



BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET



Vejledning til Matematik A & B, htx

Oktober 2022

Vejledning til Matematik A & B, htx
Oktober 2022

2022

ISBN nr. [xxx xxx xxx] (web udgave)

Design: Center for Kommunikation og Presse
Denne publikation kan ikke bestilles.
Der henvises til webudgaven.

Publikationen kan hentes på:
www.uvm.dk
Børne- og Undervisningsministeriet
Departementet
Frederiksholms Kanal 21
1220 København K

Indhold

Indledning.....	4
1 Identitet og formål	5
1.1 Identitet.....	5
1.2 Formål.....	5
2 Faglige mål og fagligt indhold	7
2.1 Faglige mål	7
2.2 Kernestof og mindstekrav	11
2.3 Supplerende stof.....	20
2.4 Omfang	20
3 Tilrettelæggelse	22
3.1 Didaktiske principper.....	22
3.2 Arbejdsformer	23
3.3 It.....	26
3.4 Samspil med andre fag.....	28
4 Evaluering.....	29
4.1 Løbende evaluering	29
4.2 Prøveform	29
4.3 Bedømmelseskriterier.....	33

Indledning

Vejledningen præciserer, kommenterer, uddyber og giver anbefalinger vedrørende udvalgte dele af læreplanens tekst, men indfører ikke nye bindende krav.

Citater fra læreplanen er anført i citationstegn og kursiv.

Følgende ændringer er foretaget i vejledningen i september 2022:

- Præcisering af bedømmelseskriterier ved mundtlig projekteksamen på B-niveau.
- Sproglige præciseringer i hele dokumentet.
- Tilføjelser af eksempler på opbygning af spørgsmål til prøven på B- og A-niveau.
- Dele om globale kompetencer er tilføjet.

1 Identitet og formål

1.1 Identitet

Faget matematik henter på htx-uddannelsen sin identitet både fra videnskabsfaget matematik og fra de fagområder, faget finder anvendelse indenfor i uddannelsen; de naturvidenskabelige -, de teknologiske - og de tekniske områder.

Nedenfor følger direkte citater fra læreplanen

For B og A-niveau:

"Faget matematik omhandler menneskets forsøg på, at beskrive den verden vi lever i gennem matematisk modellering af naturvidenskabelige og samfundsvidenskabelige samt tekniske og teknologiske områder. Hermed bliver matematikken det sprog, som disse fag betjener sig af i beskrivelsen af kvantificerbare størrelser og relationer mellem disse.

Som borger i et moderne og demokratisk samfund er kritisk stillingtagen og fortolkning af matematiske modeller en væsentlig kompetence, ligesom forståelsen for og brugen af digitale matematiske hjælpemidler i et digitalt samfund.

Faget beskæftiger sig med opstilling af generelle regler og relationer, og mens matematikkens deduktive side knytter an til udvikling af logisk tænkning og ræsonnement, giver den induktive side mulighed for udvikling af kreativitet.

Den anvendelsesorienterede dimension i faget har stor vægt og består i, at man ved hjælp af matematiske teorier og modeller beskriver og analyserer problemstillinger inden for ovenstående områder, og efterfølgende udvikler og vurderer løsninger."

For A-niveau er yderligere tilføjet:

"Dette tilsammen bidrager til elevernes almindelse, giver eleverne studiekompetence inden for det naturvidenskabelige, teknologiske og tekniske område og kvalificerer deres studievalg."

1.2 Formål

Eleven skal gennem uddannelsen stifte bekendtskab med matematisk teori, men med forskel på det valgte matematikniveau. På A-niveauet har man større fokus på teoretisk matematik.

B-niveauet er knap så teoretisk, men mere anvendelsesorienteret med hovedvægt på modellering og anvendelser af matematik, men stadig bearbejdning af matematisk teori. Arbejdet med matematik skal lede frem til, at eleven er i stand til at kunne inddrage viden fra andre fag og indgå i fagligt samspil i gymnasiet. Desuden at opnå viden og kundskaber indenfor matematik, samt sætte den enkelte elev i stand til at forstå, vurdere og træffe beslutninger i såvel hverdags-, erhvervs- som studiemæssige sammenhænge.

A-niveauet er mere teoretisk, som man møder i de videregående matematikholdige uddannelser, men stadig anvendelsesorienteret og med overblik i modellering samt problemløsning. Arbejdet med matematik skal lede frem til, at eleven er i stand til at kunne inddrage viden fra andre fag og indgå i fagligt samspil i gymnasiet. Desuden også at opnå viden og kundskaber indenfor matematik, samt sætte den enkelte elev i stand til at forstå, analysere, vurdere og træffe beslutninger i såvel hverdags-, erhvervs- som studiemæssige sammenhænge.

Faget har en unik mulighed gennem modellering og arbejdet med autentiske problemstillinger at bidrage til eleverne globale forståelse. Herunder kan faget medvirke til at arbejde med, og forståelse for, globale sammenhænge. Det kan gøres gennem tværfaglige projekter samt gennem arbejdet med problemstillinger i den enkelte lektion. Det kan gøres på stor skala og på den helt konkrete regneopgave. Det kan være i arbejde med klima, befolkning og globale naturvidenskabelige emner. I sig selv kan faget også bruges i globale sammenhænge, da fagsproget i matematik i sig selv er internationalt.

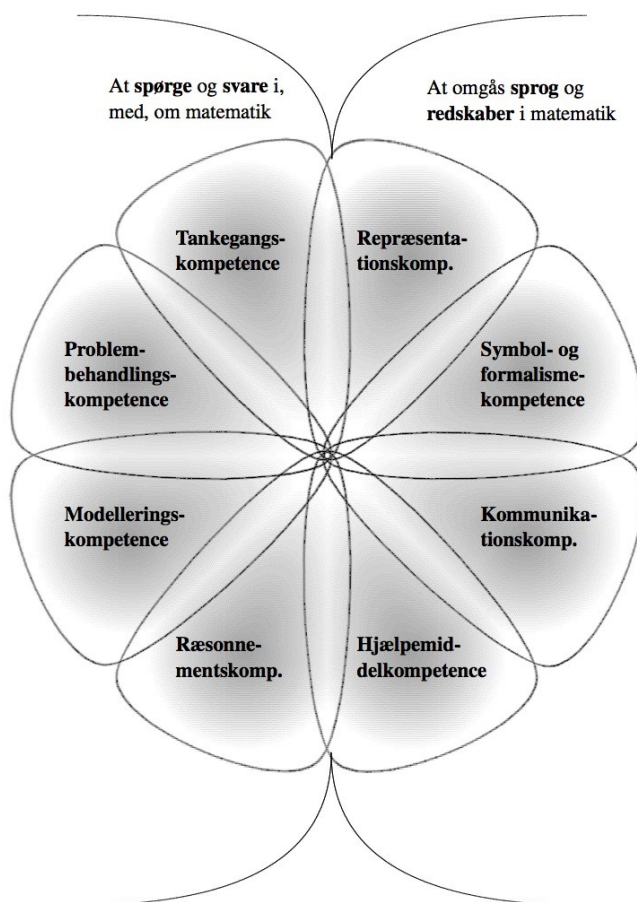
2 Faglige mål og fagligt indhold

2.1 Faglige mål

De faglige mål, som eleverne skal opnå i undervisningen i matematik, er formuleret i læreplanens afsnit 2.1, og det faglige indhold er beskrevet i afsnit 2.2 og 2.3.

De faglige mål er udtrykt vha. de 8 kernekompetencer i matematik, og det er slutmålene for tre års undervisning i faget, der angives her. Alle målene skal nås, og rækkefølgen er ikke udtryk for en prioritering af målene. I praksis vil man opdele de endelige mål i nogle delmål, der gradvis opfyldes. Hvorvidt eleven har opfyldt fagets slutmål, undersøges ved de afsluttende prøver og i forbindelse med afgivelsen af de afsluttende standpunktskarakterer. Her bedømmes eleven i forhold til bedømmelseskriterierne, som ligeledes er udtrykt vha. kernekompetencerne. Nogle af de faglige mål evalueres fortrinsvis gennem det skriftlige arbejde, mens andre især bedømmes ud fra de mundtlige præstationer.

De matematiske kernekompetencer:



Kilde: KOM-rapporten

Kernekompetencerne kan opfattes som bladene i en blomst. Bladene overlapper hinanden, og det gør det ofte vanskeligt at arbejde med en kompetence i dens "rene" form. Man opdeler ofte kompetencerne i 2 hovedgrupper; en der handler om spørgsmål og svar i og med matematik, samt en der beskæftiger sig med brug af sprog og redskaber i faget. Nedenfor er de væsentligste træk ved hver enkelt kompetence beskrevet.

Tankegangskompetence

Denne kompetence består i

- at være bevidst om, hvilke slags spørgsmål, der er karakteristiske for matematik og selv at kunne stille sådanne spørgsmål
- at have en fornemmelse af hvilke typer af svar, man kan forvente.

I matematik arbejder man med tankegangskompetencen, både når der læses tekster, arbejdes med konkrete problemstillinger og diskuteres matematik. Eleverne skal opnå en forståelse af i hvilke situationer matematik kan komme i spil – hvad det er for problemer faget kan løse, og hvilken slags løsninger, der findes på et givet problem. Det kan fx. dreje sig om betydningen af begrebet udsagn, hvad et lighedstegn betyder, og hvor de bruges. Andre eksempler er forskellen på et tal og en mængde, eller hvorfor en lodret linje eller en cirkel ikke er grafen for en funktion etc.

Problembehandlingskompetence

Denne kompetence består i

- at kunne opstille (opdage, formulere, afgrænse og præcisere) forskellige problemer, rene matematiske problemer såvel som problemstillinger fra matematik i anvendelse, åbne såvel som lukkede
- at kunne løse sådanne færdigformulerede matematiske problemer - egne såvel som andres (måske på forskellig måde).

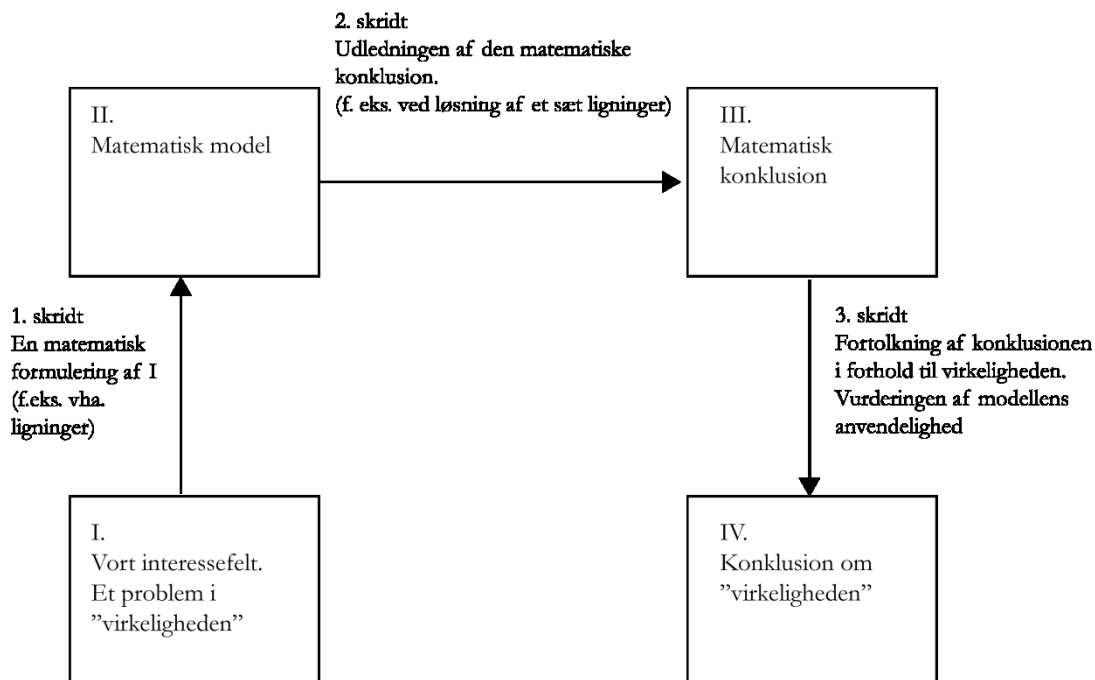
Dette er traditionelt den kompetence, der har været størst fokus på i matematikundervisningen i form af opgaveregning. Men opgaveregningen er kun en del af problembehandlingskompetencen, der også drejer sig om selv at formulere og opstille problemer, der skal løses.

Modelleringskompetence

Denne kompetence består i

- at kunne analysere grundlaget for og egenskaberne ved foreliggende modeller
- at kunne bedømme deres rækkevidde og holdbarhed
- at kunne (af)matematisere
- at kunne udføre aktiv modelbygning og
- at bringe matematik i spil til behandling af anliggender udenfor matematikken selv.

Modelleringskompetencen har helt fra htx's start fyldt meget i matematikundervisningen, idet den ofte kommer i spil i samarbejdet med andre fag, og fordi man her arbejder med mere eller mindre virkelige og realistiske problemstillinger. Mange undersøgelser viser, at matematiseringen af et givet problem er det, eleverne har allersværest ved, og man skal derfor gøre en særlig indsats her. Samtidig skal det pointeres, at vurdering af resultater og modellens rækkevidde er en vigtig del af modelleringen. Modelleringsprocessen kan anskueliggøres ved følgende figur



Eksempel: Beskriv tilgængelige data for befolkning i perioden 1900 - 2000 ved hjælp af en vækstmodel.

Ræsonnementskompetence

Denne kompetence består i

- at kunne følge og bedømme en kæde af matematiske argumenter fremsat af andre
- at kunne forstå, hvad et matematisk bevis er - skelne mellem hovedpunkter og detaljer.

