gennemsnitsscore over 500.

4.1 Variation mellem skoler og på de enkelte skoler

Tabel 4.1 viser variationen i elevernes præstationer mellem skoler og på de enkelte skoler i Danmark og OECD, de nordiske lande, Schweiz og Singapore.

Tabel 4.1 Variation mellem skoler og på de enkelte skoler i Danmark, OECD, de nordiske lande, Schweiz og Singapore

	Som procentdel af den gennemsnitlige totale variation i matematikscore i OECD-landene		
	Samlet variation	Mellem skoler	På de enkelte skoler
	Procent	Procent	Procent
OECD gns.	100,0	31,6	68,3
Danmark	82,0	9,4	73,2
Finland	98,1	9	90,4
Island	94,9	6,6	89,4
Sverige	111,3	16,2	94,9
Norge	107,5	10,5	97,1
Schweiz	113,6	39,3	74,8
Singapore	130,2	41,2	88

Kilde: OECD (2022), Vol. I, kapitel 2, tabel I.B1.2.12.

Den samlede variation mellem elevernes præstationer er meget lille i Danmark, både sammenlignet med de øvrige nordiske lande, OECD, Schweiz og Singapore. Det kan have betydning i denne sammenhæng, at Danmark som det eneste af de nævnte lande har en fritagelsesprocent, der er større end det "tilladte", se PISA 2022 Data og metode – Delrapport (Klingsbjerg-Besreschel (2023).

Det er især variationen mellem skoler, der er meget lille i Danmark sammenlignet med det generelle resultat i OECD. Denne tendens gælder også for øvrige nordiske lande, hvorimod de to højtpræsterende lande, Schweiz og Singapore, begge har en variation mellem skoler, der er større end OECD-gennemsnittet.

Variationen på de enkelte skoler er lidt større i Danmark end i OECD generelt, men klart mindre end i de øvrige nordiske lande.

Samlet set er de danske skoler således kendetegnet ved, ligesom skolerne i de øvrige nordiske lande, at være meget ensartede i forhold til elevernes præstationer i matematik. Samtidig er variationen mellem elevernes præstationer på de enkelte skoler i Danmark markant mindre end på skolerne i de øvrige nordiske lande. Det betyder altså, at det ikke gør så stor forskel, hvilken skole den enkelte elev går på, især når variationen sammenlignes med OECD eller lande som Schweiz og Singapore.

4.2 Retningslinjer og indhold

Skolelederne er blevet spurgt, om 'matematiklærerne på skolen følger et standardiseret pensum, der som minimum beskriver indholdet på månedsbasis'.

Tabel 4.2 Følger matematiklærerne på skolen et standardiseret pensum, der som minimum beskriver indholdet på månedsbasis?

Land	Ja	Nej
International Average (OECD)	83	16
Finland	76	24
Danmark	21	79
Island	76	24
Sverige	58	42
Norge	89	11
Schweiz	71	29
Singapore	98	2

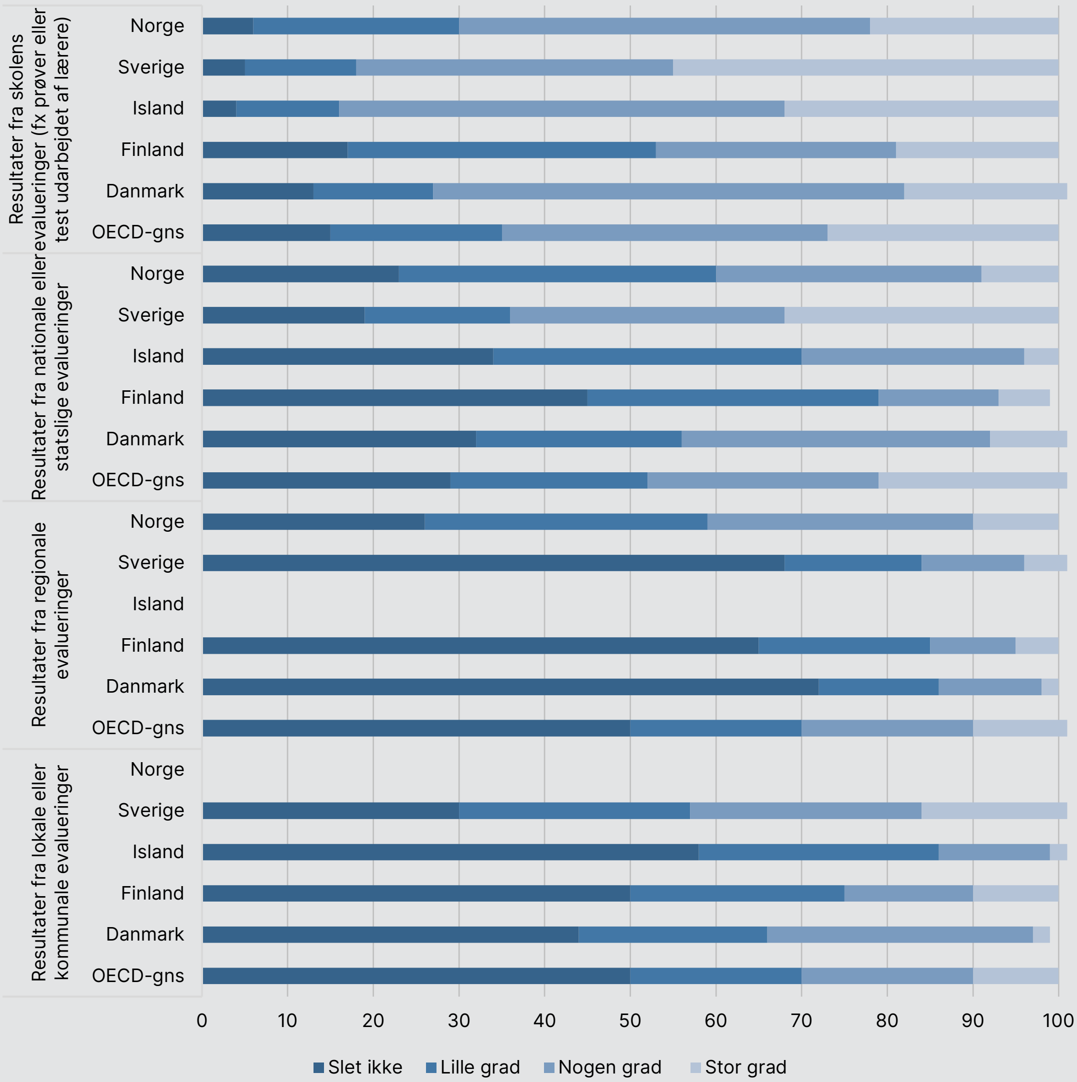
Kilde: Data Explorer, egne beregninger.