Ræsonnementskompetencen handler blandt andet om bevisførelse, men er meget mere end det. Et matematisk ræsonnement er en kæde af forbundne argumenter, der skal retfærdiggøre en matematisk påstand. Ræsonnementer benyttes derfor hver gang, man skal begrunde fx brugen af en bestemt metode eller sætning. Det kan for eksempel være ræsonnementer om ensliggende vinkler eller lignedannede trekanter i en geometriopgave. Et bevis derimod er en logisk deduktion, der hviler på nogle præmisser og som er fremsat for at retfærdiggøre en påstand om egenskaber ved og relationer mellem veldefinerede matematiske objekter. Bevisførelse vil derfor i gymnasiesammenhæng oftest forekomme gennem reproduktion, hvorimod eleverne både har brug for at kunne ræsonnere, når de skal gengive andres argumenter, og når de selv skal komme frem til en matematisk sandhed i eksempelvis induktive forløb eller i skriftlige opgaver og projekter. Det er vigtigt at eleverne kender til begge begreber.

Arbejdet med bevisførelse omfatter gengivelse og forklaring af de enkelte trin i beviser for udvalgte sætninger. På A-niveau forventes kendskab til forskellige bevistyper fx direkte bevis, bevis ved modstrid (indirekte bevis), induktionsbevis etc. Eksempler på beviser der benytter forskellige slags argumenter er sinus- og cosinusrelationerne, differentiation af summen af 2 funktioner, differentiation af x^n eller rumfangsformlerne for omdrejningslegemer. På begge niveauer vil det ofte hjælpe eleverne, hvis ræsonnementerne følger af en konkret figur. Det kan fx. være brugen af lignedannede trekanter i beviset for sætningen om afstand for et punkt til en ret linje. Sætninger hvor man "regner" sig frem til resultatet som fx. formlen for halverings-/fordoblingskonstanten for en eksponentialfunktion, er også god.

Her kan eleven opstille en ligning ud fra en figur af situationen og dernæst regne sig frem til formlen. Omvendt har mange elever svært ved beviser, der kræver tricks eller indførelse af smarte hjælpefunktioner etc. De er ofte svære at huske, fordi eleverne ikke kan se meningen med disse "gode idéer". Der er ikke krav om, at bestemte beviser *skal* indgå, men eleverne skal stifte bekendtskab med bevisførelse og matematiske ræsonnementer indenfor et bredt udvalg af kernestoffet og det supplerende stof.

Repræsentationskompetence

Denne kompetence består i

- at kunne forstå og betjene sig af forskellige slags repræsentationer af matematiske objekter, fænomener, problemer eller situationer (symbolske, algebraiske, visuelle, geometriske, grafiske, diagrammer, tabelmæssige)
- at kunne forstå de indbyrdes forbindelser.

Her kan arbejdes med de forskellige repræsentationer af variabelsammenhænge: forskrift, graf, tabel m.m. og deres styrker og svagheder. Et andet eksempel er sammenhængen mellem en vektors koordinater og dens længde og retning. Der skal lægges vægt på betydningen af (arbejds)tegninger. Fx. skal geometriske opgaver altid illustreres med en figur, der viser de indgående størrelser, og sammenhængen mellem beregning og figur skal følges af en tekst. I funktionsopgaver er det en god idé at vænne eleverne til at tegne grafer og tjekke resultater på denne måde.

Symbol- og formalismekompetence

Denne kompetence består i

- at kunne afkode symbol- og formelsprog
- at kunne oversætte frem og tilbage mellem symbolholdigt matematisk sprog og naturligt sprog
- at kunne behandle og betjene sig af symbolholdige udsagn og udtryk - herunder formler.

Symbol- og formalismekompetencen volder ofte eleverne problemer, især ved overgangen fra grundskole til htx. Her er det vigtigt, at man som underviser ikke forudsætter, at eleverne forstår den notation og brug af symboler, der er sædvanlig i gymnasielitteraturen. Se afsnit 3.2 Arbejdsformer om læsning.

Der arbejdes med den matematiske formalisme og brug af korrekt notation. Brugen af programmer, der ofte har deres helt egen syntaks, gør dette ekstra relevant, og kan være et godt udgangspunkt for en diskussion af hvad der forstås ved korrekt notation og hvad fx "et lighedstegn" kan betyde.

Kommunikationskompetence

Denne kompetence består i

- at kunne sætte sig ind i og fortolke andres matematikholdige udsagn og "tekster"
- at kunne udtrykke sig på forskellige måder og på forskellige niveauer af teoretisk eller teknisk præcision om matematikholdige anliggender
- at kunne udtrykke sig skriftligt, mundtligt eller visuelt over for forskellige kategorier af modtagere.

Som eksempel kan eleverne lave en "lærebog" om bestemmelse af overfladearealer og rumfang af forskellige rumlige figurer, der kan benyttes i en 9. klasse i brobygning på htx. Der kan også arbejdes med brug af PowerPoint-præsentationer i faget og de begrænsninger, der er ved sådanne skærmpresentationer.

Arbejdet med kommunikationskompetencen vil ofte være relevant i relation til Studieområdet.

Hjælpemiddelkompetence

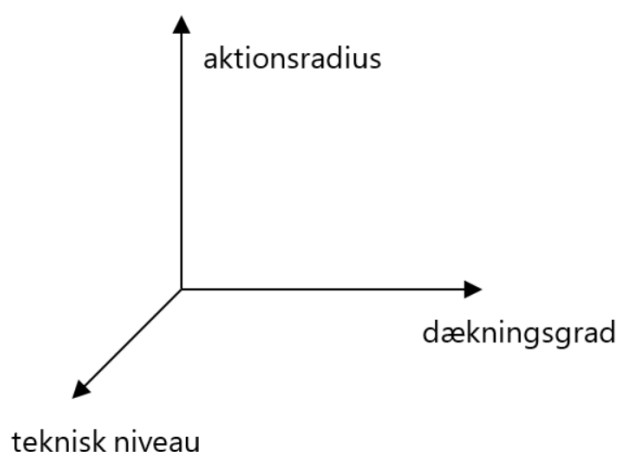
Denne kompetence består i

- at have kendskab til eksistensen og egenskaberne ved diverse former for relevante redskaber til brug for matematisk virksomhed
- at have indblik i redskabers muligheder og begrænsninger i forskellige situationer
- at være i stand til at betjene sig af hjælpemidlerne.

Her inddrages konkrete materialer af forskellig art til begrebsdannelse og undersøgelse af sammenhænge. Også lommeregner, computer, software som regneark, geometriprogrammer, interaktive programmer etc. kan benyttes. Se endvidere afsnit 3.3 IT.

I planlægning og udførelse af undervisningen er det vigtigt at fokusere på kompetencerne, da det er ud fra disse, at de faglige mål og bedømmelseskriterierne er sat op. Eleverne opnår matematikkompetencer gennem arbejdet med kernestof og supplerende stof. Det kan anbefales, at man i begyndelsen fokuserer på en enkelt eller få kompetencer af gangen og gradvist øger antallet. Man kan med fordel delagtiggøre eleverne i kompetencebeskrivelsen og diskutere hvilke kompetencer, der skal fokuseres på, i et givet undervisningsforløb. For at øge bevidstheden om kompetencebeskrivelsen i faggruppen kan man fx. oprette en studiekreds blandt fagkollegerne, hvor begreberne diskuteres og afklares, og man kan kompetencebeskrive projektoplæg, opgaver og undervisningsforløb for at afdække i hvilket omfang, de alle kommer i spil.

Ved evaluering af elevens besiddelse af kompetencer, kan nedenstående 3-dimensionale beskrivelse benyttes:



Dækningsgraden fortæller i hvor høj grad de aspekter, som karakteriserer kompetencen, er dækket hos eleven, dvs. hvor mange af disse aspekter, han eller hun kan aktivere i forskellige situationer, og med hvor høj grad af selvstændighed aktiveringen kan ske.

Aktionsradius udgør det spektrum af sammenhænge og situationer, eleven kan aktivere kompetencen i.

Det tekniske niveau bestemmes af, hvor begrebsligt og teknisk avancerede områder og værktøjer eleven kan aktivere den pågældende kompetence overfor.

2.2 Kernestof og mindstekrav

Kærnestofområderne på B- og A-niveau har mange overlap, hvorved der i de efterfølgende afsnit bliver taget udgangspunkt i A-niveauekærnestoffet, hvori der er markeret, hvad der er specifikt kun for A-niveaue.

For B-niveau

”regningsarternes hierarki, reduktion, regler for regning med potenser og rødder, logaritmer, forholds- og procentregning, overslagsregning, ligefrem og omvendt proportionalitet” [LPB 2.2]

For A-niveau

”regningsarternes hierarki, reduktion, faktorisering, regler for regning med potenser og rødder, logaritmer og numerisk værdi, forholds- og procentregning, overslagsregning, ligefrem og omvendt proportionalitet” [LPA 2.2]

For både A- og B-niveau

”ligningsløsning både analytisk, grafisk og ved hjælp af it” [LPA 2.2]

De fleste lærere vil opleve, at mange elever ikke har de regnefærdigheder, som vi forventer. Det betyder ikke, at eleverne ikke har arbejdet og trænet disse ting, men er måske snarere et udtryk for, at de har svært ved at bruge det, de har lært i én kontekst i helt andre sammenhænge, hvor sproget, symbolerne og metoderne er anderledes, end de er vant til. Disse basale færdigheder skal vi arbejde med, men elever lærer forskelligt. Erfaringer viser at man ikke løser problemet ved at afholde et teoretisk "brush up" kursus, hvor der arbejdes intensivt med regneregler, ligningsløsning, brøker etc. for elever der har svært ved disse områder. En sådan tilgang kan ligefrem være ødelæggende for elevmotivationen generelt i faget. Eleverne finder det ofte meningsløst at træne tekniske færdigheder, som de ikke kan se, hvad de skal bruge til, og det er meget svært at lære noget, man finder meningsløst. Derfor kan emnerne med fordel og i udbredt omfang indlæres ud fra meningsgivende kontekster. Matematikkommissionens rapport peger på, at basale færdigheder skal have et øget fokus, og ovenstående emner i læreplanen er væsentlige og vigtige forudsætninger for at kunne opnå mange af de matematiske kernekompetencer. Eksempler er manipulation med tal og bogstaver i bevisførelse, forståelse for grundmængdens størrelse ved modellering osv. Desuden afsluttes grundforløbet med en screening i lineære modeller. Ved delprøven uden hjælpemidler vil der også forekomme opgaver, hvor emnerne testes. Afklarende opgaveeksempler kan ses i vejledende screeninger og vejledende eksamenssæt, hvorfor det ikke uddybes yderligere hér.

I forbindelse med ligningsløsning skal eleverne præsenteres for metoder til at løse 2 ligninger med 2 ubekendte både analytisk, grafisk og ved hjælp af it. Større ligningssystemer (3 eller flere ligninger) kan naturligvis løses ved brug af it, eksempelvis at bestemme konstanterne i en 2.gradsfunktion ud fra 3 punkter.

Bemærk at overslagsregning nu indgår eksplicit og dette medvirker til elevernes forståelse for størrelser og evne til at vurdere resultater.

Logaritmer kan evt. indgå i et samspil med kemi om pH-værdi eller med fysik i forbindelse med lyd, således at det forekommer relevant for eleverne.

"grundlæggende klassisk geometri og trigonometri; forholdsregninger i ligedannede trekanter, beregninger i retvinklede og vilkårlige trekanter, bestemmelse af areal af plane figurer samt volumen og overfladeareal af rumlige figurer" [LPA 2.2]

Inden for den klassiske geometri skal eleverne have kendskab til begreber som højder, medianer, vinkelhalveringslinjer, ind- og omskrevne cirkel i en trekant, linjer, cirkler og punkter. Begreberne ligedannedhed og ensvinklede trekanter er centrale for emnet og benyttes i mange af de beviser, der er gode eksempler på matematiske argumentation og ræsonnement. Det vil her være fornuftigt her at diskutere forskellen på eksempler og beviser, samt styrken i et matematisk bevis. Her kan arbejdet med forskellige geometriprogrammer gøre undervisningen mere varieret og understøtte elevernes begrebsforståelse. Emnet har endvidere den store fordel, at mange af de matematiske ræsonnementer der benyttes er "algebrafri", og algebra er en af fagets helt store snublesten. Man kan derfor arbejde med matematiske argumenter, uden de drukner i beregninger, omskrivninger og bogstavmanipulationer, der ofte kommer til at overskygge, hvad den matematiske substans i virkeligheden handler om.

Cosinus, sinus og tangens kan introduceres ud fra ligedannede trekanter eller ud fra koordinaterne til punkter på enhedscirklen. Trigonometriske grundligninger og simple trigonometriske formler indgår i undervisningen, og der lægges vægt på nødvendigheden af kontroltegninger.

Man arbejder med regulære polygoner og forskellige typer af plane og rumlige figurer som fx. korde, pilhøjde, cirkeludsnit, cirkelafsnit, prisme, cylinder, kegle, keglestub, pyramide, pyramidestub, kugle, kugleudsnit og kugleafsnit.

Ved udledning af formlerne for overfladeareal og rumfang af udvalgte figurer, kan eleverne inddrages i et induktivt forløb, hvor de med vejledning, selv kan udlede mange af formlerne. Fx. kan eleven lave udfoldninger af cylinder, kegle og keglestub og derigennem bestemme udtryk for overfladearealerne. I arbejdet med integralregning på A-niveau kan emnet tages op igen, og yderligere areal- og volumen-

formlerne kan udledes. Da der jo findes et utal af plane og rumlige figurer, forventes det ikke, at eleverne har arbejdet med alle mulige konkrete eksempler. Derimod anbefales det at give dem kendskab til relevante bøger/formelsamlinger/hjemmesider, hvor man kan finde de nødvendige matematiske udtryk og samtidig arbejde med forståelse af figurer og oversættelse af konkrete oplysninger til generelle formler, så eleven vil kunne bestemme de ønskede arealer og rumfang.

“analytisk plangeometri; punkt, linje, parabel og cirkel, skæringer og afstande” [LPA 2.2]

I dette emne arbejdes der med den analytiske beskrivelse af forskellige geometriske figurer i planen herunder cirkelns, parablens, hyperblens og linjens ligning. Som introduktion kan cirkler, parabler og hyperbler fx. beskrives som keglesnit. Når man indenfor dette emne skal udvælge beviser, der bedst bidrager til elevernes ræsonnementskompetence, kan man med fordel overveje, hvad elevens udbytte med arbejdet er, og om dette står mål med den tid, der bruges. Fx. kan man nemt komme til at bruge meget lang tid på omskrivninger mellem forskellige udgaver af cirkelns ligning eller bestemmelse af skæring mellem 2 linjer ved determinantmetoden, uden eleverne opnår nogen større forståelse for den bagvedliggende matematik, især da it-værktøjer her er meget effektive, og hjælpemiddelkompetencen derfor er oplagt at opdyrke. Omvendt er der mange gode ræsonnementer i beviserne for sætningerne om ortogonale linjer og afstand mellem punkt og linje som samtidig fører til et nødvendigt udtryk i forbindelse med løsning af konkrete opgaver.

For både B- og A-niveau

“geometrisk og analytisk vektorregning i planen; vektorrepræsentation både med kartesiske og polære koordinater, komposanter, længder og vinkler” [LPA 2.2]

For A-niveau

“geometrisk og analytisk vektorregning i rummet; linjer og planer, projektioner, længder, afstande, skæringer og vinkler” [LPA 2.2]

Vektorer defineres ved begge deres repræsentationer, polære koordinater (længde og retning) samt kartesiske koordinater. (Det er kun i planen der skal arbejdes med polære koordinater). Det er en god idé at relatere vektorerne til praktiske eksempler som fx. kræfter i fysik. Ofte vil eleverne have nemmere ved at forstå det noget abstrakte vektorbegreb, hvis det først er introduceret i fysik, og man først herefter indfører de formelle definitioner i matematik. Alternativt kan vektorer kobles til forskydning af punkter, et emne som eleverne kender fra folkeskolen. Hvor matematik A indgår som studieretningsfag, kan man med fordel arbejde med plane og rumlige vektorer som et samlet emne.

Også her skal sætninger og beviser udvælges med omhu, set i lyset af de kompetencer eleverne skal opnå, og igen vil det være vanskeligt at nå at arbejde med opgaver, der belyser alle tænkelige problemstillinger vedrørende projektioner, afstande, vinkler etc. Det er altså vigtigt at fokusere på forståelsen af de forskellige problemstillinger samt de hjælpemidler, der gør det muligt for eleverne at løse problemer, de ikke nødvendigvis er stødt på i samme form før.

“dataanalyse; beskrivende statistik, grafisk præsentation af data” [LPA 2.2]

Beskrivelse af et givet datamateriale. Data kan være enten ikke-numeriske eller numeriske. De numeriske data kan inddeles i diskrete og kontinuerte observationer. Bestemmelse af mindste-/størsteværdi, variationsbredde, typetal/-interval, median, kvartilsæt, kvartilafstand, gennemsnit, varians, standardafvigelse/spredning, kvartiler og fraktiler. Grafisk illustration i form af pindediagram, histogram, boksplot og xy-plot.

“funktionsbegrebet; repræsentationsformer, definitions- og værdimængde, fortegnsvariation, monotoni-forhold, beskrivelse ud fra en grafisk repræsentation” [LPA 2.2]

“anvendelse af regression til bestemmelse af funktionsforskrifter, der beskriver et givet datasæt” [LPA 2.2]

For B-niveau:

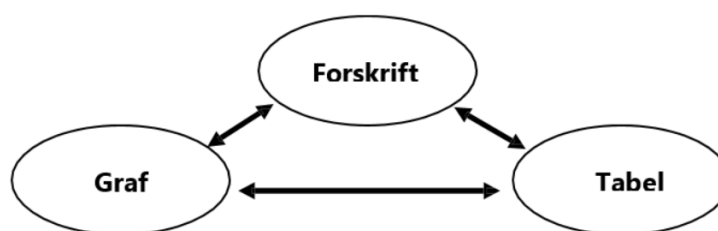
”karakteristiske egenskaber ved funktioner; lineære funktioner, polynomier, eksponentialfunktioner, potensfunktioner og stykkevist definerede funktioner, bestemmelse af forskrift” [LPB 2.2]

For A-niveau:

”karakteristiske egenskaber ved funktioner; lineære funktioner, polynomier, eksponential- og logaritmefunktioner, potensfunktioner og trigonometriske funktioner samt sammensatte og stykkevist definerede funktioner, bestemmelse af forskrift” [LPA 2.2]

Hvad er en funktion? Forskning viser, at funktionsbegrebet og variabelsammenhæng er meget vanskeligt og abstrakt for de fleste elever. Det kan derfor være hensigtsmæssigt at begynde med mange konkrete eksempler, før den endelige definition stilles op.

I forbindelse med indførelse af funktioner, vil det være fornuftigt at tale om forskellige repræsentationer og deres styrker og svagheder:



Man behøver blot at åbne en avis, så er der eksempler på forskellige repræsentationer af funktioner, og disse repræsentationer er ofte et godt udgangspunkt for en diskussion af emnet. Samtidig giver det mulighed for at arbejde med den sproglige beskrivelse af funktioner og variabelsammenhænge, samt grafer.

Med fokus på modelleringskompetencen kan man arbejde med opstilling af sammenhænge ud fra givne data fx. målepunkter og/eller hældninger. Disse sammenhænge kan beskrives vha. de forskellige repræsentationer nævnt ovenfor. En del af undervisningen beskæftiger sig med bestemmelse af funktioners forskrifter ved opstilling og løsning af ligningssystemer eller ved regression. Her er it- hjælpemidlerne en uvurderlig hjælp. For at afgøre en funden models validitet, skal punkter og model altid indtegnes sammen, så graden af overensstemmelsen anskueliggøres. I den forbindelse kan styrker og svagheder ved regressionskoefficienten diskuteres. Ved påvisning af eksponentiel- eller potenssammenhæng arbejdes med afbildning af funktioner i logaritmiske koordinatsystemer (på B-niveau kan disse koordinatsystemer også anvendes dog uden at indføre logaritmefunktionen). Her er det vigtigt at pointere over for eleverne, at når der skal bestemmes en matematisk model, fx. en eksponentiel model ud fra et antal målepunkter, så er disse målepunkter behæftet med en usikkerhed/fejl, og de kan derfor ikke direkte benyttes ved indsættelse i forskriften for en eksponentiel udvikling $f(x) = b \cdot a^x$ til bestemmelse af konstanterne a og b . Her må enten benyttes regression eller målepunkterne indtegnes i et enkeltlogaritmisk koordinatsystem så den bedste rette linje kan laves, herefter kan koordinaterne for 2 punkter aflæses, og endelig kan konstanterne bestemmes ved indsættelse i forskriften. Det er altså vigtigt at diskutere forskellen på at opstille forskrifter vha. to-punktsformler og vha. regression/bedste rette linje og hvornår de to metoder kan (eller ikke kan!) benyttes.

Eleverne skal kunne opstille modeller ved hjælp af lineær, eksponentiel og potens-regression.

Modellering af sammenhænge mellem variable er et område, hvor it-værktøjerne er med til at gøre undervisningen mere vedkommende og realistisk, samtidig med at begrebsforståelsen understøttes, uden det kræver forudgående træning af tekniske færdigheder.

Der arbejdes med sammensatte funktioner og disses grund- og værdimængder samt stykkevist definerede funktioner. I forbindelse med indførelse af eksponential- og logaritmefunktioner samt potens- og rodfunktioner vil det være naturligt at gå ud over kernestoffet og se på omvendte/inverse funktioner, og disses anvendelsesområder.

For B-niveau

"differentialkvotient; differenskvotient, overgang fra sekant til tangent, tangentligning, væksthastighed, differentialkvotientens sammenhæng med monotoniforhold, ekstrema og optimering" [LPB 2.2]

"bestemmelse af den afledede funktion for lineære funktioner, polynomier og potensfunktioner, kendskab til afledet funktion for eksponentialfunktionen, anvendelse af regneregler for differentiation af sum, differens og funktion multipliceret med konstant" [LPA 2.2]

For A-niveau:

"differentialkvotient; differenskvotient, overgang fra sekant til tangent, begreberne grænseværdi, kontinuitet og differentiabilitet samt definition og fortolkning af differentialkvotient, tangentligning, væksthastighed, differentialkvotientens sammenhæng med monotoniforhold, ekstrema og optimering" [LPA 2.2]

"bestemmelse af den afledede funktion for lineære funktioner, polynomier, eksponential- og logaritmefunktioner, potensfunktioner og trigonometriske funktioner, anvendelse af regneregler for differentiation af sum, differens og produkt af to funktioner samt funktion multipliceret med konstant og sammensætning af funktioner" [LPA 2.2]

En grundlæggende forskel ved arbejdet med differentialkvotientbegrebet på A- og B-niveau er, at der på B-niveau arbejdes med forståelse for differenskvotient og overgangen fra sekant til tangent, mens der på A-niveau arbejdes med forståelse for begreberne grænseværdi, kontinuitet og differentiabilitet samt definition og fortolkning af differentialkvotient.

Indførelse af disse begreber afhænger af elevernes matematiske forståelse. Hvor nogle elever skal se begreberne som nogle konkrete egenskaber, der kan "tegnes", har andre elever de matematiske forudsætninger, der gør, at man her kan indføre begreber som åbne og lukkede omegne etc.

Der arbejdes med bestemmelse af differentialkvotienter og afledede funktioner, og forskellen på de to begreber diskuteres. På B-niveau skal eleverne kende til og anvende regnereglerne til differentiation, mens de på A-niveau ikke blot skal kunne anvende regnereglerne, men også kunne redegøre for udledning af regnereglerne. For at udvikle elevernes forståelse af differentiation på A-niveau skal eleverne se mindst et af de tilhørende beviser fx. differentiation af summen af to funktioner. Her vil det også være muligt at vise et eksempel på et induktionsbevis i form af beviset for differentiation af potensfunktioner med heltallig koefficient.

Det vil lette arbejdet med differentialregning og optimering, hvis eleverne bliver i stand til at differentiere simple funktioner uden brug af hjælpemidler, men det er ikke tanken, at der skal bruges store mængder energi på at træne alle de funktionstyper, der arbejdes med, i hånden (B-niveau) eller at træne differentiation af flere gange sammensatte funktioner (A-niveau). Her er det på sin plads at bruge it-hjælpemidler. Omvendt vil det ofte være nødvendigt for eleverne at kunne omskrive eller genkende programmernes løsning af en differentiation, og dette kræver kendskab til de i læreplanen nævnte sætninger.

Når der arbejdes med optimering og bestemmelse af en funktions monotoniforhold, skal eleverne have kendskab til matematikken bag løsningerne, fx. at et ekstremumspunkt kan forekomme, hvor differentialkvotienten er 0, men at dette ikke er et tilstrækkeligt krav. Bestemmelse af dette nulpunkt vil herefter typisk blive bestemt vha. et it-hjælpemiddel enten ved løsningen af ligningen $f'(t) = 0$ eller ved en sproglig beskrivelse kombineret med tegning af en graf, der viser den aflededes skæring med x-aksen og/eller en graf, der viser funktionens forløb med ekstremumspunkter markeret. Aflæsning af fx. et maksimum på en graf, eller brug af faciliteter som "maximize" anses ikke som en fuldstændig løsning, idet den bagved liggende matematik er kernestof, og derfor forventes at blive bragt i spil ved dokumentation om ikke andet så en forklarende tekst.

For B-niveau:

“integralregning; integrationsprøven, anvendelse af stamfunktion til bestemmelser af arealer under grafen for positive funktioner” [LPB 2.2]

Forståelsen af stamfunktion kan her begrænses til integrationsprøven, og kan være ren instrumentel til beregning af arealer under grafer for positive funktioner. Integralregning er medtaget på B-niveau for at styrke det faglige samspil med fysik.

For A-niveau:

“integralregning; integrationsprøven, stamfunktion, bestemte og ubestemte integraler, anvendelse af regneregler for integration af sum, differens og funktion multipliceret med konstant, areal- og volumenberegninger, kurvelængde” [LPA 2.2]

Der lægges vægt på en tydelig progression fra B til A niveau. Sammenhængen mellem differentiation og integration skal kunne forstås. Det vil forbedre elevernes forståelse for integralbegrebet, hvis man arbejder med bestemmelse af simple stamfunktioner ud fra definitioner og sætninger. Ligeledes vil det lette det efterfølgende arbejde, hvis eleverne kender et antal simple stamfunktioner, der ikke først skal findes i en bog eller med it-værktøjet. Når det drejer sig om mere komplicerede problemer, hvor fokus ikke længere er på den tekniske side af stamfunktionsbestemmelsen, men derimod på anvendelsen af stamfunktionen til bestemmelse af arealer benyttes it-værktøjer til beregninger af de opstillede udtryk.

Integralregningen anvendes til arealberegninger både under kurver og mellem kurver. Det er ikke et krav at indføre summe på formel vis, men det kan være en god idé at opdele integrationsintervallet i stadig mindre stykker og bestemme tilnærmede værdier for integralet som arealsumme af rektangler eller trapezer. Der kan arbejdes med dette i et induktivt forløb, eventuelt sammen med fysik, hvor man arbejder med strækninger, hastigheder og accelerationer.