I Danmark svarer kun 21 % af skolelederne, at matematiklærerne følger et standardiseret pensum. Det er en meget lille andel, sammenlignet med både OECD-gennemsnittet og de øvrige nordiske lande. Hvordan skolelederne opfatter formuleringen 'et standardiseret pensum' er åbent for fortolkning, men tallene kan ses som udtryk for, at i hvert tilfælde skolelederne oplever, at matematiklærerne har en høj grad af frihed i forhold til indholdet af undervisningen (pensum) sammenlignet med både OECD-gennemsnittet, de øvrige nordiske lande og specielt Singapore.

4.2.1 Evaluering

Både lokale, regionale og nationale evalueringsværktøjer er et væsentligt element i skolens undervisning. Figur 4.1 viser skoleledernes vurdering af, i hvor høj grad skolens matematikundervisning er struktureret ud fra forskellige evalueringsværktøjer.

Figur 4.1: I hvor høj grad er skolens matematikundervisning struktureret ud fra følgende ressourcer? Ifølge skoleledere i Danmark, de øvrige nordiske lande og OECD.[1]



Note: [1] Resultater ikke relevant for Island på regionalt niveau og Norge på lokalt/kommunalt niveau.

Kilde: Data Explorer, egne beregninger.

I Danmark er det især resultater af evalueringer udarbejdet af skolens lærere, der er med til at strukturere matematikundervisningen. Denne tendens ligner resultatet i hele OECD, men er ikke så markant som i Island og Sverige.

56 % af skolelederne vurderer, at de nationale evalueringer (nationale test og folkeskolens prøver) slet ikke eller kun i mindre grad er med til at strukturere matematikundervisningen. Det er væsentligt mindre end Island og Finland, men på niveau med OECD generelt og Norge.

Skolelederne vurderer, at regionale og kommunale evalueringer kun har en meget begrænset betydning i Danmark.

4.3 Lærerne

Tabel 4.3 viser, hvordan de danske skoleledere har svaret på spørgsmålet om, hvorvidt undervisningen på skolen er hindret af utilstrækkeligt eller dårligt uddannede lærere.

Tabel 4.3 Andel utilstrækkeligt eller dårligt uddannede lærere

	Slet ikke	Meget lidt	Til en vis grad	Meget
OECD	37	37	22	4
Danmark	60	34	6	0
Finland	46	42	12	1
Island	56	35	8	0
Sverige	28	35	31	6
Norge	33	55	12	0
Schweiz	43	40	16	1
Singapore	56	37	6	2

Kilde: Data Explorer, egne beregninger.

Danske elever møder, ifølge danske skoledere, i langt den største del af undervisningstiden velkvalificerede lærere. Kun 6 % af skolelederne svarer, at undervisningen til en vis grad er hindret af utilstrækkeligt eller dårligt uddannede lærere, hvilket er en lille andel i forhold til fx Sverige, hvor tallet er 31 %, og den gennemsnitlige andel i OECD på 22 %. Det er også bemærkelsesværdigt, at andelen i Schweiz er næsten tre gange større, nemlig 16 %.

4.4 Lektier

Tabel 4.4 viser, hvor meget tid eleverne bruger på hjemmearbejde i matematik pr. dag i en typisk skoleuge. For hver svarmulighed vises herudover den gennemsnitlige score i matematik for elevgruppen.

Tabel 4.4 **Tidsforbrug pr. dag på hjemmearbejde i matematik og gennemsnitlig score**

	Op til 30 minutter om dagen		Mere end 30 minutter og op til 1 time om dagen		Mere end 1 time og op til 2 timer om dagen		Mere end 2 timer og op til 3 timer om dagen		Mere end 3 timer og op til 4 timer om dagen		Mere end 4 timer om dagen	
Land	Gns.	Pct.	Gns.	Pct.	Gns.	Pct.	Gns.	Pct.	Gns.	Pct.	Gns.	Pct.
OECD gns.	474	53	482	25	475	14	464	4	448	1	423	1
Danmark	500	73	493	19	465	6	451	2	‡	#	414	1
Island	471	65	463	20	457	10	458	3	‡	1	‡	1
Sverige	499	74	464	16	456	7	450	2	‡	#	405	1
Norge	484	68	474	19	457	8	438	3	424	1	420	1
Finland	495	81	480	14	455	4	433	1	440	#	406	1

Kilde: Data Explorer, egne beregninger.

De fleste danske elever, 73 %, bruger op til 30 minutter om dagen på hjemmearbejde i matematik. Det er samme niveau som de øvrige nordiske lande, men noget mere end OECD-gennemsnittet, hvor 53 % bruger op til 30 minutter – og resten således bruger mere tid på hjemmearbejde.

Sammenholdes tid anvendt på lektier med elevernes score ses følgende. I Danmark og de øvrige nordiske lande scorer de elever, der bruger mere tid på hjemmearbejde, i gennemsnit færre point. Det er forskelligt fra det samlede OECD-gennemsnit, hvor den højeste score er hos de elever, der bruger 30-60 minutter pr. dag på hjemmearbejde. For de danske elever er der en signifikant sammenhæng mellem den tid, de bruger på hjemmearbejde, og deres score. De elever, der bruger mest tid på hjemmearbejde, scorer lavest. Det gælder også, når der er kontrolleret for socioøkonomisk baggrund (OECD, 2023, Vol. I, kapitel 5, tabel II.B1.5.27).

4.5 Matematikundervisningens indhold

For at tegne et billede af indholdet af matematikundervisningen i de enkelte lande er eleverne blevet spurgt, hvor ofte de er stødt på forskellige typer af matematiske opgaver i løbet af deres skoletid. Tabel 4.5[3] viser svarene fra danske elever, OECD-gennemsnittet og de øvrige nordiske lande.