Man arbejder ligeledes med rumfang af omdrejningslegemer med både x- hhv y-aksen som omdrejningsakse.

For A-niveau:

“diskret matematik; talfølger og rekursive følger, diskrete modeller” [LPA 2.2]

Langt den overvejende del af kernetoffet omhandler matematik, der blev udviklet for mere end 100 år siden. Geometri og trigonometri stammer helt fra antikken, den analytiske geometri fra 1600-tallet, infinitesimalregningen blev udviklet omkring 1700 og formuleret som vi kender den i dag midt i det 19.

århundrede. Den matematiske analyse har traditionelt fyldt meget i gymnasiets matematikundervisning, og den lægger sig op ad og støtter især fysikfaget. I modsætning hertil er den diskrete matematik et grundlæggende element i datalogien, og arbejdet med emnet er derfor med til at udvikle elevernes digitale kompetencer. Den diskrete matematik baserer sig på tællelige mængder og indeholder ikke et kontinuitetsbegreb. Diskret matematik er et meget stort område inden for den moderne matematik og omfatter fx grafteori, logik, mængdelære, modulregning, kryptologi, kodningsteori, kombinatorik, spilteori og meget andet. Her begrænser emnet sig til at omfatte talfølger, rekursive følger og forskellige diskrete modeller på fx vækst. Emnet bygger videre på elevernes viden om talmønstre fra folkeskolen.

Forberedelsesmaterialet fra 2016 kan med fordel benyttes: Førsteordens rekursionsligninger indføres for at beskrive, hvordan talfølgerne vokser, og løsningen af denne type rekursionsligninger benyttes til at beskrive diskrete modeller for vækst. Herigennem udvides elevernes kendskab til vækstbegrebet, der for mange elever begrænser sig til de tre typer af kontinuerte funktioner: lineær, eksponentiel og potensvækst. Gode eksempler på rekursionsligninger er forskellige typer af rentetilskrivning, tilbagebetaling af lån etc.

Den diskrete vækst kan benyttes som udgangspunkt for indførelse af differentialligninger. Et eksempel er denne aktivitet med M&M chokolader:

I en kop haves 4 M&M'er. Koppen rystes og chokoladerne hældes ud på bordet. For hver M&M, der har M'et opad tilføjes en ny M&M. Nu rystes koppen med det nye antal chokolader og øvelsen gentages. Eleverne udfylder et skema, hvor det samlede antal M&M anføres for hver runde.

Heraf fremkommer nedenstående udtryk, der fører til en diskret udgave af en differentialligning:

$y_{n+1} = \frac{1}{2} y_n + y_n$. Da sandsynligheden for at M'et vender opad er $\frac{1}{2}$, bliver antallet af M&M'er i næste runde summen af det gamle antal og halvdelen af det nye antal oveni.

$y_{n+1} - y_n = \frac{1}{2} y_n$. Forskellen eller væksten i hver runde er altså halvdelen af det antal M&M'er man allerede har.

$\Delta y_n = \frac{1}{2} y_n$. Vi indfører en ny notation for væksten. Her er skridtlængden fra et trin til det næste 1.

$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{1}{2} y$. Her ser vi på det mere generelle tilfælde, hvor skridtlængden ikke nødvendigvis er 1. Dermed kan vi heller ikke bruge notationen med n , der jo henviser til et naturligt tal.

Som eksempler på benyttelse af rekursionsligninger i datalogien anvendes Newtons metode til løsning af ligninger og Eulers metode til løsning af differentialligninger.

Gode eksempler på brugen af Newtons metode er transcendent ligninger, der netop ikke kan løses analytisk. Det vil være oplagt, at bruge emnet som udgangspunkt for en diskussion af hvad CAS-værktøjet gør. Hvad er forskellen på solve og fsolve (kommandoer i Maple)? Hvorfor kræves et startgæt?

Hvordan finder man et passende gæt? osv. I løsningen af fx trigonometriske ligninger vil CAS-programmet ofte levere løsninger, der ikke er umiddelbart gennemskuelige, og hvor numeriske metoder ofte vil levere løsninger, der er nemmere for eleverne at forstå.

Løsning af differentialligninger: ved hjælp af Eulers metode kan man bestemme en tilnærmet løsning i bestemte punkter. Samtidig opnår eleverne gennem arbejdet med metoden en større forståelse for begrebet linjeelement.

Begge anvendelser af den diskrete matematik trækker på tangentbegrebet, som således tages frem igen og kobles med nye områder indenfor matematikken.

Emnet giver mulighed for at inddrage andre former for ræsonnementer, end man typisk benytter indenfor den matematiske analyse, fx induktionsbeviser. Afhængig af studieretningen kan den diskrete matematik udbygges (som supplerende stof) fx diskret logistisk vækst (celledeling) inden for bioteknologi og biologi og kryptering og spilteori sammen med Teknikfag A digitalt design og udvikling.

For A-niveau:

"differentialligningsbegrebet; eftervisning af løsning ved indsættelse, fuldstændig og partikulær løsning, løsningskurver og linjeelementernes sammenhæng med disse" [LPA 2.2]

Eleverne skal vide, hvad der forstås ved en differentialligning og vise at en given funktion er løsning til en given differentialligning. De skal kunne skelne mellem fuldstændig løsning og partikulær løsning herunder bestemmelse af partikulær løsning ud fra en given fuldstændig løsning og tilhørende startbetingelse(r). De skal kunne bestemme linjeelementer (x_0, y_0, α) for løsningskurver til en given differentialligning såvel analytisk som grafisk og de skal kunne illustrere løsningskurver, linjeelementer samt disses sammenhæng.

For både B og A-niveau:

“Mindstekravene tager udgangspunkt i kernestoffet og omfatter grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer, dvs. eleven skal kunne anvende matematiske begreber og gennemføre simple ræsonnementer, skifte mellem repræsentationer, håndtere simple matematiske problemer med og uden matematiske værktøjsprogrammer samt udøve basal algebraisk manipulation” [LPA 2.2]

Mindstekrav er indført i matematik for at sikre, at eleverne er bekendt med, hvad der som minimum forventes, for at bestå matematik på et givet niveau.

Mindstekrav: Sigter mod *beståelse*. Mindstekrav handler altså om summativ bedømmelse, i forhold til om en elev kan bestå/ikke bestå prøven.

På A-niveau vil det kun være i forbindelse med den skriftlige eksamen, at der testes i mindstekrav. De vejledende eksamenssæt til A-niveau vil indeholde eksempler på mindstekravsopgaver og disse er markeret med grønt.

På B-niveau vil mindstekravene blive testet i forbindelse med en eventuel mundtlig eksamen. Det er op til den enkelte underviser at stille spørgsmål i mindstekravene. Der er udarbejdet en eksempelsamling med mindstekravsopgaver til B-niveau, som er tilgængelig på EMU'en.

Spørgsmålene i mindstekrav til den mundtlige prøve må ikke være kendte på forhånd, og de skal trækkes inden, eleven går ind til forberedelse. På den anden side skal opgavernes form og indhold heller ikke være helt ukendte for eleven. Det betyder, at eleven i den daglige undervisning løbende præsenteres for opgavetyper, der kan tænkes at indgå til testning af mindstekrav. Eleverne kender således ikke på forhånd de specifikke opgaver, der indgår ved prøven, men de er informeret om hvilke opgavetyper, de vil kunne møde ved prøven. Hele tanken bag indførelse af mindstekrav er, at eleverne skal kunne forberede sig, så de på forhånd kan sikre sig, at kunne bestå.

Hvad karakteriserer mindstekrav?

Helt i overensstemmelse med karakterbekendtgørelsens beskrivelse af karakteren 02, skal der være dele af kernestoffet, som eleven behersker til et niveau, der er tilstrækkeligt.

Honorering af alle de mindstekrav, der bringes i spil ved disse særlige opgaver, skal sikre en karakter på mindst 02.

Opgaverne vil indbefatte basale færdigheder, som skal erhverves på niveauet, fx bestemmelse af $f'(27)$ ud fra en differentiaalligning og oplysning om værdien af $f(27)$.

Man kan også forestille sig en mindstekravs-opgave er CAS-indtastning til bestemmelse af parametre i en regression. Det givne matematik-niveau afgør hvilke mindstekrav, der med rimelighed kan forventes. Generelt vil der være tale om centralt kernestof, der er arbejdet med i undervisningen.

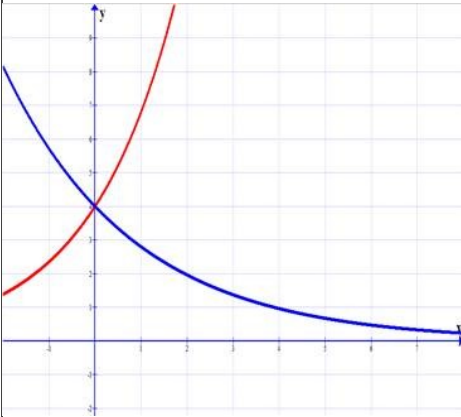
Mindstekravene er for at sikre en ensartet forståelse af hvad, der skal til, før karakteren 02 gives. Kan eleven besvare de stillede mindstekravsopgaver består eleven - også selvom det i eksaminationen viser sig, at eleven har mangler indenfor andre fagområder.

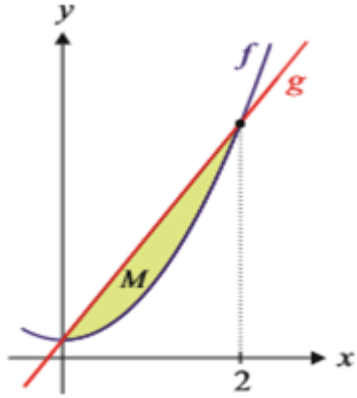
Eksempel: “Vis, at der er 2 løsninger til ligningen $2x^2 + 5x - 2 = 0$ ”

Det er vigtigt, at eleverne løbende informeres om og trænes i mindstekravene, og at bedømmelsen af den enkelte elevs evne til at indfri mindstekravene indgår i den løbende evaluering af eleven. Eleven skal gøres bekendt med, at disse mindstekrav er med til at sikre, at eleven kan bestå. Det er en god idé at træne i disse mindstekrav og gøre brug af test, da disse test undervejs i undervisningsforløbet både kan og skal være med til at tydeliggøre for eleverne, hvor de fagligt befinder sig i forhold til de ovenfor nævnte mindstekrav. Ved at kende mindstekravene får elever, der har en del faglige problemer, mulighed for at sætte et realistisk mål - og dermed mulighed for at fastholde motivation og arbejde for at bestå i faget.

For at eleven kan træne mindstekravene, er det vigtigt, at der er fokus på basale færdigheder med og uden CAS gennem hele uddannelsesforløbet. Når læreren gennemgår et emne kan man med fordel tydeliggøre mindstekravene for eleverne. Mindstekrav kan testes forskelligt fra klasse til klasse afhængig af, hvordan undervisningen har været tilrettelagt. I en klasse kan et bestemt emne have haft meget stor vægt, mens samme emne i en anden klasse er vægtet noget mindre. Det vil ofte betyde, at der stilles forskellige opgaver til testning af mindstekravene.

Nedenfor ses nogle eksempler på mindstekravsopgaver:

Emne	B-niveau	A-niveau
grundlæggende funktionskendskab:	Graferne for to eksponentielle funktioner, $f(x) = 4 \cdot 1.7^x$ og $g(x) = 4 \cdot 0.7^x$ er vist i nedenstående koordinatsystem:  Redegør for hvilken funktion, der er hhv. f og g	For en eksponentiel funktion f oplyses, at grafen går gennem punktet $(1, 5)$ og har en halveringskonstant på 3. Bestem en forskrift for f.
differentialligningsbegrebet:		Undersøg, om $f(x) = -4x^2 + 2x$ er en løsning til differentialligningen $x \cdot y' = 2 \cdot (y - x)$

Emne	B-niveau	A-niveau
integralregning:	Grafen for funktionen $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ afgrænser sammen med x-aksen et område der har et areal. Bestem størrelsen af dette areal.	To funktioner f og g er givet ved $f(x) = 3x^2 + 1$ og $g(x) = 6x + 1$ Graferne for f og g afgrænser et område M, der har et areal (se figur). Bestem arealet af M 

2.3 Supplerende stof

Det supplerende stof skal udvælges så det kan

”understøtte de faglige mål, herunder de faglige mindstekrav

inddrage matematisk teori og anvendelser, der udgør en progression i forhold til kernestoffet enten ved at perspektivere områder fra kernestoffet og uddybe de faglige mål, der er erhvervet herfra, eller ved at inddrage andre matematiske områder

understøtte fagets samspil med andre fag. Dette kan fx. ske ved at udvælge områder, som medvirker til opfyldelse af mål i elevens øvrige fag

understøtte elevens anvendelse af matematik til modellering og problembehandling.” [LPA 2.3]

Bemærk endvidere, at der i forbindelse med udvælgelsen af det supplerende stof, er et krav om, at stoffet understøtter elevernes erkendelse af, at faget kan anvendes i forbindelse med modellering og problemløsning i andre fag uanset fagets status som studieretningsfag eller valgfag, ligesom der er et krav om, at der gennem arbejdet med det supplerende stof sker en uddybning af emner fra kernestoffet.

Det supplerende stof vælges under hensyntagen til det faglige samspil i studieretningen, elevernes ønsker og evner og evt. lærerens særlige kompetencer.

Forberedelsesmaterialet på A-niveauet, jf. pkt. 3.2, indgår som supplerende stof.

Der skal på B- og A-niveauet indgå materiale (bøger, hjemmesider, artikler, videoer mm) på engelsk samt andre fremmedsprog, hvis det giver mening.

2.4 Omfang

For B-niveau:

"Forventet omfang af fagligt stof er normalt svarende til 300-500 sider afhængigt af det valgte undervisningsmateriale. [LPB 2.4]"

For A-niveau:

"Forventet omfang af fagligt stof er normalt svarende til 500-700 sider afhængigt af det valgte undervisningsmateriale. [LPA 2.4]"

Det forventede omfang af fagligt stof er ikke opgivet i normalsider. Matematiske tekster (i bred forstand) indeholder som oftest større mængder af symbolsprog. For traditionel lærebogsmateriale opgøres omfanget af læst stof ud fra det aktuelle antal sider i materialet (en side er en side). Omfanget af det faglige stof formidlet igennem andre medier opgøres på fornuftig vis under hensyntagen til sværhedsgraden af stoffet, og hvilket medie der er tale om.

3 Tilrettelæggelse

3.1 Didaktiske principper

Som gymnasielærer er det vigtigt at være opmærksom på, at faget "matematik" i grundskolen adskiller sig væsentligt fra det vi forbinder med gymnasiefaget, og at denne forskellighed for mange elever fører til vanskeligheder, som vi med omtanke kan gøre meget for at afhjælpe. Undervisningen i grundskolen har fokus på problemløsning, hvor man argumentere for og opstiller beregninger ud fra en virkelighedsnær kontekst, der tager udgangspunkt i fortællinger om personer, der oplever eller udfører konkrete aktiviteter. Faget er beskrivende og forklarende med en intuitiv forståelse af de matematiske begreber. I modsætning hertil kendetegnes undervisningen i gymnasiet af en formel tilgang med præcise definitioner, opstilling og anvendelse af generelle formler og krav om stringente ræsonnementer. Igen grundforløbet skal eleverne med udgangspunkt i kendt stof og velkendte metoder fra grundskolen introduceres for de metoder, der anvendes i gymnasiet. Netop det at bygge videre på den matematiske viden og de kompetencer eleverne har med sig fra grundskolen er et væsentligt aspekt i grundforløbet, og som lærer skal man være varsom med, at forkaste den bagage eleverne kommer med, men i stedet italesætte forskelle og ligheder i metoder, problemløsningsstrategier, brug af IT, dokumentation, generalitet osv. så eleverne fornemmer, at det de har lært, er ok men nu skal de videre.

"En del af det faglige stof, der skal behandles i grundforløbet er centralt fastlagt og omhandler lineære modeller, herunder lineære funktioner. Dette gøres til genstand for afprøvning i en screening i den afsluttende del af grundforløbet". [LPA 3.1]

Screeningen skal ligge i den afsluttende del af grundforløbet, så både elever og lærere kan anvende resultatet som led i elevernes endelige beslutning om valg af studieretning, herunder matematikniveau. Screeningen varer to timer og skal anvendes til at få et indblik i, om den enkelte elev er i stand til at anvende det faglige stof, som er behandlet i grundforløbet. Det er ikke nødvendigt, at eleverne får en karakter for screeningen, men at resultatet fra screeningen skal kvalificere evalueringssamtalen. Ministeriet har udarbejdet en række screeninger man kan vælge at benytte. Eleverne skal under hele prøven have adgang til alle de sædvanlige hjælpemidler, dvs. bøger (herunder i-bøger), egne noter og matematisk værktøjsprogram.

Nogle lærere introducerer allerede i grundforløbet eleverne for de matematiske kernekompetencer. Andre bruger nok kompetencerne i deres undervisningsplanlægning, men foretrækker at undlade at bruge terminologien overfor eleverne. Her er det væsentligt, at eleverne hele tiden ved, hvad vi forventer af dem, og hvad de bliver bedømt på, såvel i undervisningen som ved det skriftlige arbejde, og her er kompetencebegrebet et godt redskab.

På begge niveauer foregår arbejdet med matematik som en vekselvirkning mellem udledning og anvendelse teori, men hvor teoridannelsen fylder forholdsvis mere i løbet af A-niveauet. Udledningen kan foregå induktivt, hvor eleverne på grundlag af eksperimenter og eksempler finder mønstre, relationer, regler og opstiller hypoteser, der sidenhen eftervises eller deduktivt, hvor kendte sammenhænge, fx sætninger, som eleverne allerede er præsenteret for, bevises. Begge tilgange er kendetegnende for faget og derfor vigtige at gøre eleverne bekendt med. Mange elever kommer til gymnasiet – og forlader det igen 3 år senere, med den opfattelse at matematik er et fag, hvis primære indhold er en række regler, som skal huskes. Kun ved at vise eleverne fagets mange andre facetter, har vi mulighed for at ændre denne opfattelse.

Gennem udvikling og vedligeholdelse af grundlæggende færdigheder styrkes elevernes ræsonnementskompetence og matematiske begrebsforståelse. Ved eksplicit at fremhæve de faglige mindstekrav, hvor disse optræder i en faglige kontekst i en given undervisningssituation, gøres de grundlæggende færdigheder tydelige for eleverne. Det anbefales derfor at dette sker i forbindelse med såvel teoriudledning som ved konkrete problemløsnings- eller modelleringsaktiviteter i stedet for gennem særligt tilrettelagte "træningsforløb", der forekommer løsrevet fra den øvrige undervisning.

3.2 Arbejdsformer

På begge niveauer tilrettelægges undervisningen med udgangspunkt i praktiske problemstillinger, ligesom der arbejdes med matematisk teori og bevisførelse. Progressionen fra B til A niveau ligger i kompleksiteten og vægtningen af problemstillinger og den teori og bevisførelse, der arbejdes med. På A niveauet øges kompleksitet af både problemstillinger og matematisk teori, ligesom der på A niveauet lægges større vægt på abstrakt matematik. Ved planlægningen af undervisningen skal læreren have øje for, at den abstrakte matematik kan være vanskelig for eleverne. Det er derfor vigtigt, at der i undervisningen løbende arbejdes med matematisk teori og at der arbejdes på flere niveauer. Nogle elever kan fx gøre større brug af it-redskaber i tilegnelsen af teorien end andre, eller nogle elever kan bearbejde konkrete eksempler, mens andre elever generaliserer og arbejder med brug af symboler.

Modellering

Modellering og arbejdet med praktiske problemstillinger har en central plads i undervisningen. Undervisningen planlægges, så der er fokus på, at eleven løbende udvikler og styrker sin problemløsnings- og modelleringskompetence.

Undervisningen

For at tilgodese de forskellige elevtyper vil undervisningen ofte foregå som en vekselvirkning mellem klasseundervisning med læreroplæg, individuelle træningsøvelser og opgaver, gruppeopgaver, arbejde i grupper, projektarbejde, klasses Diskussioner og elevfremlæggelse. Så vidt det er muligt skal undervisningen tage udgangspunkt i den enkelte elevs faglige niveau og tilgang til faget.

Arbejdet i grupper kan fx. foregå ved nedsættelse af 3-mandsgrupper, hvor hver gruppe skal gennemarbejde og efterfølgende præsentere et emne for klassen. Produktkravene til et gruppearbejde kan være en mundtlig fremstilling med tavlegennemgang eller elektronisk præsentation, udarbejdelse af skriftligt materiale eller kombinationer af disse.

Htx er kendetegnet ved, at mange elever kommer fra hjem, der ikke har en boglig tradition. For at få flere til at gennemføre en ungdomsuddannelse støttede Undervisningsministeriet i 2009 en opfølgning af forskningsprojektet "Når gymnasiet er en fremmed verden," der satte særligt fokus på de elever, hvis forældre ikke selv har taget en gymnasial uddannelse – de såkaldte gymnasiefremmede elever. Her blev der i flere fag udarbejdet rapporter med konkrete forslag bl.a. i matematik på htx. Rapporten indeholder tips og gode idéer til afvekslende undervisning, der er relevante for alle elevtyper. Fx. gives eksempler på brug af forskellige "spil", som understøtter såvel den mundtlige som den skriftlige dimension.

Den mundtlige dimension

Det er vigtigt, at man giver eleven mulighed for at udtrykke sig mundtligt, så det talte sprog udvikles og trænes. Det kan ske ved (tavle)fremlæggelse, klasses Diskussioner eller blot besvarelse af spørgsmål i undervisningen.

Den skriftlige dimension

Det er vigtigt, at man arbejder med den skriftlige dimension af faget, så også det skrevne sprog udvikles og trænes. Kommunikationsværdien af elevernes skriftlige produkter evalueres og udvikles løbende. Det gælder både ift. brugen af faglige begrebet i de egentlige tekster, men også elevernes brug af figurer, grafer, tabeller er vigtigt, ligesom elevernes brug af korrekt matematisk notation skal være i fokus.

Endelig kan der arbejdes med forskellige teksttyper. Projektopgaverne har en særlig plads i undervisningen på htx og omtales nedenfor.

Projektopgaver

Det er vigtigt, at læreren udarbejder projektoplæggene på en sådan måde, at der i slutningen af forløbet lægges op til en besvarelse, hvor eleven kan demonstrere evnen til selvstændigt at analysere et givet problem og opstille en løsningsmodel. Oplæggene må derfor ikke ligne traditionelle matematikopgaver, hvor alle oplysninger er givet, og eleven ledes gennem besvarelsen med konkrete spørgsmål.

Formålet med projekterne er at uddybe elevens forståelse for teorien og træne eleven i at matematisere et praktisk problem. Der kan med fordel samarbejdes med de øvrige fag om projekter.

Arbejdet med et projekt kan foregå i grupper eller selvstændigt og afsluttes med en eller anden form for dokumentation. Ofte vil denne dokumentation være en skriftlig rapport, men det er også muligt at lave fx. en skærmpresentation, en film, en lærebog, en artikel el. lign.

I stedet for at lade projektet afslutte et emne, kan man også vælge at lade arbejdet med et projekt danne ramme om undervisningen i et emne. Det er således gennem arbejdet med projektet, at eleven introduceres for nyt stof og gennemarbejder det. Projekterne laves i perioder jævnt fordelt over uddannelsesstiden, således at læreren kan anvende disse som element til variation af undervisningen. Projekterne danner udgangspunkt for den mundtlige prøve i faget på begge niveauer.

Gennem projekterne forsøger eleven selvstændigt at finde en eller flere matematiske løsningsmodel(-ler), og læreren fungerer som vejleder. For nogle elever og grupper vil vejledningen foregå i mange små trin, mens andre vil kunne arbejde selvstændigt og kun have behov for meget lidt vejledning. Det er en balanceakt, som læreren skal indstille sig på i alle projektførelser. Projekterne træner i særlig grad elevernes modelleringskompetence og deres kommunikationskompetence. Der skal lægges vægt på, at dokumentationen for et projekt fremstår som en helhed med en god kommunikationsværdi, hvilket vil sige, at besvarelsen kan læses (eller ses) og forstås, selv om læseren ikke kender opgaven på forhånd.

Dokumentationen af elevens arbejde med projektet kan antage mange former, men ofte vil et projekt resultere i en rapport. Formålet med en matematikrapport er, at give eleverne mulighed for at fremstille skriftlig dokumentation for en konkret problemstilling på et niveau eleven selv vælger. Det er derfor vigtigt at lave en åben problemformulering, så både stærke og svage elever kan finde udfordringer. Herudover kan eleven fordybe sig i dele af den teori, der ligger bag beregningerne. En projektrapport vil typisk indeholde følgende hovedafsnit.

Opgaveanalyse

En kort beskrivelse af, hvad opgaven går ud på, samt hvilke oplysninger der er givet. Hvis der fx. mangler oplysninger, for at opgaven kan besvares, kan det være nødvendigt, at eleven drager nogle konklusioner og formulerer egne antagelser eller indhenter relevante oplysninger.

Løsningsmodel(ler)

En handlingsplan for, hvordan eleven tænker opgaven løst, og herunder hvilken matematisk teori, der skal anvendes i den relevante situation og om muligt også en begrundelse hvorfor. Dette afsnit træner eleven i at bevæge sig op på et højere abstraktionsniveau end blot at kunne løse en konkret opgave

Dokumentation

Her skal selve opgaven løses, og alle udregninger dokumenteres, beskrives og evt. illustreres.

Det kan anbefales, at eleven medtager et teoriafsnit, hvor den benyttede teori opsummeres og udvalgte dele uddybes. Relevante beviser medtages. Denne del er et godt afsæt for den mundtlige prøve.

Vurdering

En diskussion af den fundne løsning i relation til opgaven, fx. de opstillede forudsætninger og antagelser.

Læsning

Eleverne er fra grundskolen vant til, at matematikbøgerne hovedsageligt er instruerende og fyldt med opgaver, så eleverne er trænet i at læse matematik for at lave matematik, men det kan være nyt for mange elever at skulle læse matematik for at lære matematik. Derudover viser erfaringen, at noget af det allersværeste ved overgangen fra grundskole til gymnasium er vores udstrakte brug af symboler og benyttelse af symbolholdige tekster. Når man i undervisningen oplever, at eleverne aldrig læser lektier eller ikke får det forventede udbytte heraf, er det ikke nødvendigvis et udtryk for uvilje eller dovenskab. De kan ganske enkelt ikke læse de bøger, der anvendes i undervisningen. Derfor kan det være en rigtig god investering at bruge energi på den faglige læsning.

Matematiske tekster i lærebøger er ofte multimodale tekster, som er sammensat af tekst (med og uden symboler), formler, figurer, tabeller eller billeder, og det giver udfordringer for eleverne. Mange af de ord, der benyttes i teksten, kan have en helt anden betydning i matematisk sammenhæng end de har i hverdags sproget som for eksempel funktion, forhold, bestemt osv. Undersøgelser viser, at formler, figurer, tabeller mv. opfattes som illustrationer af mange elever, der ikke er nødvendige at læse og derfor springes de over i læsningen. Læseruten for en multimodal tekst er ofte med spring frem og tilbage mellem de enkelte elementer, og det er vigtigt at synliggøre denne. Man må hele tiden tænke på, at det er første gang, eleverne møder tekster som disse, og der skal ofte hjælp til at knække koden.