[3] Svarprocenten i både Danmark og flere af de nordiske lande er under 85 for dette og de følgende spørgsmål i afsnit 4.5-4.7.

Tabel 4.5 Hyppighed af forskellige typer af matematiske opgaver i Danmark, de øvrige nordiske lande og OECD-gns.

		Ofte		Nogle gange		Sjældent		Aldrig	
		Gennem-snitsscore	Pct.	Gennem-snitsscore	Pct.	Gennem-snitsscore	Pct.	Gennem-snitsscore	Pct.
Løsning af en ligning såsom $6x^2 + 5 = 29$	OECD gns.	500	57	463	28	439	9	428	6
	Danmark	505	49	496	39	471	9	446	3
	Finland	519	46	475	40	449	9	443	5
	Island	485	59	455	31	425	7	399	4
	Sverige	509	44	485	40	456	10	436	5
	Norge	496	47	480	40	433	9	406	4
At skulle uddrage matematiske oplysninger fra diagrammer, grafer eller simuleringer	OECD gns.	488	35	481	41	472	16	441	8
	Danmark	517	50	482	42	464	7	417	2
	Finland	509	24	492	51	486	18	458	7
	Island	473	24	472	44	464	20	459	12
	Sverige	501	36	493	48	466	12	423	4
	Norge	498	30	487	50	462	15	421	5
At skulle identificere matematiske aspekter ved et problem fra den virkelige verden	OECD gns.	478	17	477	38	486	28	474	16
	Danmark	510	20	494	51	502	25	460	4
	Finland	505	11	492	45	495	31	476	13
	Island	462	15	467	41	478	30	480	14
	Sverige	490	20	489	46	495	26	474	9
	Norge	477	13	489	47	482	30	480	10
At skulle fremstille en situation matematisk ved brug af variable, symboler eller diagrammer	OECD gns.	497	31	478	40	468	19	453	10
	Danmark	506	35	491	50	483	12	441	3
	Finland	516	18	494	49	486	23	495	10
	Island	476	19	475	43	468	26	461	12
	Sverige	507	35	487	47	474	14	443	4
	Norge	495	22	488	53	470	20	439	5
At skulle arbejde med matematiske computersystemer (fx regneark, programmeringssoftware, grafiske regnemaskiner)	OECD gns.	480	19	474	32	483	25	479	24
	Danmark	518	54	482	36	452	8	458	3
	Finland	504	13	491	46	496	29	480	12
	Island	467	21	467	40	478	25	465	14
	Sverige	496	32	487	42	499	19	483	8
	Norge	499	32	479	47	465	16	432	6

Kilde: OECD Data Explorer, egne beregninger.

I forhold til, hvor ofte der arbejdes med en ligning uden for kontekst, ligger svarene fra de danske elever på niveau med de øvrige nordiske lande, men lidt lavere end OECD-gennemsnittet.

Til gengæld møder de danske elever oftere opgavetyper, hvor matematikken behandles i en omverdenskontekst, både i forhold til OECD-gennemsnittet og de øvrige nordiske lande. Det fremgår bl.a. af følgende tre opgaver:

- 'at skulle uddrage matematiske oplysninger fra diagrammer, grafer eller simuleringer', hvor 50 % af de danske elever svarer ofte (35 % i OECD) og 3 % aldrig (24 % i OECD).
- 'at skulle identificere matematiske aspekter ved et problem fra den virkelige verden', hvor 20 % af de danske elever svarer ofte (17 % i OECD) og 4 % aldrig (16 % i OECD).
- 'at skulle fremstille en situation matematisk ved brug af variable, symboler eller diagrammer', hvor 35 % af de danske elever svarer ofte (31 % i OECD) og 3 % aldrig (10 % i OECD.

Den type opgave, hvor de danske elevers svar skiller sig mest ud, er dog 'at arbejde med matematiske computersystemer'. Her svarer 54 % af de danske elever ofte og kun 3 % aldrig, hvilket er markant forskelligt fra både OECD-gennemsnittet (19 % ofte og 24 % aldrig) og de øvrige nordiske lande.

4.6 Lærerpraksisser

Figur 4.2 viser elevernes oplevelse af forskellige lærerpraksisser, dvs. hvor ofte læreren gør forskellige ting i matematiktimerne.

Flest danske elever svarer, at disse to typer af lærerpraksisser er hyppige i dansk matematikundervisning:

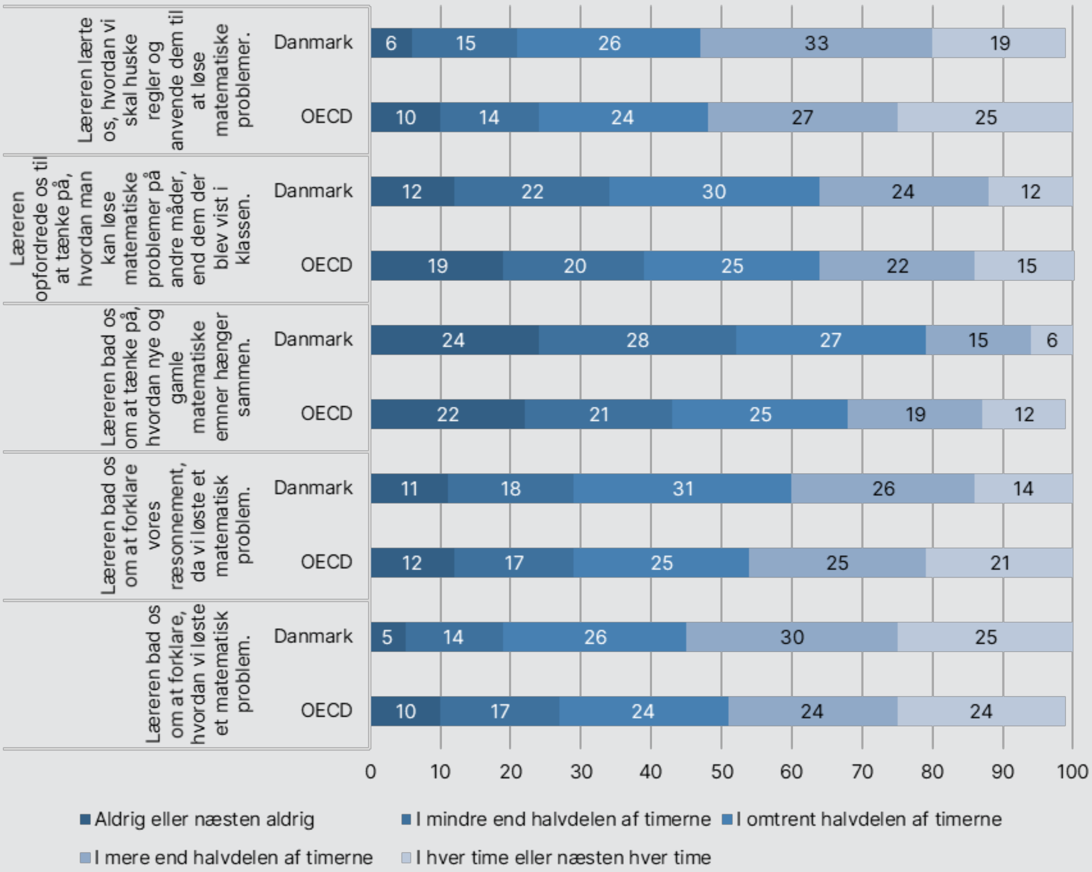
- Læreren lærte os, hvordan vi skal huske regler og anvende dem til at løse matematiske problemer
- Læreren bad os om at forklare, hvordan vi løste et matematisk problem.