Den faglige læsning i undervisningen kan foregå på mange måder, og det er en god idé at inddrage aktiviteter både før, under og efter læsningen. Før læsningen kan der arbejdes med elevernes for forståelse, og eleverne kan eksempelvis udarbejde ordkendskabskort eller der kan på anden vis arbejdes med nye ord eller ord med anden betydning i teksten. Under læsningen er det vigtigt, at eleverne læser med forståelse, og der kan arbejdes med læseruten, som beskrevet ovenfor, eller der kan udarbejdes spørgsmål, som eleverne undervejs i læsningen skal stoppe op og svare på og dermed træne elevernes tænkestrategi under læsningen. Efter læsningen skal den nye viden konsolideres, og det kan eksempelvis gøres gennem skriftlig efterbearbejdning af teksten.

Der skal især i undervisningen på A-niveau indlægges perioder, hvor eleverne med passende progression i vejledningen af den faglige læsning arbejder med et matematisk område, så eleverne i den sidste ende kan arbejde selvstændigt med forberedelsesmaterialet. Her vil et samarbejde med andre fag være givtigt, så eleven får kendskab til faglig læsning i andre fag, og at dette kan understøtte og videreudvikle elevens faglige læsning.

Lektier

Htx-elever har meget at lave. Derfor skal man nøje overveje, hvor mange og hvilke lektier man giver dem for, og det skal være meningsfuldt for eleven at lave dem. Måske skal man ikke til hver gang – uden større omtanke – give dem nogle sider for, der skal læses. Vi gennemgår dem jo alligevel i undervisningen, og måske står udbyttet af at have læst på forhånd ikke mål med den tid, der bruges på det. Hermed menes ikke at eleverne ikke skal forberede sig. Man skal blot overveje, hvordan de skal forberede sig, og det der er arbejdet med hjemme skal tages op, uddybes og afrundes i undervisningen. Det kan være en rigtig god idé at lade eleverne bruge deres ny erhvervede viden ved f.eks. at regne et par enkelte opgaver i undervisningen, og derudover lade dem træne yderligere med opgaveregning derhjemme. Disse opgaver skal måske ikke gennemgås detaljeret i den følgende lektion, men man kan lade eleverne gennemgå dem i mindre grupper eventuelt med hjælp fra en standardbesvarelse. Især dygtige elever finder det meget kedeligt at se andres (tavle)gennemgang af opgaver, de har lavet.

3.3 It

Helt fra htx-uddannelsens start har brugen af avancerede lommeregner og it været en del af matematikundervisningen. I dag har de fleste elever bærbare computere og brugen af CAS er en forudsætning for arbejdet med projekterne og mange af de virkelighedsnære opgaver og eksempler, der arbejdes med i undervisningen. På matematik A er CAS desuden en forudsætning under den skriftlige prøves delprøve med hjælpemidler.

Som læreplanen også pointerer, skal det her understreges, at brugen af CAS ikke må indtage en så dominerende rolle, at de basale færdigheder svækkes. Der skal derfor være en naturlig vekselvirkning mellem brugen af CAS og arbejdet med at opdyrke elevernes evner med "papir og blyant". Sidstnævnte testes blandt andet også ved prøverne med en mundtlig dimension, men også i matematik A i delprøven uden hjælpemidler.

It integreres løbende i undervisningen og kan med fordel anvendes som et redskab til elevernes begrebsindlæring. Som eksempler på anvendelsen af it, hvoraf nogle naturligvis kun er relevant for matematik A, kan nævnes:

- illustration af matematiske forhold fx. animationer, der viser overgang fra differenskvotient til differentialkvotient eller fremkomsten af forskellige typer keglesnit
- som redskab, når eleven selv eksperimenterer fx. med forhold ved indskreven eller omskreven cirkel, trekantens areal eller betydningen af konstanterne a , b , og c for forløbet af grafen for en 2. gradsfunktion
- ved gentagne udregninger som fx. beregninger af arealsummer ved forskellige inddelinger samt tabelgenerering
- til analytiske beregninger, fx. bestemmelse af afledet funktion og stamfunktion samt til symbolmanipulation
- til dataanalyse af statistisk materiale
- numeriske beregninger ved bestemmelse af bestemte integraler, differentialkvotienter samt løsning af ligningssystemer og regression.
- som dokumentationsredskab ved skriftlige besvarelser, fx. beregninger, graftegning og tekstbehandling.

Der findes mange matematikprogrammer af forskellige typer og med forskellige formål, og der skal ikke her træffes beslutning om hvilke(t) program(mer), der er bedst. En række af programmerne fungerer både som tegneprogrammer og regneprogrammer, og kan derfor være et redskab fx både til visualiseringer, tegning af grafer, numeriske beregninger, analytiske beregninger, symbolmanipulation m.m. Eleverne har krav på at få en indføring i et passende udvalg af disse programmer som led i deres kompetencetilegnelse, og det er vigtigt, at man med jævne mellemrum arbejder med brugen af disse, så eleverne får indarbejdet gode rutiner og det nødvendige kendskab til hvad programmerne kan, og hvilken terminologi/syntaks de benytter. Desuden skal det klargøres for eleverne hvilke forventninger, der er til blandt andet layout, forklarende tekst og dokumentation, når programmers faciliteter benyttes ved løsning af opgaver og/eller projekter for, at elevens tankegang og kompetencer er demonstreret i tilstrækkelig grad. Eksempelvis skal et eventuelt screendump af en CAS-genereret løsning medfølges af en forklarende tekst, så elevens metode og tankegang er tydelig, og så resultater og konklusioner er tydelige. Ovenstående udfoldes yderligere i afsnittet om dokumentation.

I forbindelse med brugen af CAS vil man undertiden opleve, at ikke alle opgaver kan løses symbolsk, men at man må "nøjes" med en numerisk løsning. Denne problemstilling er værd at tage op i undervisningen:

- Hvordan skelner man mellem de to løsningstyper?
- Hvordan fungerer CAS-værktøjet?
- Hvilken løsningstype er at foretrække i en given situation?
- Hvordan dokumenterer man en numerisk bestemt løsning? (indsættelse, grafisk eftervisning etc.)

Ved løsning af opgaver optræder der sommetider "falske løsninger". Her er det relevant at undersøge

- Hvordan afgøres hvilken løsning, der er korrekt?
- Hvilken dokumentation kræves? (figur, indsættelse af værdier).

Dette er væsentlige spørgsmål, som også er en del af elevens hjælpemiddelkompetence.

Der er i dag mange internetsider med matematikindhold, og dette giver mulighed for at hente inspiration til undervisningsmateriale. På EMU'en findes en mængde materialer (især for stx), og disse vil i mange tilfælde også kunne bruges for htx. Der findes blandt andet sider, hvor eleven på egen hånd kan arbejde med matematiske emner og øve specifikke færdigheder. Der er også en del videomateriale hvor lærere og/eller elever gennemgår beviser og andet matematikfagligt, som kan hjælpe elevernes forståelse.

Hvornår man vil indføre brug af matematikprogrammer, og i hvor stor udstrækning man vil lade eleverne have computeren tændt hele tiden til fx. noteskrivning, kommer helt an på lærerens indstilling og klassens arbejdsmoral og koncentrationsevne. Men det skal pointeres, at der skal arbejdes med matematikprogrammer i undervisningen både i matematik B og matematik A, og at det afsluttende projekt i matematik B forudsætter, at eleverne er grundigt forberedt på at arbejde med disse programmer.

Dokumentation

Der kan ikke gives en nøjagtig beskrivelse af, hvad en tilstrækkelig dokumentation er. Her må man vurdere, om eleven har redegjort for den matematik, der er anvendt, og i hvor høj grad eleven viser matematisk forståelse. Her vil kravene til dokumentation også afhænge af, hvor fokus er i opgaven. Hvis opgaven er stillet i relation til et netop gennemgået emne, fx. teorien om den rette linjes ligning, og eleverne ud fra 2 punkter eller et punkt og en hældning skal finde forskriften, vil man nok ikke nøjes med en ligning, der er fundet ved regression af de to punkter. Dette kan være en udmærket løsningsmåde, hvis fokus ligger på fx. at modellere en konkret problemstilling i fysik.

Der skal arbejdes med tegning af figurer og skitser – både i hånden og med computer. Især indenfor trigonometri og geometri er figurer uundværlige, og der skal lægges vægt på at eleverne laver hjælpe-tegninger, og at tegningernes benævnelser korresponderer med teksten ved siden af (samt en eventuel opgavetekst).

Eleven har metodefrihed, herunder valg af hjælpemidler. Det er tilladt at bruge it-værktøjernes kommandoer til bestemmelse af for eksempel vektorlængder, krydsprodukter, arealer, ekstremumspunkter, vinkler m.m. Men eleverne skal være opmærksomme på, at når en række af beregninger erstattes med en enkelt indtastning, kræver det ofte ledsagende kommentarer for at dokumentere, at man besidder fx tankegangs- og ræsonnementskompetencen. Disse kan være i form af matematiske argumenter, konkrete vurderinger eller verificering af resultaterne ved indsættelse eller tegning af en figur.

Ved skriftlige besvarelser skal de løsninger, der bestemmes ved hjælp af CAS-værktøjer opfattes som ligeværdige med de løsninger, der fremkommer uden, når løsningen er dokumenteret og om nødvendigt vurderet. Eleven skal være opmærksom på, at når mellemregninger udelades, og det vil ofte ske, når CAS-værktøjer er i brug, skal disse erstattes af en forklarende tekst. Det skal altid fremgå af besvarelsen hvilken matematik, der har været i brug, for at nå frem til den angivne løsning. Her kan være tale om benyttede regneregler eller sætninger. De ligninger, der løses, skal altid opskrives.

Desværre er det ikke alle programmer, der er lige velegnet til at dokumentere løsningerne i. Her har læreren en forpligtelse til at gøre eleverne opmærksomme på, at det program, der benyttes til at finde den matematiske løsning på et problem måske ikke kan stå alene, og man derfor må over i fx. et tekstbehandlingsprogram for at dokumentere løsningen ved brug af korrekt matematisk notation. Her skal det bemærkes, at det i beregningsdelen er helt i orden at bruge programmets syntaks, men at det tydeligt skal fremgå i tekst og ved opskrivning af ligninger, hvilken matematik, der er i spil, og hvordan problemet løses (fx.: "vha. lineær regression bestemmes den bedste rette linje gennem punkterne...", "nu løses ligningssystemet...", "funktionsudtrykket differentieres og man finder nulpunkt for den afledede funktion..." osv.). I resultater, der er tal kan både "," og "." benyttes som decimalseparator. Ovenstående er en del af kommunikationskompetencen samt symbol- og formalismekompetencen.

3.4 Samspil med andre fag

Matematik er omfattet af det generelle krav om samspil mellem fagene.

“Dele af kernestof og supplerende stof skal vælges og behandles, så det kan bidrage til det faglige samspil mellem fagene og i studieretningen. I tilrettelæggelse af undervisningen inddrages elevernes viden og kompetencer fra andre fag, som eleverne hver især har, så de bidrager til perspektivering af emnerne og belysning af fagets almindelige sider.

Der skal lægges vægt på samarbejdet med de tekniske, teknologiske og naturvidenskabelige fag samt naturvidenskabeligt grundforløb.

Undervisningen tilrettelægges, så sammenhængen mellem matematik og fysik fremstår tydeligt, og så elevens begrebsdannelse i begge fag understøttes. [LPAB 3.4]

Når matematik A indgår i en studieretning, skal der planlægges et fælles forløb, hvor modeller har en central plads. I forløbet inddrages også tekniske, teknologiske og samfundsmæssige vinkler”. [LPA 3.4]

Matematik indgår som et redskab til bl.a. modellering, beregninger og databehandling i mange praktiske og videnskabelige sammenhænge, og faget samarbejder derfor naturligt med de tekniske, teknologiske og naturvidenskabelige fag samt naturvidenskabeligt grundforløb.

Matematik deltager ikke som fag i naturvidenskabeligt grundforløb, men da naturvidenskabeligt grundforløb har opstilling, anvendelse og fortolkning af lineære sammenhænge som fagligt mål, er der også et krav om koordinering af samarbejde med matematik. Matematik kan her, udover at bidrage med det abstrakte begrebsapparat, drage fordel af at eleverne i naturvidenskabeligt grundforløb møder en række eksempler på modeller og særligt lineære sammenhænge.

Det er også vigtigt at være opmærksom på, at matematiske sammenhænge indgår som forklaringsmodeller på mange måder og i flere fag. Derved sættes elevernes matematiske begrebsapparat løbende i spil i mange andre situationer end de snævert matematikfaglige. De har to vigtige konsekvenser. For det første kan faglige vanskeligheder i matematik begrænse elevernes faglige udvikling i andre fag. For det andet tilbyder bl.a. de naturvidenskabelige fag righoldige muligheder for fagligt samspil og relevante eksempler på matematikkens anvendelse. Det er derfor vigtigt at såvel matematiklæreren som lærerne i de naturvidenskabelige, tekniske og teknologiske fag, løbende er opmærksomme på hvorledes matematik indgår i de forskellige fag.

Matematik er derudover omfattet om et særligt krav om at undervisningen tilrettelægges, så sammenhængen mellem matematik og fysik fremstår tydeligt og så begrebsdannelsen i begge fag understøttes. Det betyder selvfølgelig ikke at fysikfaget skal gøres til matematik eller omvendt. Men fysikfaget har den særkende, at de fysiske love er formuleret som matematiske sammenhænge, og oftest som lineære sammenhænge. Samspillet med fysik tilbyder derfor mange eksempler på konkrete manifestationer af de abstrakte matematiske begreber. Det er derfor vigtigt, at planlægningen af undervisningen i de to fag løbende koordineres, både i grundforløbet og studieretningsforløbet.

Samspillet ikke bare med fysik, men også med de øvrige naturvidenskabelige samt de tekniske og teknologiske fag kan tage mange former. Der kan være tale om egentlige flerfaglige forløb, men der kan også være tale om en fælles bevidsthed og viden om begreber, sprogbrug og metoder, og hvad der arbejdes med i fagene på et givet tidspunkt.

4 Evaluering

4.1 Løbende evaluering

Den løbende evaluering af elevens matematikfaglige udbytte har til formål dels at give eleven respons på vedkommendes arbejde, så dette kan forbedres, og dels at hjælpe underviseren med at finde elevens niveau ved karaktergivning - både terminskarakterer og afsluttende standpunktskarakterer. Det skal være tydeligt for eleven i den løbende evaluering, hvorledes denne klarer sig i forhold til mindstekravene, og at der gives klare retningslinjer for, hvorledes eleven kan arbejde med at opnå kravene. Beskrivelsen af karaktererne 12, 7 og 02 i både mundtlig og skriftlig findes under 4.3 Bedømmelseskriterier.

Den løbende evaluering af selve undervisningen har til formål dels at give eleven mulighed for at ytre sin mening om den afviklede undervisning og dermed få indflydelse på den fremadrettede undervisning, og dels at give underviseren en indsigt i elevernes oplevelse af undervisningen, så dette kan danne grundlag for den videre planlægning af undervisningen.

En konkret og forståelig formativ evaluering på elevernes skriftlige og mundtlige arbejde er en forudsætning for, at eleverne udvikler sig og erhverver sig de kompetencer, der er fagets mål. Man kan give skriftlige og mundtlige tilbagemeldinger og der kan arbejdes med principper som feedup, feedback og feedforward i forbindelse med evalueringen. Væsentligt er det, at den er fokuseret, så eleven ikke skal forholde sig til mange forskelligartede kommentarer på en gang. Med alt for mange kommentarer kan det være svært at vide, hvor man som elev skal sætte ind med en særlig indsats. Man kan undertiden fortælle eleverne på forhånd, hvad fokus for evalueringen er; dokumentation, korrekt svar, korrekt notation, brug af figurer etc. Især ved matematikprojekterne giver det god mening for både elever og lærer, hvis man fokuserer på et enkelt eller to områder, når man evaluerer.

I afslutningen af grundforløbet afvikles en skriftlig screening. Der skal ikke nødvendigvis gives en karakter, men elever og lærere skal anvende resultatet som led i elevernes endelige beslutning om valg af studieretning, herunder matematikniveau.

4.2 Prøveform

Matematik på B-niveau afsluttes med en projektprøve, og denne er en del af elevens prøveudtræk, så det er ikke sikkert, at eleven skal til prøve i matematik på B-niveau.

Matematik på A-niveau afsluttes med en skriftlig og en mundtlig prøve. Da prøverne er en del af elevens prøveudtræk, er der mulighed for, at en elev enten kommer til mundtlig prøve eller til skriftlig prøve eller eventuelt til begge dele. Et forberedelsesmateriale ligger til grund for både den skriftlige og den mundtlige prøve.

Regler vedrørende eksaminandernes brug af internettet for at tilgå tilladte hjælpemidler ved prøverne fremgår af § 6 i "[Bekendtgørelse om visse regler om prøver og eksamen i de gymnasiale uddannelser](#)".

I [vejledningen](#) til bekendtgørelsen er der givet eksempler på, hvilke hjælpemidler der må, og hvilke der ikke må tilgås via internettet.

De 3 prøveformer samt forberedelsesmaterialet er beskrevet i det følgende.

Projektprøve, B-niveau

Matematik B afsluttes med en centralt stillet, it-baseret projektprøve, der er en del af elevens prøveudtræk. Alle elever, der afslutter matematik på B-niveau, dvs. elever, som ikke fortsætter på valghold i matematik A, skal lave det afsluttende projekt, og bedømmelsen af dette indgår i den afsluttende skriftlige standpunktskarakter.

Den afsluttende prøve i matematik B er en kombineret projektprøve og mundtlig prøve. Ved den mundtlige prøve indgår spørgsmål indenfor hele kernestoffet samt det supplerende stof, der er arbejdet med. Dog må emnet dataanalyse udgå. Eksamensspørgsmålene, der består af 2 til 3 delspørgsmål, er kendte for eksaminanden.

Antallet af kendte spørgsmål skal dække al kernestof og det supplerende stof. Antallet af spørgsmål afhænger således ikke af, hvorvidt man har et lille hold eller et stort hold.

Ved den mundtlige prøve trækker eksaminanden ved lodtrækning en kendt opgave, der knytter sig til et af projekterne fra undervisningen og den teori, det omhandler. Derudover trækker eksaminanden ved lodtrækning en ukendt stillet opgave, der afprøver fagets mindstekrav. Denne ukendte stillede opgave er 4 små opgaver i flere emner. Alle mindstekravsopgaver skal være forskellige.

Den mundtlige prøve falder i 3 dele. I den ene del redegør eksaminanden for sin projektbesvarelse af det centralt udmeldte tema, der suppleres med uddybende spørgsmål for at afklare eksaminandens matematiske forståelse og ejerskab til opgaven. Denne del af eksaminationen må højst omfatte 1/3 af eksaminationstiden. Den anden del af prøven former sig som en samtale mellem eksaminand og eksaminator med udgangspunkt i den ved lodtrækning trukne kendte opgave. Såfremt eksaminationen i de to dele rejser tvivl om, hvorvidt eksaminanden kan honorere mindstekravene bruges den tredje og sidste del af eksaminationen på at teste fagets mindstekrav. Honorering af disse mindstekrav vil give en karakter på mindst 02. Det er individuelt hvor lang tid der bruges på disse mindstekravsopgaver, men eleven har tid i forberedelsestid til disse mindstekravsopgaver, og har derfor også forudsætning til at fremlægge dem til prøven. Så for nogle elever bruges der måske 2 minutter og for andre fx 10 minutter på denne sidste del.

Rækkefølgen af de to første dele bestemmer eksaminanden selv, gerne i samråd med eksaminator. For nogle eksaminander er det en fordel at starte med den udtrukne opgave, som man lige har siddet og forberedt sig på. Dette kræver at eksaminator og censor er bevidst om, hvor mange uddybende spørgsmål der er til projektet, så man eventuelt kan stoppe eksaminanden i tide, så der er tid nok til denne afklaring.

På Emu'en findes materiale brugt på FIP-kurser om begrebet mindstekrav i forbindelse med den mundtlige del af projekteksamen, som kan være godt at orientere sig i. Link til materialet findes [her](#).

En skabelon på en mundtlig opgave kan være:

1. Du skal redegøre for et centralt område fra besvarelsen af din projektopgave. Dette følges op af en samtale med uddybende spørgsmål fra eksaminator. Alle områder i projektopgaven kan indgå i samtalen.
2. Tag udgangspunkt i dit projekt XX, hvor du her kommer ind på, hvorledes sinus-relationerne anvendes og bevises.
3. Besvar nedenstående 4 mindstekravsopgaver (her skal så være 4 opgaver, der ikke omhandler sinus-relationerne)

Under forberedelsen må eksaminanden benytte alle hjælpemidler, men dog ikke internettet og kommunikation med omverdenen. I forbindelse med den stadig mere udbredte brug af computeren til at tage noter på, vælger nogle elever at lave noterne i forberedelsen på computer - ofte som klippe-klistre fra undervisningsnoterne. Det er vigtigt, at eksaminanden forud for prøven er orienteret om, hvad formålet med forberedelsestiden er, og hvordan tiden udnyttes bedst muligt. Det vil næppe forbedre elevens præstation, at vedkommende ved prøven medbringer lange detaljerede noter, der er hentet direkte ind fra tidligere notater.

Oplæg til projekterne, elevernes besvarelse af det centralt stillede projekt, de kendte spørgsmål og opgaverne, der tester fagets mindstekrav, sendes til censor mindst 5 hverdage før prøvens afholdelse, medmindre særlige forhold er til hinder herfor. Det kan betyde, at udsendelsen må foretages, før eksamensplanen er offentliggjort. Udsendelsen må da kun ske i et omfang, der ikke medfører, at andre dele af eksamensplanen kan udledes.

Vejledning

I den periode, hvor eleverne arbejder med matematik B projektet, fungerer læreren som vejleder. Det betyder, at man ikke må undervise i denne periode, heller ikke selvom det kan være fristende at tage en problemstilling, som mange elever har svært ved, op på tavlen og gennemgå i fællesskab.

Eleverne skal aflevere **en selvstændig og individuel besvarelse**. Det betyder ikke, at de ikke må arbejde sammen, men derimod at de selv skal kunne beskrive og forklare, hvad de laver. En gruppe af elever må altså ikke aflevere en fælles løsning, heller ikke selv om de ændrer et par sætninger her og der. Det er en hårfin balance, og som lærer må man tilskynde, at eleverne arbejder selvstændigt, men meget gerne hjælper hinanden.

Vejledningen slutter ved afslutningen af prøveperioden. I tiden mellem afleveringen og en eventuel mundtlig prøve, læser og vurderer man elevernes besvarelser, og her er det vigtigt, at man ikke giver feedback til eleverne. Den projektbesvarelse, der præsenteres ved den mundtlige prøve, må ikke være kommenteret.

Forberedelsesmaterialet, A-niveau:

Der er afsat 10 timer (af undervisningstiden) på 2 dage til arbejdet med forberedelsesmaterialet til prøverne i matematik A.

Oplægget indeholder teori, eksempler og opgaver i et emne i forlængelse af kernestoffet. Eleverne arbejder selvstændigt med materialet og alle hjælpemidler er tilladt inklusivt at modtage vejledning. Det er ikke hensigten, at der skal undervises i forberedelsesmaterialet.

Den skriftlige prøve, A-niveau:

Denne prøve består af et todelt centralt stillet opgavesæt, som udleveres ved prøvens begyndelse. Signet med denne prøveform er at teste elevens matematikkompetencer, jf. punkt 2.1.

Prøven udleveres til eleverne kl. 09.00. Delprøve 1 afleveres på papir – og skolen sender denne delprøve til 1. censor. Til delprøve 1 skal den centralt udmeldte formelsamling benyttes, og denne formelsamling ligger på UVM's hjemmeside under læreplaner for matematik.

Det er skolen som sikrer, at eleverne har et eksemplar af formelsamlingen, der ikke er skrevet i. Når eleverne har afleveret delprøve 1 (senest efter en time) må de gå i gang med delprøve 2. Dvs. de må gå på Netprøver, hvor prøven ligger digitalt, og de må benytte deres hjælpemidler. Delprøve 2 afleveres som en pdf-fil i Netprøver.

Spørgsmålene til den første del af prøven inddrager ikke forberedelsesmaterialet, men består af opgaver stillet med udgangspunkt i kernestoffet, jf. punkt 2.2. Ved den første del af prøven må eksaminanden ikke bruge andre hjælpemidler end den centralt udmeldte formelsamling.

Nogle af spørgsmålene ved anden del af prøven tager udgangspunkt i forberedelsesmaterialet, jf. punkt 3.2. De øvrige spørgsmål omhandler emner fra kernestoffet. Der kan forekomme opgaver, hvor eksaminanderne i et delspørgsmål skal anvende resultatet af et tidligere delspørgsmål. I den forbindelse er det vigtigt at fortælle eksaminanderne, at hvis de mangler et sådan resultat, kan der stadig opnås delvis eller fuld besvarelse for senere delspørgsmål ved at komme med et fornuftigt og velargumenteret forslag til et svar, der kan arbejdes videre med.

Ved anden del af prøven har eksaminanden adgang til alle hjælpemidler og it-værktøjer, bortset fra kommunikation med omverdenen. Der henvises i øvrigt til bestemmelserne i eksamensbekendtgørelsen.

I Prøvebanken findes tidligere års skriftlige eksamensopgaver samt de tilhørende forberedelsesmateriale.

På første side i opgavesættet står, hvilke krav der er til besvarelsen. Denne side kan med fordel nøje gennemgås med eleverne – ikke blot lige før den skriftlige prøve – men kravene kan tages op i forbindelse med opgaveregning og afleveringsopgaver.

På FIP marts 2021 blev der udarbejdet et materiale om elevernes besvarelse af sommerens prøve 2020 hvor lærerne vurdering af elevbesvarelser indgår samt generelt lidt om instrumentel vs relationel forståelse. Materialet kan findes på EMU ([FIP i matematik - marts 2021 | emu danmarks læringsportal](#)).

Den mundtlige prøve, A-niveau

I alle eksamensopgaver (spørgsmål) skal der indgå et projekt, kendte delspørgsmål og et ukendt bilag. Alle delspørgsmål er kendte for eleverne, og skal tilsammen dække al kernestof og supplerende stof. Dog må emnet dataanalyse udgå. Antallet af opgaver og delspørgsmål afhænger ikke af hvor stort ens hold er. Elever der sidder på et lille hold, skal forberede sig ligeså meget, som elever, der sidder på et stort hold.

Delspørgsmålene skal udleveres i undervisningstiden og eleverne må gerne arbejde med dem i undervisningen. Når man laver delspørgsmål i forberedelsesmaterialet kan disse først udleveres i forberedelsesdagene.

Når læreren laver selve eksamensopgaven, som eleven trækker, kan læreren vælge, at eleverne taler om to emner.

De ukendte bilag skal perspektivere spørgsmålet gennem billeder, figurer, kort overskuelig tekst og lignende. Bilag kan også være fysiske genstande. Bilag må også tage udgangspunkt i forberedelsesmaterialet, hvis man føler det passer.