Og følgende praksis skete sjældent:

- Læreren bad os om at tænke på, hvordan nye og gamle matematiske emner hænger sammen.

Både i Danmark og i OECD generelt er lærerens praksis ofte både at forklare matematiske sammenhænge og regler og at få eleverne til at forklare og argumentere for deres løsninger. Resultaterne for Danmark ligner i høj grad det samlede resultat for OECD.

Figur 4.2 Hyppigheder af elevernes oplevelse af forskellige lærerpraksisser i Danmark og OECD



Kilde: Data Explore, egne beregninger.

4.7 Elevernes oplevelse af matematikundervisningen

De næste tre afsnit handler om elevernes oplevelse af matematikundervisningen, herunder deres egen rolle.

4.7.1 Elevernes deltagelse og engagement

Tabel 4.6 viser udvalgte udsagn om deltagelse og engagement, som eleverne har svaret på, hvor ofte de har gjort dette skoleår.

Tabel 4.6 **Elevernes deltagelse og engagement i matematikundervisning i Danmark, de øvrige nordiske lande og OECD**

		Aldrig eller næsten aldrig		Mindre end halvdelen af tiden		Omtrent halvdelen af tiden		Mere end halvdelen af tiden		Hele eller næsten hele tiden	
		Score	Pct.	Score	Pct.	Score	Pct.	Score	Pct.	Score	Pct.
Jeg deltog aktivt i gruppediskussioner i matematiktimerne	OECD-gns	464	22	478	22	475	24	492	19	497	14
	Danmark	453	11	477	19	486	26	511	27	538	17
	Finland	478	17	487	25	483	28	507	19	512	11
	Island	456	14	472	16	454	25	479	24	489	21
	Sverige	462	10	482	20	482	24	499	24	515	21
	Norge	443	14	476	23	475	25	496	22	510	15
Jeg stillede spørgsmål, når jeg ikke forstod det matematikmateriale, der blev undervist i	OECD-gns	467	13	475	17	466	23	486	24	497	22
	Danmark	465	6	475	15	476	22	499	31	521	25
	Finland	491	12	497	21	477	28	498	24	518	16
	Island	419	6	458	10	438	22	473	29	497	33
	Sverige	479	7	478	16	473	22	498	29	514	26
	Norge	441	9	467	17	461	27	494	25	518	21
Jeg gav op, når jeg ikke kunne forstå det matematikmateriale, der blev undervist i	OECD-gns	510	30	488	30	453	20	453	13	442	8
	Danmark	536	28	499	36	460	18	458	11	459	7
	Finland	534	24	496	35	457	21	465	13	454	6
	Island	504	28	470	31	435	20	452	12	434	10
	Sverige	532	24	501	31	467	19	466	17	455	9
	Norge	522	21	491	33	452	22	451	15	449	9
Jeg tabte interessen i matematiktimerne	OECD-gns	492	20	496	28	469	22	468	17	459	13
	Danmark	521	16	514	33	480	24	473	16	463	11
	Finland	518	11	516	31	478	26	478	18	465	13
	Island	497	15	497	29	456	24	442	17	437	14
	Sverige	511	10	514	27	478	24	486	22	467	16
	Norge	479	9	506	25	474	25	472	22	462	20

Kilde: Data Explorer, egne beregninger.

De danske elever deltog aktivt i gruppediskussioner og stillede spørgsmål, når de ikke forstod matematikken oftere end OECD-gennemsnittet og på niveau med de øvrige nordiske lande på nær Norge og Finland, hvor eleverne gjorde dette sjældnere. Samtidig tabte de ikke så ofte interessen og gav op, når de ikke forstod det, sammenlignet med de øvrige nordiske lande og på niveau med OECD-gennemsnittet. Der tegner sig altså et billede af, at de danske elever er aktive i klassefællesskabet og arbejder selvstændigt med matematikken.

4.7.2 Elevernes selvsikkerhed

Tabel 4.7 viser elevernes vurdering af , hvor selvsikre de føler sig ved at skulle udføre forskellige matematikopgaver og deres matematikscore for hver svargruppe.

Tabel 4.7 Elevernes selvsikkerhed i Danmark, de øvrige nordiske lande og OECD[1]

		Slet ikke selvsikker		Ikke ret selvsikker		Selvsikker		Meget selvsikker	
Beregne, hvor meget dyrere en computer bliver, når der lægges moms på	OECD gns.	430	12	450	28	484	39	535	21
	Danmark	427	7	457	26	497	43	548	23
	Finland	438	10	460	30	500	40	552	20
	Island	430	10	437	23	471	45	519	22
	Sverige	427	11	458	29	495	38	561	22
	Norge	432	14	451	29	488	35	534	22
Løse en ligning såsom 3x + 5 = 17	OECD gns.	408	8	424	14	464	36	522	42
	Danmark	418	7	440	13	481	35	531	45
	Finland	416	7	437	15	479	38	538	40
	Island	403	8	406	12	449	37	510	43
	Sverige	402	6	424	13	466	36	537	45
	Norge	396	6	412	14	473	36	548	44
At skulle arbejde med matematiske computersystemer (fx regneark, programmeringssoftware, grafiske regnemaskiner)	OECD gns.	457	16	472	32	485	39	512	13
	Danmark	435	8	468	23	496	49	542	21
	Finland	467	11	479	36	501	42	536	11
	Island	437	14	462	25	472	48	510	13
	Sverige	453	8	473	27	491	44	532	21
	Norge	428	11	458	31	497	44	528	14

Note: 1) svarprocent under 85 for alle nordiske lande

Kilde: Data Explorer, egne beregninger.

De første to eksempler handler om at lægge moms til en pris og løsning af en førstegradsligning. Her ligner de danske elevers svar både OECD-gennemsnittet og svarene fra eleverne i de øvrige nordiske lande.

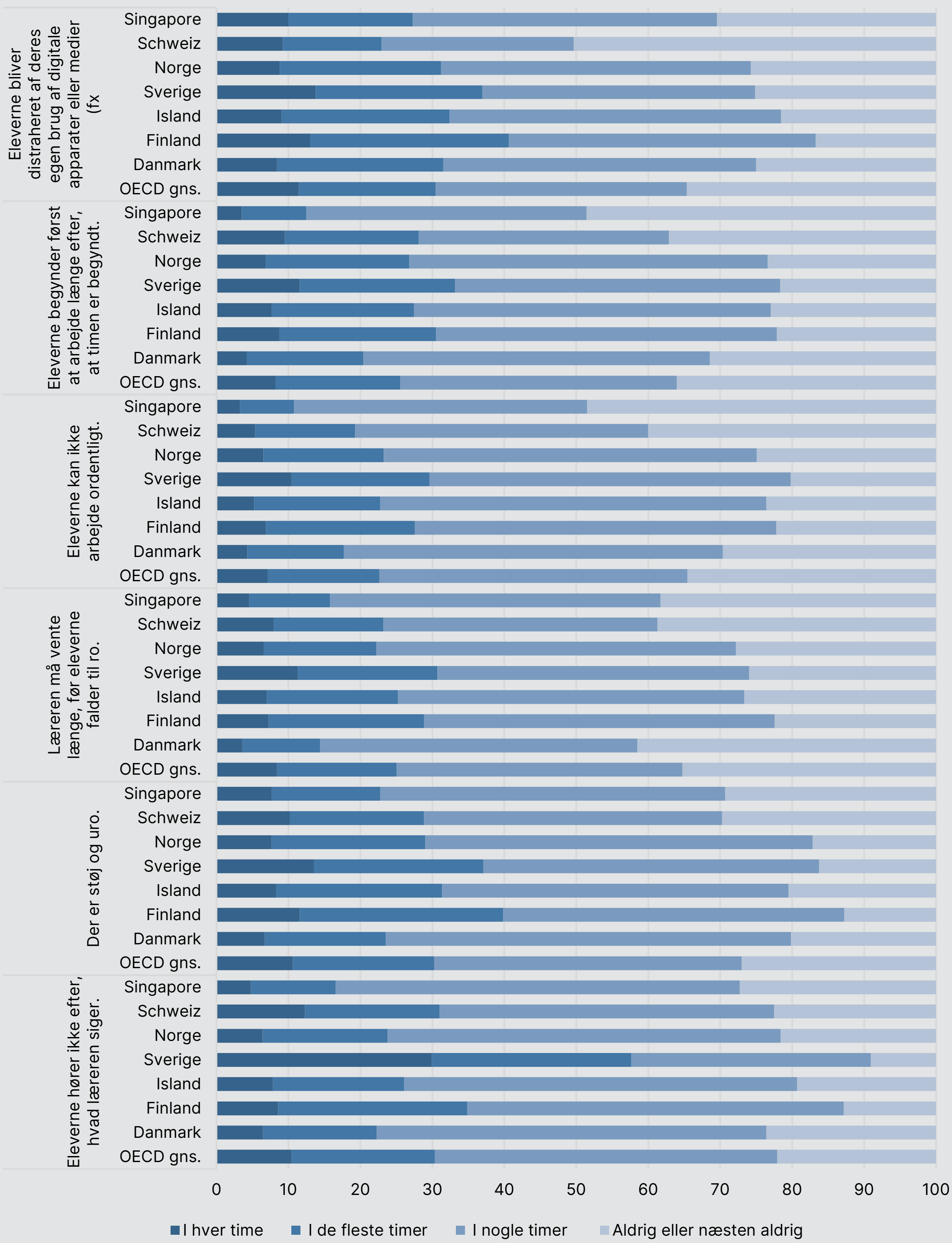
Til gengæld skiller de danske elevers svar på det sidste eksempel, der handler om at arbejde med matematiske computersystemer, sig ud. Her har de danske elever markant mere selvtillid end OECD-gennemsnittet og de øvrige nordiske lande, hvilket hænger godt sammen med, at de danske elever i langt højere grad anvender matematiske computersystemer end elever i de øvrige lande.

4.7.3 Elevers oplevelse af arbejdsro

I Figur 4.3 kan man se elevernes vurdering af forskellige forhold som arbejdsro og mulighed for koncentration og fordybelse i matematikundervisningen.

De danske elevers svar giver generelt et positivt billede af arbejdsro og muligheden for koncentration i matematikundervisningen, sammenlignet med de øvrige lande. De danske elevers svar på specielt de fem sidste udsagn er således på linje med eleverne i Singapore og generelt udtryk for sjældnere forekommende uro og manglende koncentration end de øvrige nordiske lande. Med hensyn til det første udsagn ligner svarene fra alle landene hinanden, men her er det vigtigt at være opmærksom på, at de danske elever bruger digitale værktøjer væsentligt mere.

Figur 4.3 Arbejdsro og mulighed for koncentration og fordybelse i Danmark, de øvrige nordiske lande, OECD, Schweiz og Singapore



Kilde: OECD (2023), Vol. II, kapitel 3, tabel II.B1.3.9.

5 Matematik og digitale værktøjer

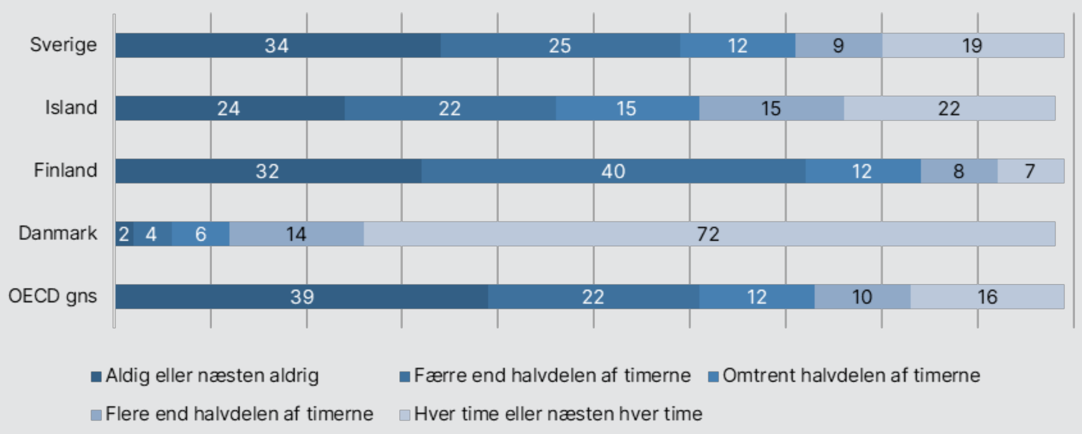
Dette kapitel handler om omfanget af brugen af digitale værktøjer[4] i matematikundervisningen, samt hvordan digitale værktøjer bruges. I afsnit 5.1 sammenlignes omfanget af brugen af digitale værktøjer med de nordiske lande (undtagen Norge, hvor data er ikke tilgængelige) og de øvrige lande, der deltager i denne del af undersøgelsen. I afsnit 5.2 er der fokus på, hvordan de digitale værktøjer bruges i matematikundervisningen.

Både afsnit 5.1 og 5.2 viser elevernes vurdering baseret på deres besvarelser af elevspørgeskemaundersøgelsen om brugen af digitale værktøjer. Nogle af resultaterne giver anledning til nye interessante spørgsmål, som desværre ikke bliver besvaret i denne undersøgelse.

5.1 Hvor ofte bruges digitale værktøjer i matematikundervisningen?

Eleverne blev spurgt, hvor ofte de bruger digitale værktøjer i matematikundervisningen. 72 % af de danske elever svarede, at de bruger digitale værktøjer i hver time eller næsten hver time. Det er en ekstrem stor andel sammenlignet med andre lande. I gennemsnittet svarer 16 % af eleverne i OECD-landene, at de bruger digitale værktøjer i hver time eller næsten hver time, og i fx Finland er det kun 7 % af eleverne. De danske elever er således dem, der bruger digitale værktøjer klart mest af alle, Island er nummer 2 i Norden, her svarer 22 %, at de bruger digitale værktøjer hver time eller næsten hver time.

Figur 5.1 Elevers brug af digitale værktøjer i faget matematik i Danmark, OECD og de nordiske lande (undtagen Norge)



Anm.. Bemærk, at Norge ikke deltager i undersøgelsen af brug af digitale værktøjer.

Kilde: Data Explorer 2022, egne beregninger.

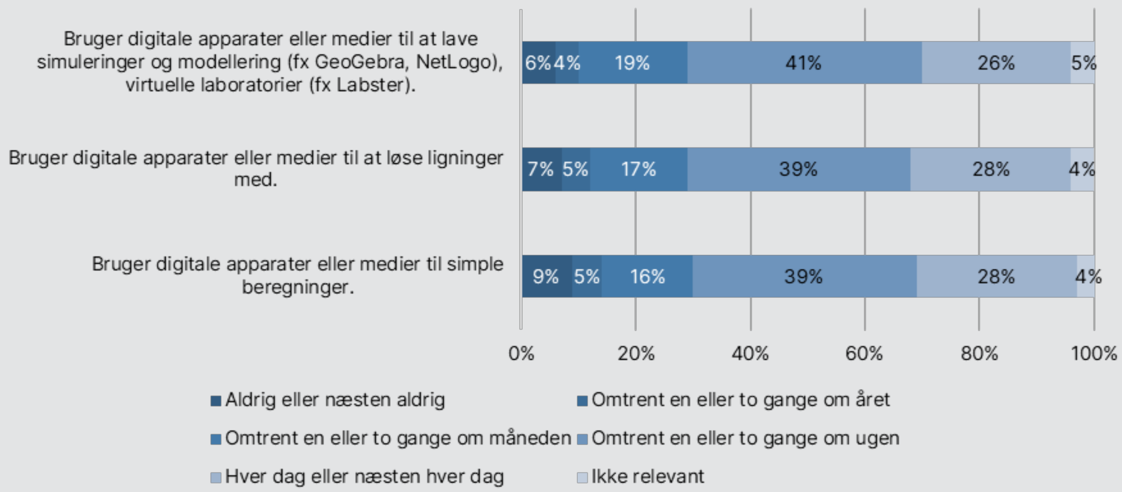
[4] I spørgeskemaerne kaldes de 'digitale apparater og medier'.

Hvis resultaterne fra Figur 5.1 sammenlignes med andre lande, skal vi til Australien for at finde det land, der kommer tættest på Danmark, hvor 72 % af eleverne svarer, at de bruger digitale værktøjer hver time eller næsten hver time, hvor svarprocenten for Australien er 37 %. Andre lande, der har svarprocent over 30 % for den højeste kategori, er Malta med 36 % og USA med 32 %. I den anden ende, hvor kun 2 % af de danske elever svarer, at de aldrig eller næsten aldrig bruger digitale værktøjer i faget matematik, er svarprocenten for tyske, polske, spanske og belgiske elever 46 %, og i flere lande ligger den over 50 %, for eksempel i Japan, Grækenland, Slovenien og Korea (Data Explorer 2022, egne beregninger).

5.2 Hvordan bruges digitale værktøjer i matematikundervisningen?

Eleverne blev spurgt, hvordan digitale værktøjer blev brugt i matematikundervisningen.

Figur 5.2 Brugen af digitale værktøjer. Hvor ofte bruger du digitale apparater eller medier i dine matematiktimer, eller når du laver dit hjemmearbejde, til følgende?



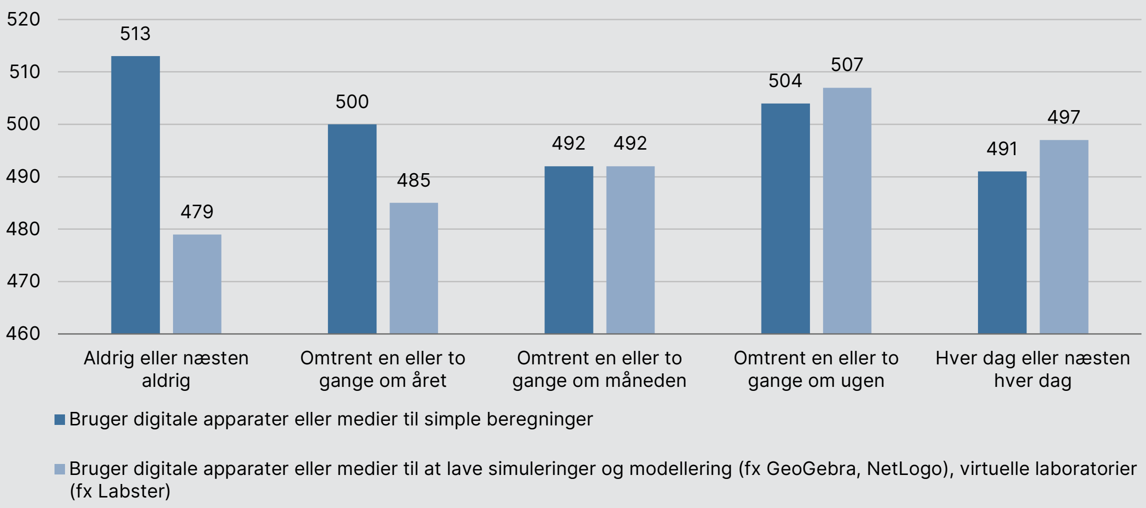
Anm.: Svarprocent for de danske elever er under 85 %.

Kilde: Data Explorer 2022, egne beregninger.

Besvarelserne i alle tre kategorier er stort set ens. Cirka 70 % af de danske elever svarer, at de en til to gange om ugen eller oftere bruger digitale værktøjer til at lave simuleringer eller modellering, løse ligninger og foretage simple beregninger.

Der er naturligvis stor forskel på at bruge digitale værktøjer til fx at lave simuleringer og modellering og til at udføre simple beregninger. Figur 5.3 viser den gennemsnitlige score for elever fordelt efter, hvor ofte de anvender digitale værktøjer til simple beregninger.

Figur 5.3 Gennemsnitsscore i matematik for de 5 niveauer i brugen af digitale værktøjer til hhv. simple beregninger og til at lave simuleringer og modellering



Kilde: Data Explorer 2022, egne beregninger.

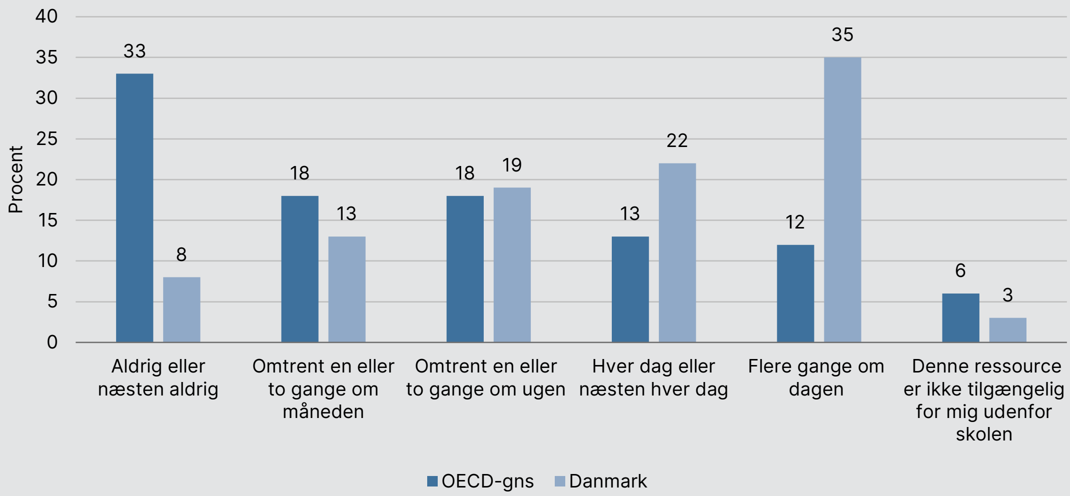
Figur 5.3 viser, at de elever, der bruger digitale værktøjer mindst til simple beregninger, scorer højest, og visa versa. De elever, der bruger digitale værktøjer mest til at lave simuleringer og modellering, scorer gennemsnitligt højest.

Disse resultater viser sammenhæng mellem, hvordan eleverne bruger de digitale værktøjer i matematikundervisningen. Den højeste score i Figur 5.3 ses ved de elever, som aldrig eller næsten aldrig bruger digitale værktøjer til simple beregninger, og den laveste score ses ved de elever, der aldrig eller næsten aldrig bruger det samme til simulering og modellering. På den anden side ser vi, at elever, der bruger digitale værktøjer til simulering og modellering hver dag eller næsten hver dag, scorer højere end elever, der bruger digitale værktøjer til simple beregninger i samme grad.

På tværs af fag blev eleverne spurgt om deres brug af computerprogrammer, spil, apps og andre undervisningsmaterialer (fx MatematikFessor og Duoling) både i og uden for skolen. I figurerne 5.4 og 5.5 ser vi nærmere på deres svar for, hvad der foregår i skolen. Informationer for tilsvarende undervisningsrelaterede programmer uden for skolen kan findes på PISAs online data explorer.

Figur 5.4 viser andel elever i procenter, hvor ofte danske elever, sammenlignet med OECD, anvender computerspil, apps eller andet digitalt undervisningsmateriale, fx MatematikFessor og Duolingo i skolen.

Figur 5.4 **Andel af eleverne, der anvender computerspil, apps eller andet digitalt undervisningsmateriale i skolen**

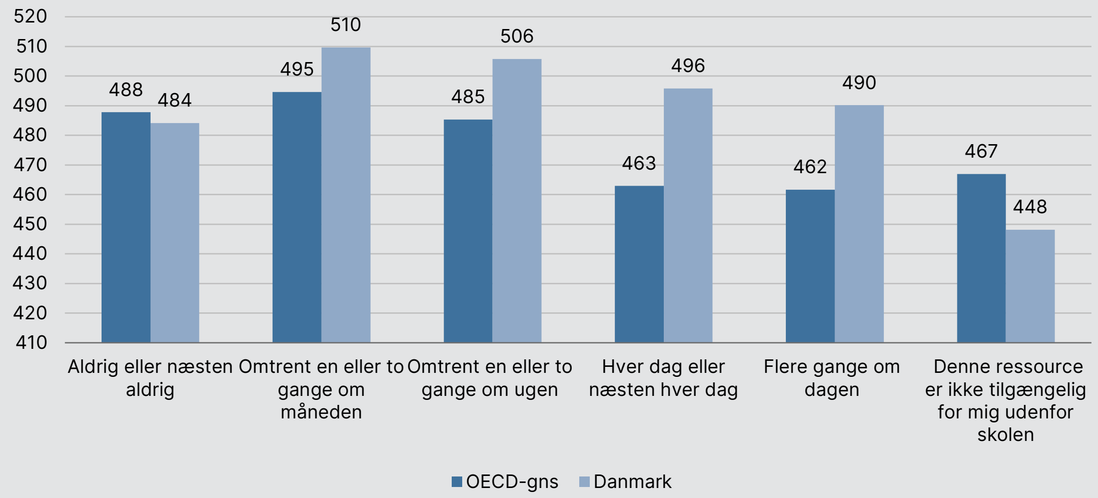


Kilde: Data Explorer 2022, egne beregninger.

De danske elever bruger denne type programmer markant oftere i skolen end OECD-gennemsnittet (Figur 5.4). Over halvdelen af de danske elever bruger således disse programmer dagligt (25 % i OECD) og kun ca. 20 % en til to gange om måneden eller sjældnere (50 % i OECD).

Figur 5.5 viser gennemsnitsscore for de 6 svarkategorier om brugen af computerspil, apps og andre digitale undervisningsmaterialer (fx MatematikFessor og Duolingo) i skolen.

Figur 5.5 Gennemsnitsscore i matematik for elever med forskellig brug af computerspil, apps og andre digitale undervisningsmaterialer



Kilde: Data Explorer 2022, egne beregninger.

Hvis man ser på elevernes score i matematik i forhold til brug af disse programmer, gælder det for både de danske elever og generelt i OECD, at jo oftere eleverne anvender programmerne, jo lavere scorer de, en tendens, der dog ikke gælder for de elever, som aldrig eller næsten aldrig anvender programmerne (Figur 5.5).

6 Konklusion

De danske elever scorer i gennemsnit 489 point i PISA 2022, en tilbagegang på 20 point fra PISA 2018. Den samme tilbagegang ses for de øvrige nordiske lande og OECD generelt.

Andelen af lavt præsterende elever (under niveau 2) er vokset fra 14,6 % i 2018 til 20,4 % i 2022. Samtidig er andelen af højt præsterende (over niveau 4) faldet fra 11,6 % til 7,7 %. Det er især elever med baggrund i den laveste socioøkonomiske gruppe, der sjældent er højt præsterende. I denne gruppe er 1,7 % af de danske elever højt præsterende i forhold til 2,6 % i OECD.

De danske drenge scorer signifikant højere end pigerne (hhv. 495 point og 483 point), ligesom det er tilfældet i OECD generelt. Den udvikling, der har været i flere af de øvrige nordiske lande, hvor pigerne er gået fra tidligere at score lavere end drengene til nu at score højere, har ikke fundet sted i Danmark. Det skyldes bl.a., at andelen af højt præsterende piger i Danmark kun er ca. halvt så stor (5,5 %) som andelen af højt præsterende drenge (9,9 %).

Elever med indvandrerbaggrund scorer ligesom ved de tidligere PISA-undersøgelser lavere end elever uden indvandrerbaggrund. Forskellen har været svagt faldende fra 29 point i 2012 til 21 point i 2022, når der kontrolleres for socioøkonomisk baggrund og sprog i hjemmet.

Danmark er det land, hvor eleverne bruger digitale værktøjer mest i matematikundervisningen. 72 % af eleverne svarer, at de bruger digitale værktøjer hver eller næsten hver time. Der er stor variation i, hvordan de digitale værktøjer bruges og kvaliteten af brugen.

Litteratur

Børne- og Undervisningsministeriet (2019). *Matematik: Faghæfte 2019*. Børne- og Undervisningsministeriet.

Christensen, V.T. (2019). *PISA 2018. En sammenfatning*. VIVE – Det Nationale Forsknings- og Analysecenter for Velfærd.

emu (2022a). *Evaluering af forsøg med teknologiforståelse.* https://emu.dk/grundskole/forskning-og-viden/paedagogisk-it/evaluering-af-forsoeg-med-teknologiforstaaelse?b=t5-t34-t2868.

emu (2022b). *Computationel tankegang*. https://emu.dk/grundskole/teknologiforstaaelse/computationel-tankegang?b=t5-t34.

Klingsbjerg-Besreschel, M. (2023). *PISA 2022 Data og metode – Delrapport*. VIVE – Det Nationale Forsknings- og Analysecenter for Velfærd.

Lindenskov, L. & Weng, P. (2011). *Matematikken i PISA – i didaktisk perspektiv*. MONA – Matematik- Og Naturfagsdidaktik, (2).

Niss, M.A. (2017). Numeracy, mathematical literacy og matematisk kompetence. *Viden om Literacy*, 22, 4-9.

Niss, M.A. & Jensen, T.H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriets Forlag.

OECD (2023). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*. OECD Publishing.

VIA University College

UCL
Erhvervsakademi og Professionshøjskole

DANMARKS STATISTIK

VIVE