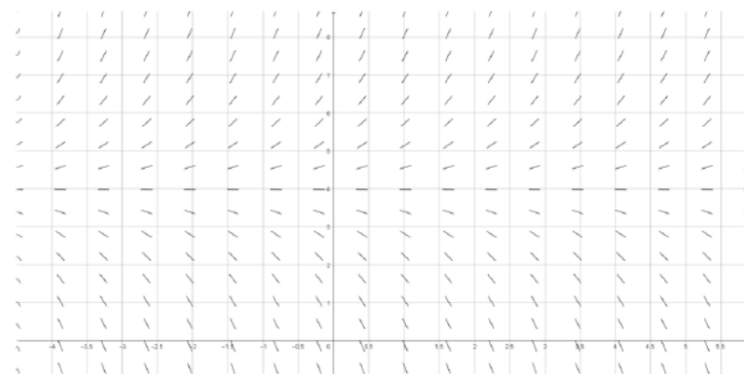
Antallet af opgaver og delspørgsmål (som jo er kendt for eleverne bortset fra bilaget) skal være nogenlunde ens, uanset om man er elev på et lille valghold eller elev i en stor klasse med matematik A i studieretningen. Det er en god idé at eleverne kender kombinationen af delspørgsmål.

Et eksempel på en mundtlig opgave kan være:

- Gør rede for løsning af differentialligning af typen $y' = ay + b$ med udgangspunkt i projekt Salt-tank.
- Gør rede for bestemmelse af vinkel mellem planer i rummet.
- Undervejs i din fremlæggelse skal du inddrage vedhæftede bilag.

Bilag

Fortæl om linjeelementer med udgangspunkt i figuren nedenfor



Eksempler på eksamensspørgsmål kan findes på EMU'en. Det findes til sidst i dokumentet om Notat om skriftlig prøve HTX-A niveau ([Prøver og eksamen | emu danmarks læringsportal](#))

Under forberedelsen må eksaminanden benytte alle hjælpemidler. I forbindelse med den stadig mere udbredte brug af computeren til at tage noter på, vælger nogle elever at lave noter i forberedelsen på computeren ofte som klippe-klistre fra undervisningsnoterne. Det er vigtigt, at eksaminanden er klar over, hvad formålet med forberedelsestiden er, og hvordan tiden udnyttes bedst muligt. Det vil næppe forbedre elevens præstation, at vedkommende ved prøven medbringer lange detaljerede noter, der er hentet direkte ind fra tidligere notater.

Eksaminanden har mulighed for at medbringe såvel noter, bøger computer/lommeregner etc. under eksaminationen, men igen er det vigtigt, at man i forvejen har drøftet eksaminationens forløb med eleverne. En forud forberedt PowerPoint-præsentation, der læses op, fortæller ikke meget om eksaminandens matematikundskaber. Derimod har eksaminanden naturligvis lov til at støtte sig til sin disposition/noter i mindre omfang. Det forlanges ikke, at eksaminanden kan huske hele sin præsentation udenad. Hvis eksaminanden finder det relevant at anvende fx. en computer til visualisering af en given problemstilling er dette også muligt.

Censor og eksaminator skal være opmærksomme på formålet med den mundtlige prøve, nemlig at eksaminanden skal vise i hvor høj grad vedkommende har tilegnet sig de matematiske kernekompetencer – jf. afsnittet om bedømmelseskriterierne.

Opgaverne (som hver indeholder to til tre kendte delspørgsmål og et ukendt bilag) og oplæg til projekterne sendes til censor mindst 5 hverdage før prøvens afholdelse, medmindre særlige forhold er til hinder herfor. Det kan betyde, at udsendelsen må foretages, før eksamensplanen er offentliggjort. Udsendelsen må da kun ske i et omfang, der ikke medfører, at andre dele af eksamensplanen kan udledes.

4.3 Bedømmelseskriterier

Bedømmelseskriterierne er forskellige for projekt og mundtlig del på B-niveau og tilsvarende for den skriftlige og mundtlige prøve på A-niveau. Det skyldes, at det ikke er alle de matematiske kernekompetencer, der er lige meget i spil ved de forskellige prøveformer. Derfor er bedømmelseskriterierne blevet delt op, så nogle af de faglige mål primært bedømmes ved den ene og andre ved den anden.

Det betyder naturligvis, at man sagtens kan tage hensyn til, hvis en elev ved den mundtlige del af prøven på B-niveau eller den mundtlige prøve på A-niveau er i stand til at dokumentere fx hjælpemiddelkompetencen, selvom at det ikke er et af de faglige mål der primært afprøves ved den mundtlige prøve.

Karakterbekendtgørelsen kan findes på ministeriets hjemmeside.

Karakterskalaen er karakteriseret ved at operere med et fejl- og mangelbegreb. Man skal altså bedømme i hvor høj grad en elev har opnået slutmålene for faget.

Det er vigtigt at understrege, at bedømmelsen – uanset prøveform – altid skal gennemføres som en helhedsbedømmelse af eksaminandens præstation. Det er også vigtigt at understrege, at eksaminandens besvarelse af projektet ikke indgår i bedømmelsen af den mundtlige præstation.

Nedenfor er angivet retningslinjer for opnåelse af karaktererne 12, 7 og 02 i matematik B og i matematik A

Beskrivelsen er naturligvis ikke udtømmende, og man skal derfor ved bedømmelsen fokusere på i hvor høj grad eleven har opnået de kompetencer, der er beskrevet i afsnit 2.1 Faglige mål. Man skal være opmærksom på, at eleven naturligvis godt kan vise de fornødne kompetencer og opfyldelse af de faglige mål på tilstrækkeligt højt niveau uanset det kernestof eleven arbejder med ved selve eksamen. Eksempelvis kan alle faglige mål og kompetencer uden problemer opfyldes inden for emnet differentialregning selvom det måske typisk behandles i 2.g.

Oversigt over karakterskalaen

Karakter	Betegnelse	Beskrivelse
12	Fremragende	Karakteren 12 gives for den fremragende præstation, der demonstrerer udtømmende opfyldelse af fagets mål, med ingen eller få uvæsentlige mangler.
7	God	Karakteren 7 gives for den gode præstation, der demonstrerer opfyldelse af fagets mål, med en del mangler.
02	Tilstrækkelig	Karakteren 02 gives for den tilstrækkelige præstation, der demonstrerer den minimalt acceptable grad af opfyldelse af fagets mål.

Den skriftlige projektbesvarelsen på B-niveau

Karakter	Beskrivelse
12	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet korrekt og hensigtsmæssigt. Ud fra enkle matematiske ræsonnementer argumenteres sagligt for de anvendte løsningsmetoder. Løsningen er veldokumenteret med en sikker brug af figurer og symbolsprog. Eksaminanden er i stand til at opstille og behandle simple matematiske modeller og vurdere såvel model som løsning. Der demonstreres fagligt overblik og eleven er i stand til at inddrage en meget stor del af stoffet i besvarelsen. Kommunikationsværdien er meget høj, idet der på en naturlig måde skiftes mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. Eksaminanden behersker fagets terminologi og kan skifte mellem forskellige repræsentationsformer. I besvarelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet godt og hensigtsmæssigt. Ud fra simple matematiske ræsonnementer argumenteres der i et vist omfang for de anvendte løsningsmetoder. Løsningen er dokumenteret med en god brug af figurer og symbolsprog, og der inddrages en god del af stoffet i besvarelsen. Eksaminanden er delvist i stand til at opstille og behandle meget simple matematiske modeller og vurdere løsningerne. Kommunikationsværdien er god, idet eksaminanden kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog.
02	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet på et meget elementært niveau. Matematiske ræsonnementer anvendes usikkert og usammenhængende. Dokumentationen er mangelfuld med ringe brug af figurer og symbolsprog. Der demonstreres et beskedent fagligt overblik og kun elementære dele af stoffet inddrages. Eksaminanden er i ringe grad i stand til at opstille og behandle meget simple matematiske modeller, men kan løse elementære opgavetyper. Anvendelsen af fagets terminologi er usikker. Kommunikationsværdien er beskeden, idet eksaminanden kun i mindre udstrækning kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog.

Den mundtlige projektprøve på B-niveau

Karakter	Beskrivelse
12	Fremlæggelsen er velstruktureret og eksaminanden behersker fagets terminologi og kan skifte sikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer stor fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement – herunder enkel matematisk bevisførelse. Eksaminanden udviser et stort overblik på alle felter samt evne til at generalisere og anvende stoffet i andre sammenhænge. Ved fremlæggelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	Fremstillingen er godt struktureret, og fagets terminologi benyttes. Der veksles på tilfredsstillende måde mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer en vis fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement, dog med udeladelse af visse argumenter. Eksaminanden har et godt overblik og kendskab til væsentlige områder af stoffet og kan i nogen grad generalisere. En del af fremlæggelsen er eksempler på konkrete anvendelser. Ved fremlæggelsen forekommer adskillige fejl og mangler.
02	Fremstillingen er ustruktureret. Eksaminanden behersker kun mangelfuldt fagets terminologi og skifter usikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog, samt mellem forskellige repræsentationsformer. Eksaminanden demonstrerer en ringe fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement. Fremlæggelsen er usikker og består primært af eksempler på konkrete anvendelser. Eksaminanden har et beskedent overblik men behersker simpel symbolmanipulation. Honorering af fagets mindstekrav giver karakteren mindst 02.

Vurderingen af elevens præstation er en helhedsvurdering imellem de tre dele af eksamen og altså ikke blot en gennemsnitsbetragtning. Man kan for de fleste elever forvente at alle tre dele af præstationen afspejler omtrent samme niveau, både projekt, mundtligt spørgsmål og mindstekrav. Man skal dog indtænke at de tre dele tester forskellige taksonomiske niveauer, hvorved man ikke tænke de tre dele summativt. Dvs. når man viser ræsonnementskompetensen trækker det mere op en det trækker ned, hvis man ikke kan regne en enkelt af mindstekravsopgaverne.

Hvis en enkelt del af eksamen er nedprioriteret (fx mindstekrav eller projekt), så trækker det ned i vurderingen. Men hvis projektdelen og det mundtlige del uden tvivl samlet set er bestået, så kan en mangel i mindstekravsopgaverne ikke gøre at eleven dumper. Det er vigtigt at gøre klart for eleven inden eksamen at alle tre dele af eksaminationen tæller med og derfor skal besvares efter bedste evne.

De elever som har svært ved at honorere fagets krav i eksaminationens første to dele til et bestået niveau vil sjældent kunne magte at besvare fire mindstekravsopgaver perfekt. Hvis de kan hovedparten korrekt, så vil det være bestået. De afklarende spørgsmål skal give eleven mulighed for at tænke over og uddybe eventuelle skrive- og regnefejl.

Den skriftlige prøve på A-niveau

Karakter	Beskrivelse
12	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet korrekt og hensigtsmæssigt. Hvor det er relevant er løsninger og modeller vurderet. Besvarelsen er veldokumenteret med sikker brug af figurer og symbolsprog. Der demonstreres stort fagligt overblik på alle felter og ud fra matematiske ræsonnementer argumenteres sagligt for de anvendte løsningsmetoder. Eksaminanden behersker fagets terminologi og kan skifte mellem forskellige repræsentationsformer. Kommunikationsværdien er meget høj, idet der på en naturlig måde skiftes mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. I besvarelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	I besvarelsen benyttes matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – på en fornuftig måde. Der demonstreres et solidt og bredt fagligt overblik, og ud fra matematiske ræsonnementer argumenteres i et vist omfang for de anvendte løsningsmetoder. Løsningen er dokumenteret med en god brug af figurer og symbolsprog. Eksaminanden er delvist i stand til at opstille og behandle matematiske modeller og vurdere løsningerne. Kommunikationsværdien er god, idet eksaminanden kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. Eksaminanden behersker fagets terminologi og har et godt kendskab til sammenhængen mellem forskellige repræsentationsformer. I besvarelsen forekommer adskillige fejl og mangler.
02	I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet på et meget elementært niveau. Matematiske ræsonnementer anvendes usikkert og usammenhængende. Dokumentation er mangelfuld med ringe brug af figurer og symbolsprog. Der demonstreres et beskedent fagligt overblik og eksaminanden har kun kendskab til en begrænset del af stoffet. Eksaminanden er i ringe grad i stand til at opstille og behandle simple matematisk modeller, men kan løse elementære opgavetyper. Anvendelsen af fagets terminologi er usikker. Kommunikationsværdien er beskedent, idet eksaminanden kun i mindre udstrækning kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. Honorering af fagets mindstekrav giver karakteren mindst 02.

Den mundtlige prøve på A-niveau

Karakter	Beskrivelse
12	Fremstillingen er velstruktureret og fagets terminologi anvendes sikkert. Der veksles problemfrit mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer meget stor fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement – herunder matematisk bevisførelse. Eksaminanden viser et stort overblik på alle felter samt evne til at generalisere. Hvor det er relevant veksles mellem begrebernes forskellige repræsentationsformer. Ved fremlæggelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.
7	Fremstillingen er godt struktureret, og fagets terminologi benyttes. Der veksles på tilfredsstillende måde mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog. Eksaminanden demonstrerer en vis fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement – herunder matematisk bevisførelse, der kombineres med konkrete anvendelser. Eksaminanden har et godt overblik på mange områder og kan i nogen grad generalisere. Der veksles mellem begrebernes forskellige repræsentationsformer. Ved fremlæggelsen forekommer adskillige fejl og mangler.
02	Fremstillingen er ustruktureret. Eksaminanden behersker kun mangelfuldt fagets terminologi og skifter usikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog, samt mellem forskellige repræsentationsformer. Eksaminanden demonstrerer en beskeden fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement, hvor væsentlige argumenter udelades. I stedet vises eksempler på konkrete anvendelser. Eksaminanden har et mangelfuldt overblik og har kun kendskab til en begrænset del af stoffet.



**BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET**
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET