



VEJLEDENDE ENKELTOPGAVER

Hf matematik B-niveau

August 2025

Forord til vejledende enkeltopgaver, hfB, august 2025

Grundlaget for de skriftlige prøver i matematik B er beskrevet gennem henholdsvis læreplan, undervisningsvejledning, de vejledende og de stillede opgavesæt ved de skriftlige prøver.

Denne samling af vejledende enkeltopgaver kan ikke træde i stedet for læreplan og undervisningsvejledning, men skal alene ses som et supplerende materiale til støtte for undervisningen frem mod de skriftlige prøver. Opgaverne i denne samling viser, hvordan både nye og gamle emner kan komme til udtryk i henhold til 2024-læreplanen.

Opgavesamlingen udgør *ikke en udtømmende* beskrivelse af de opgavetyper, der kan og vil blive stillet ved de kommende skriftlige prøver, men repræsenterer en række forskelligartede måder, hvorpå et emne kan optræde i opgaver ved den skriftlige prøve. Antallet af opgaver inden for et bestemt emne er *ikke udtryk for en vægtning af det pågældende emne*. Opgavesamlingen er heller *ikke et udtryk for forholdet mellem lette og svære opgaver* i et prøvesæt

Opgavesamlingen knytter sig til den godkendte formelsamling til 2024-læreplanen.

Opgavesamlingen er udarbejdet af opgavekommissionen for matematik hf og betalt for af Matematiklærerforeningen.

Indholdsfortegnelse

Indhold

1. Eksempler på Opgave 1 spørgsmål	3
2. Tal og algebra	11
Delprøve 1	11
3. Funktioner og differentialregning	15
Delprøve 1	15
Delprøve 2	26
4. Analytisk geometri	33
Delprøve 1	33
Delprøve 2	38
5. Kombinatorik og sandsynlighedsregning	44
Delprøve 1	44
Delprøve 2	48

1. Eksempler på Opgave 1 spørgsmål

1.D1.1

a) Reducér $a^8 \cdot a^3$.

1.D1.2

a) Reducér $(a^5)^3$.

1.D1.3

a) Reducér $(a-3)^2$.

1.D1.4

a) Reducér $a \cdot (a^3 + b)$

1.D1.5

a) Løs ligningen $x^2 = 16$.

1.D1.6

a) Løs ligningen $2 \cdot (x-9) = 12$ ved hjælp af ligningsregler.

1.D1.7

a) Vis, at $x=5$ er en løsning til ligningen $x^2 - 3 = 22$.

1.D1.8

Der er givet andengradsligningen

$$3x^2 + 5x + 1 = 0.$$

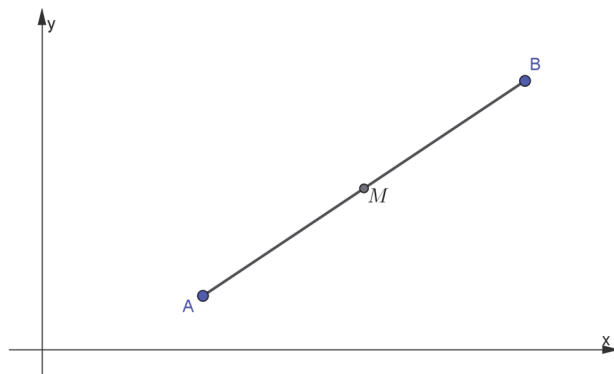
a) Bestem diskriminanten d .

1.D1.9

Punkterne $P(2, 9)$ og $Q(4, 5)$ ligger på linjen l .

a) Bestem linjens hældningskoefficient.

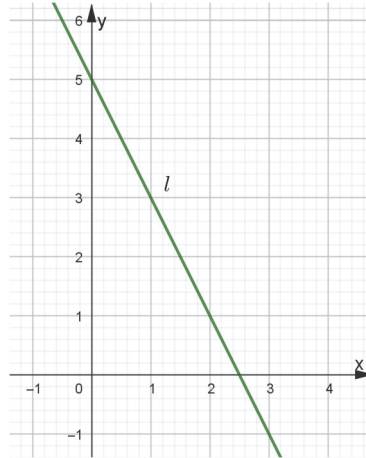
1.D1.10



Figuren viser punkterne $A(3, 1)$ og $B(9, 5)$ samt midtpunktet M for linjestykket AB .

a) Bestem koordinatsættet til midtpunktet M .

1.D1.11



Figuren viser linjen

$$l: y = a \cdot x + b.$$

- a) Bestem hældningskoefficienten a ved aflæsning på figuren.

1.D1.12

En cirkel er givet ved ligningen

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 36.$$

- a) Bestem cirkelns centrum.

1.D1.13

En cirkel er givet ved ligningen

$$(x - 2)^2 + (y + 8)^2 = 49.$$

- a) Bestem cirkelns radius.

1.D1.14

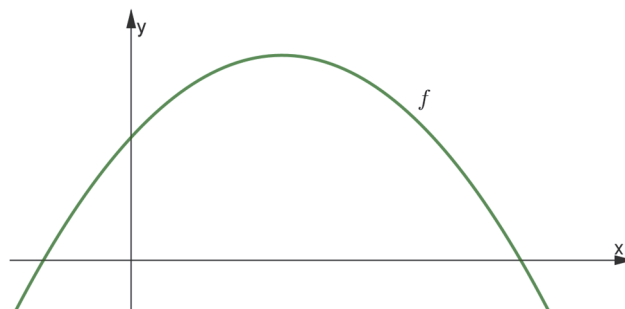
- a) Vis, at linjen med ligningen $y = 3x - 10$ går gennem punktet $(7, 11)$.

1.D1.15

Linjen l har hældningen $a = 2$, og linjen m har hældningen $c = -0,5$.

- a) Er de to linjer ortogonale? Begrund dit svar.

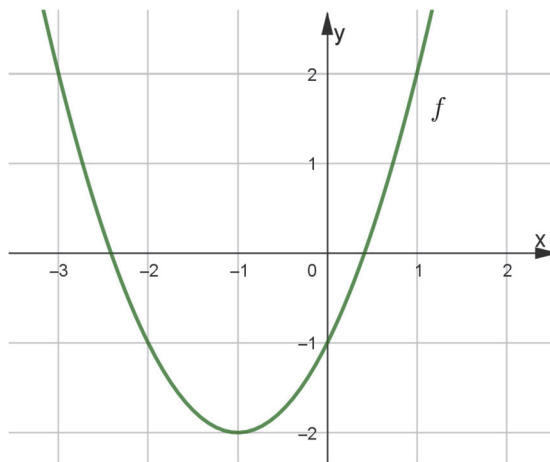
1.D1.16



Figuren viser grafen for et andengradspolynomium $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

- a) Bestem fortegnet for tallet b .

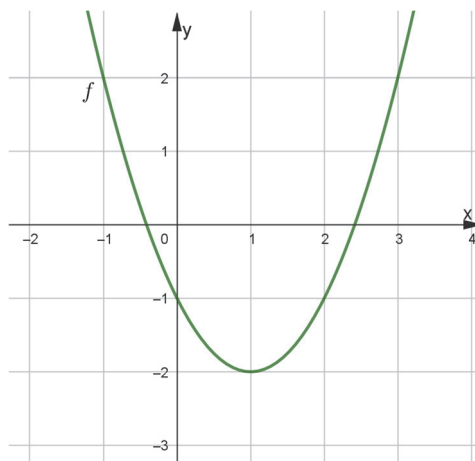
1.D1.17



Figuren viser grafen for et andengradspolynomium $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

- a) Bestem tallet c .

1.D1.18



Figuren viser en parabel.

- a) Bestem koordinatsættet til parablens toppunkt ved aflæsning på figuren.

1.D1.19

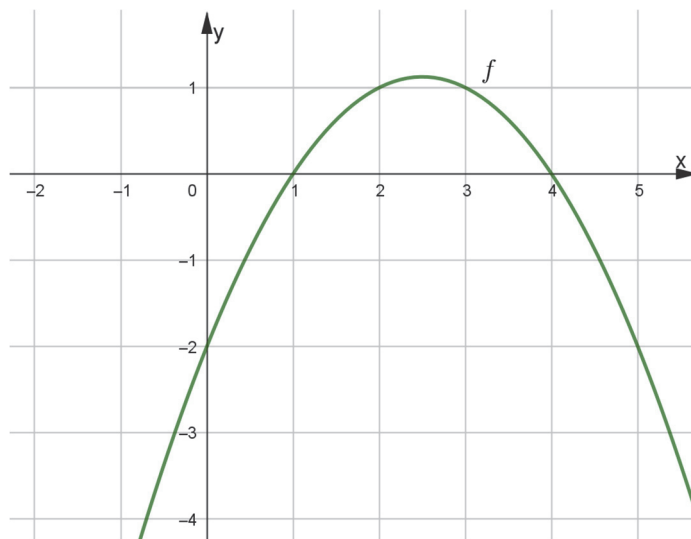
En parabel er graf for andengradspolynomiet $f(x) = x^2 + 6x - 7$.

- a) Bestem x -koordinaten til parablens toppunkt.

1.D1.20

- a) Er $x = 5$ en rod i andengradspolynomiet $f(x) = x^2 - 4x - 5$?

1.D1.21



Figuren viser grafen for et andengradspolynomium f .

- a) Bestem rødderne for f ved aflæsning på figuren.

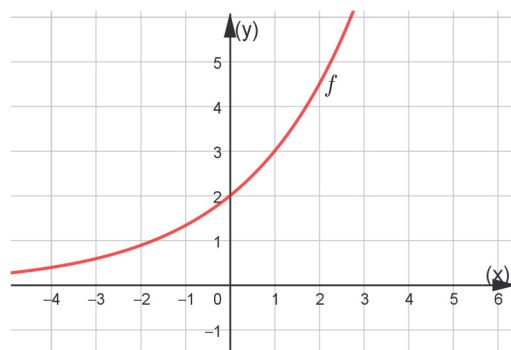
1.D1.22

Et andengradspolynomium f er givet ved den faktorerede forskrift

$$f(x) = 3 \cdot (x - 1) \cdot (x + 4).$$

- a) Bestem rødderne for f .

1.D1.23



Figuren viser grafen for en funktion f med forskriften $f(x) = b \cdot e^{k \cdot x}$.

- a) Bestem tallet b ved aflæsning på grafen.

1.D1.24

Antallet af indbyggere i en by vokser med 4,5 % pr. år.

Udviklingen i antallet af indbyggere kan beskrives ved en eksponentiel funktion

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

hvor $f(x)$ er antallet af indbyggere, og x er antal år efter 2025

- a) Bestem fremskrivningsfaktoren a .

1.D1.25

Udviklingen i beløbet på en bankkonto kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = 8000 \cdot 1,03^x,$$

hvor $f(x)$ er størrelsen af beløbet, målt i kroner, og x er antal år efter 2020.

- a) Hvad fortæller tallet 1,03 om beløbet på kontoen?

1.D1.26

Udviklingen i antal medarbejdere hos et bestemt firma kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = 51x + 820,$$

hvor $f(x)$ er antal medarbejdere, og x er antal år efter 2022.

- a) Hvad fortæller tallet 51 om antal medarbejdere?

1.D1.27

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^2 + 3x - 7.$$

- a) Bestem $f(4)$.

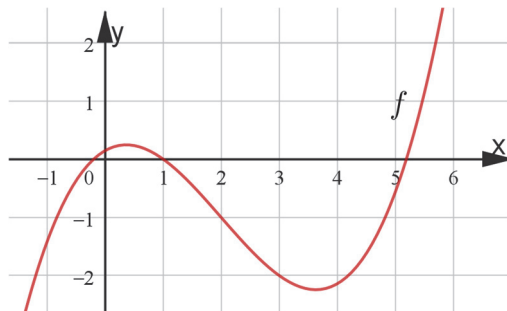
1.D1.28

En funktion er givet ved forskriften

$$f(x) = 5 \cdot \ln(x) + 2.$$

- a) Bestem $f(1)$.

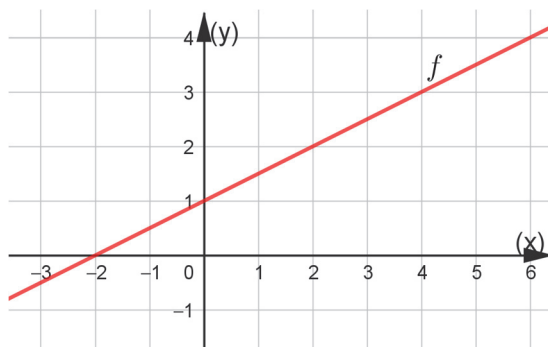
1.D1.29



Figuren viser grafen for en funktion f .

- a) Bestem $f(3)$ ved aflæsning på figuren.

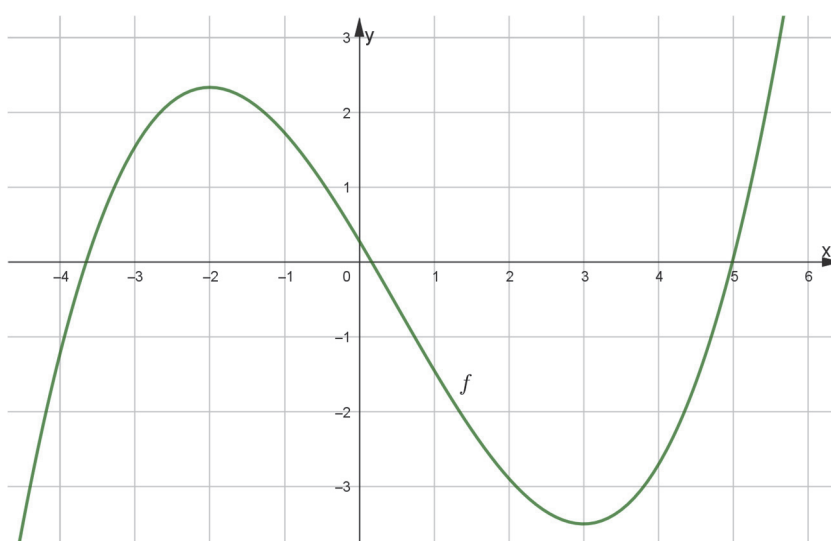
1.D1.30



Figuren viser grafen for en funktion f .

- a) Løs $f(x) = 3$ ved aflæsning på figuren.

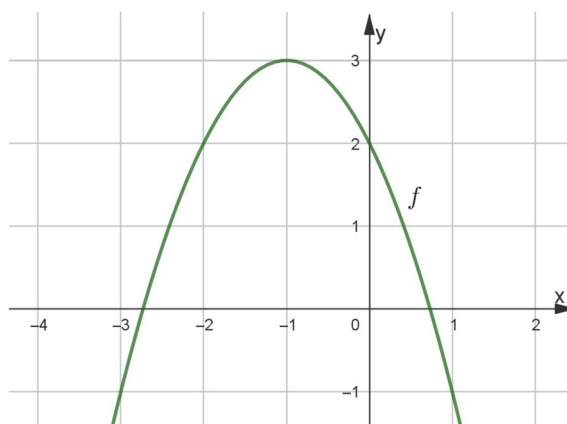
1.D1.31



Figuren viser grafen for en funktion f .

- a) Benyt figuren til at bestemme det interval, hvor funktionen er aftagende.

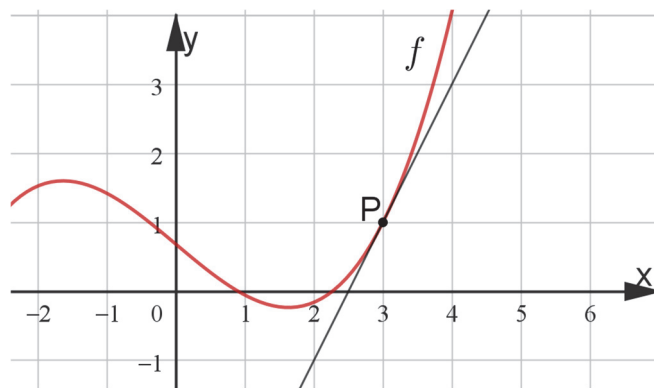
1.D1.32



Figuren viser grafen for en funktion f .

- a) Løs ligningen $f'(x) = 0$ ved aflæsning på figuren.

1.D1.33



Figuren viser grafen for en funktion f .
På figuren ses også tangenten til grafen for f i punktet $P(3, 1)$.

- a) Bestem $f'(3)$ ved aflæsning på figuren.

1.D1.34

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 5 \cdot \ln(x).$$

- a) Bestem $f'(x)$.

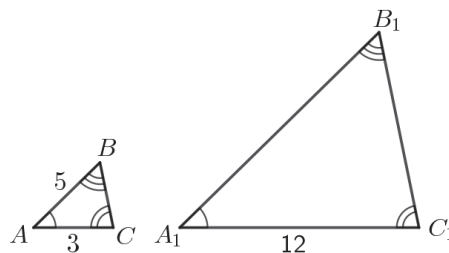
1.D1.35

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^6.$$

- a) Bestem $f'(x)$.

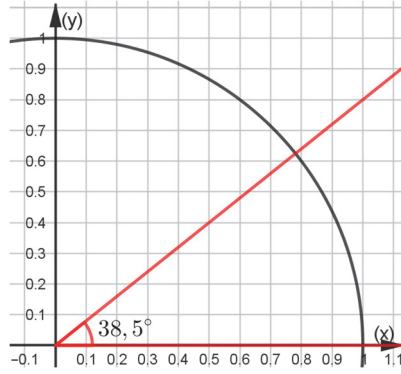
1.D1.36



Figuren viser to ensvinklede trekanter ABC og $A_1B_1C_1$.

- a) Bestem skalafaktoren k , og bestem længden af siden A_1B_1 .

1.D1.37



Figur 1

Figur 1 viser et koordinatsystem med enhedscirklen, hvor en vinkel på $38,5^\circ$ er indtegnet.

- a) Benyt figuren til at bestemme $\tan(38,5^\circ)$.

1.D1.38

- a) Bestem binomialkoefficienten $K(10, 3)$.

1.D1.39

Tabellen viser sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X .

r	1	2	3
$P(X = r)$	0,3	0,6	p

- a) Bestem tallet p .

1.D1.40

Tabellen viser sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X .

r	1	2	3	4
$P(X = r)$	0,3	0,2	0,4	0,1

- a) Bestem $P(X \leq 2)$.

1.D1.41

En stokastisk variabel X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 100$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,35$.

- a) Bestem middelværdien μ af X .

2. Tal og algebra

Delprøve 1

2.D1.1 a) Løs ligningen $5 \cdot (2x - 1) = 3x + 30$ ved hjælp af ligningsregler.

2.D1.2 Der er givet andengradsligningen

$$x^2 + 2x - 3 = 0.$$

a) Bestem diskriminanten d .
Løs ligningen.

2.D1.3 Der er givet andengradsligningen

$$2x^2 - 5x + 2 = 0.$$

a) Bestem diskriminanten d .
Løs ligningen.

2.D1.4 a) Løs andengradsligningen $x^2 + 3x - 1 = 2x + 5$.

2.D1.5 Det oplyses, at andengradsligningen

$$2x^2 + 6x + c = 0$$

har diskriminanten $d = 12$.

a) Bestem værdien af tallet c .

2.D1.6 Der er givet andengradsligningen

$$x^2 + 2x + 10 = 0.$$

a) Bestem diskriminanten d .
Bestem antallet af løsninger til andengradsligningen.

2.D1.7 Der er givet andengradsligningen

$$a \cdot x^2 + 6x + 3 = 0.$$

Det oplyses, at andengradsligningen har netop én løsning.

a) Bestem tallet a .

2.D1.8

a) Isolér H i ligningen

$$F = \frac{H - 5}{3}.$$

2.D1.9

a) Isolér M i ligningen

$$k = \frac{M}{2} - 8.$$

2.D1.10

a) Brug nulreglen til at løse ligningen

$$(3x - 12) \cdot (x + 7) = 0.$$

2.D1.11

a) Løs ligningen

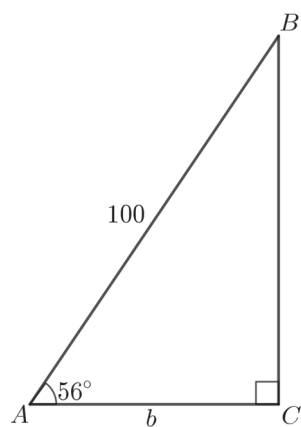
$$(x + 9) \cdot (x - 1) = 0.$$

2.D1.12

a) Løs ligningen

$$a^2 + 12^2 = 13^2.$$

2.D1.13



Figur 1

Tabelværdier
$\sin(56^\circ) = 0,829$
$\cos(56^\circ) = 0,559$
$\tan(56^\circ) = 1,483$

Figur 2

Figur 1 viser en retvinklet trekant ABC . Nogle af målene er angivet på trekanten. Figur 2 viser udvalgte tabelværdier for sinus, cosinus og tangens.

a) Brug en formel til at bestemme længden af siden b .

2.D1.14

a) Reducér $(a + b)^2 + 5ab - a^2$

2.D1.15

a) Reducér $(a + 5)(a - 5) + 3a^2$.

2.D1.16

a) Reducér $\frac{a^2 \cdot a^8}{a^3}$.

2.D1.17

a) Reducér $\frac{4x + x^3}{x}$.

2.D1.18

a) Reducér $\frac{15 \cdot (a^2)^5}{3 \cdot a^4}$.

2.D1.19

a) Undersøg, om $x = 1$ er en løsning til ligningen $5 \cdot \ln(x) - 4 = x^2$.

2.D1.20

a) Undersøg, om $x = 5$ er en løsning til ligningen $\sqrt{6x - 14} = x - 1$.

2.D1.21

a) Løs ligningssystemet

$$y = 5x - 9$$

$$y = -3x + 23.$$

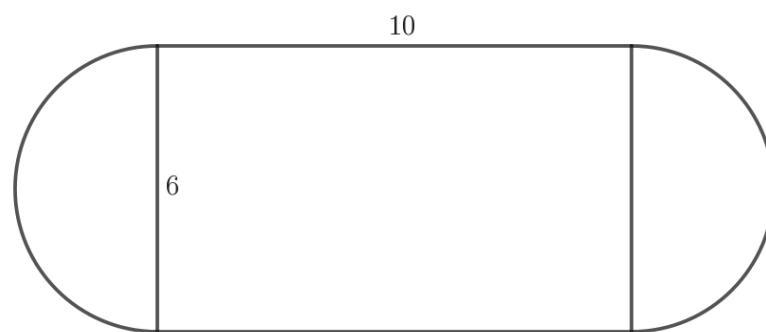
2.D1.22

a) Løs ligningssystemet

$$y = -2x + 5$$

$$-6x + y = 45.$$

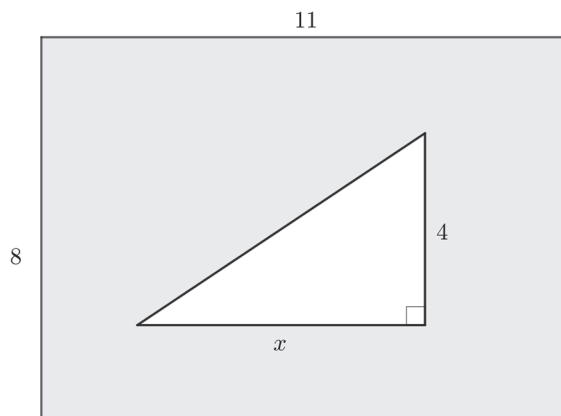
2.D1.23



Figuren herover består af et rektangel og to halvcirkler. Rektanglets sidelængder er 10 og 6.

a) Bestem arealet af figuren.

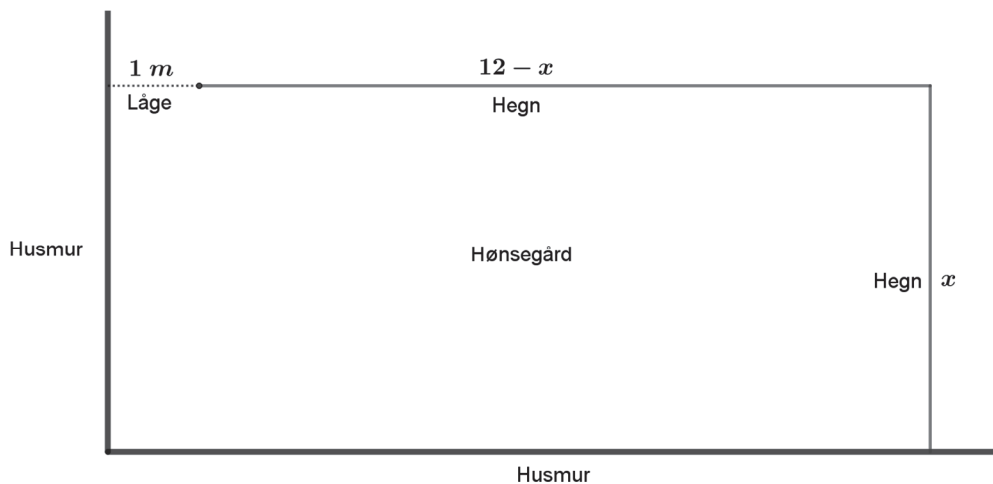
2.D1.24



Figuren viser et rektangel, hvor der er skåret en retvinklet trekant ud. Nogle af målene fremgår af figuren.

- a) Bestem arealet af det grå område udtrykt ved x .

2.D1.25



En person vil lave en hønsegård ved at indhegne et rektangulært område. På to af siderne er der en husmur. De to andre sider udgøres af et hegn og en låge. Længden af den ene side er x meter, og lågen på den anden side er 1 meter bred, se figur.

Hegnet er i alt 12 meter.

- a) Gør rede for, at arealet A af hønsegården på figuren kan beregnes med formlen

$$A = -x^2 + 13x.$$

3. Funktioner og differentialregning

Delprøve 1

3.D1.1

Om den lineære funktion $f(x) = a \cdot x + b$ oplyses, at $a = 2,5$.

- a) Udfyld de manglende felter i en tabel som nedenstående. Begrund dit svar.

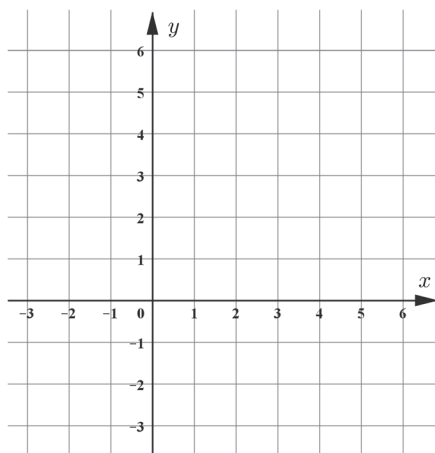
x		2	4
$f(x)$	5,5	8	

3.D1.2

En lineær funktion er givet ved forskriften $f(x) = -0,5x + 3$.

Definitionsmængden for f er $-2 \leq x \leq 4$.

- a) Tegn grafen for f i nedenstående koordinatsystem. Brug bilaget.



3.D1.3

For en eksponentiel funktion $f(x) = b \cdot a^x$ er fremskrivningsfaktoren $a = 3$.

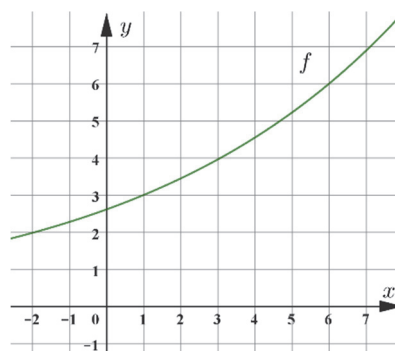
- a) Udfyld en tabel som nedenstående. Begrund dit svar.

x	4	5	7
$f(x)$	2		

3.D1.4

Figuren viser grafen for en eksponentiel voksende funktion f .

- a) Aflæs $f(1)$ på figuren.
Aflæs fordoblingskonstanten T_2 . Brug bilaget.



3.D1.5

En kop varm suppe stilles på et bord. Udviklingen i suppens temperatur kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = 22 + 73 \cdot e^{-0,02x},$$

hvor $f(x)$ er suppens temperatur ($^{\circ}\text{C}$), og x er antal minutter, koppen har stået på bordet.

- a) Bestem $f(0)$.

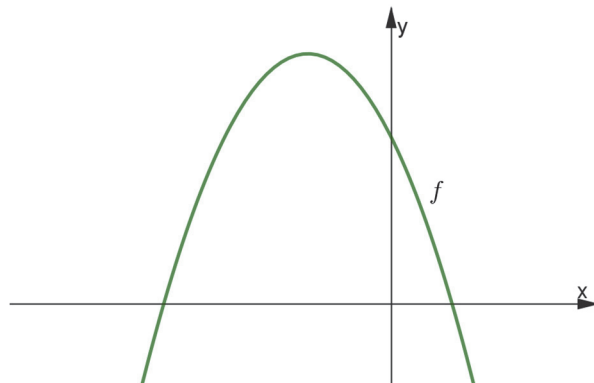
Forklar, hvad dette tal fortæller om suppens temperatur.

3.D1.6

En parabel er graf for andengradspolynomiet givet ved $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

- a) Bestem rødderne for f .
b) Bestem koordinatsættet til parablens toppunkt.
c) Undersøg, om parablen går gennem punktet $(7, 13)$.

3.D1.7



Figuren viser grafen for andengradspolynomiet $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

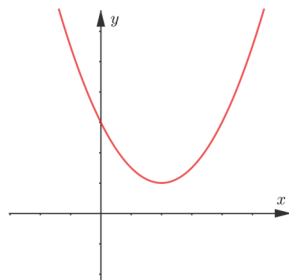
- a) Angiv fortegnet for hvert af tallene a , b , c og diskriminanten d . Begrund dit svar.

3.D1.8

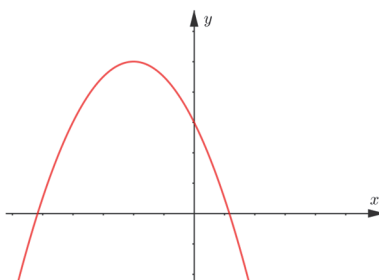
Der er givet en funktion med forskriften $f(x) = -0,5x^2 - 2x + 3$.

Herunder ses tre figurer. Netop én af de tre figurer viser grafen for f .

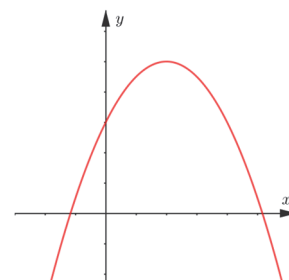
- a) Gør rede for, hvilken af de tre figurer, der viser grafen for f , og gør rede for, hvorfor det ikke kan være de to andre.



Figur 1



Figur 2



Figur 3

3.D1.9

Der er givet følgende tabel for et andengradspolynomium $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-5	0	3	4	3

- a) Bestem fortegnet for tallet a og fortegnet for diskriminanten d . Begrund dit svar.

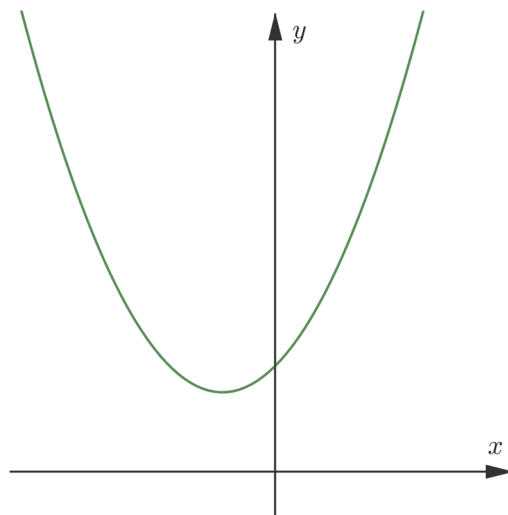
3.D1.10

Der er givet følgende tabel for et andengradspolynomium f .

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	8	3	0	-1	0	3

- a) Bestem rødderne for f .
Bestem koordinatsættet til toppunktet for grafen for f . Begrund dit svar.

3.D1.11



Figuren viser en parabel, som er graf for netop én af de tre funktioner

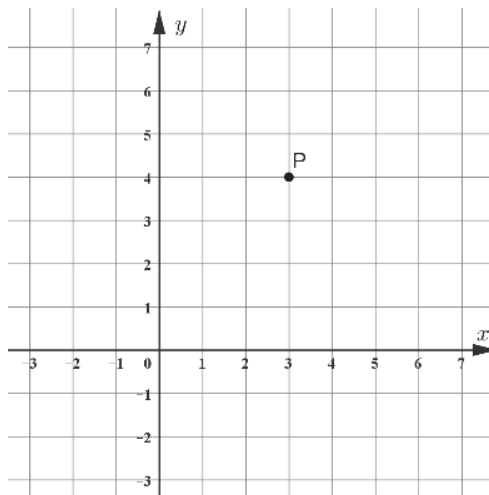
$$f(x) = -0,5x^2 + x + 2$$

$$g(x) = 0,5x^2 + x + 2$$

$$h(x) = 0,5x^2 + 2x$$

- a) Forklar, hvilken af de tre funktioner, figuren viser grafen for, og forklar, hvorfor det ikke kan være de to andre.

3.D1.12



Figuren viser punktet P i et koordinatsystem.

Grafen for et andengradspolynomium $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ går gennem punktet P .

Det oplyses desuden, at a er et negativt tal.

- a) Tegn en mulig graf for f på figuren.

(Der er mange muligheder for, hvordan en sådan graf kan se ud. Der ønskes kun tegnet én mulig graf)

3.D1.13

En parabel er graf for andengradspolynomiet f givet ved

$$f(x) = 0,5x^2 + 3x + c,$$

hvor c er et tal.

- a) Bestem tallet c , så parablen rører x -aksen én gang.

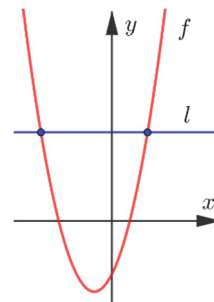
3.D1.14

Et andengradspolynomium f har forskriften

$$f(x) = x^2 + 2x - 3.$$

En linje l har ligningen $y = 5$.

- a) Bestem x -koordinaten til hvert af skæringspunkterne mellem grafen for f og linjen l .



3.D1.15

Et andengradspolynomium f er bestemt ved

$$f(x) = 2 \cdot (x - 4) \cdot (x + 1).$$

- a) Benyt nulreglen til at løse ligningen $f(x) = 0$.
b) Omskriv $f(x)$ til formen $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

3. Funktioner og differentialregning

3.D1.16 Et andengradspolynomium f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^2 + 3x - 10.$$

- a) Bestem rødderne x_1 og x_2 for f .
- b) Opskriv faktoriseringen af f .

3.D1.17 En parabel er graf for en funktion med forskriften

$$f(x) = x^2 - 4.$$

- a) Bestem koordinatsættet til parablens skæringspunkt med y -aksen.
- b) Bestem koordinatsættet til hvert af parablens skæringspunkter med x -aksen.

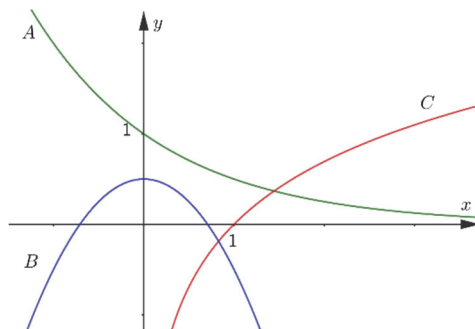
3.D1.18 Funktionerne f og g er givet ved

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = 3x + 1.$$

- a) Bestem $g(5)$ og $f(g(5))$.

3.D1.19



På figuren ses graferne for de tre funktioner f , g og h , hvor

$$f(x) = -x^2 + 0,5$$

$$g(x) = \ln(x)$$

$$h(x) = 0,5^x.$$

- a) Gør rede for, hvilken graf der hører til hvilken funktion.

3.D1.20 En stykkevis defineret funktion f er givet ved

$$f(x) = \begin{cases} 0,5x + 5, & x < 2 \\ -1,5x + 9, & x \geq 2. \end{cases}$$

- a) Bestem $f(4)$.

3.D1.21

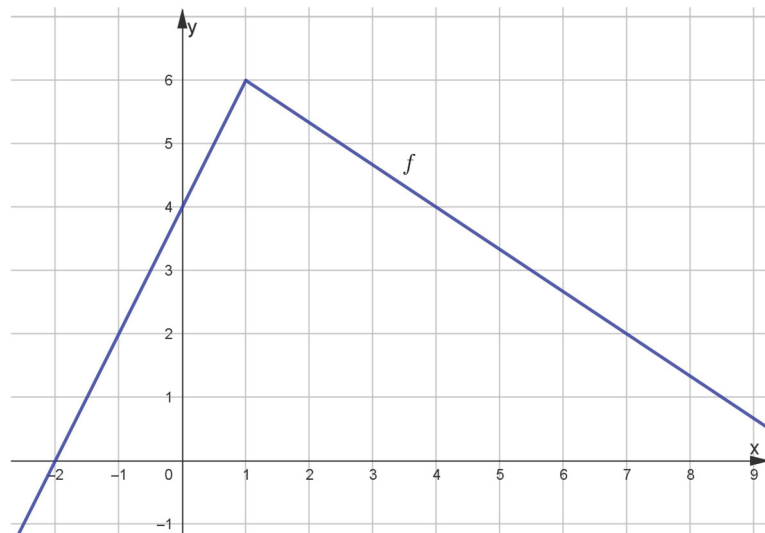
Prisen for at leje en bus hos et busselskab kan bestemmes ved en stykkevis defineret funktion

$$f(x) = \begin{cases} 12000 & , \quad 0 \leq x \leq 100 \\ 15x + 10500 & , \quad x > 100 \end{cases}$$

hvor $f(x)$ er prisen for at leje bussen, når der køres x km.

- a) Bestem prisen for at leje en bus, når der skal køres 200 km.

3.D1.22



Figuren viser grafen for en funktion f .

- a) Løs ligningen $f(x) = 2$ ved aflæsning på figuren.

3.D1.23

Funktionen f er givet ved

$$f(x) = 2x^3 + \ln(x).$$

- a) Bestem $f'(x)$.

3.D1.24

En funktion f er givet ved

$$f(x) = 4 \cdot \sqrt{x}.$$

- a) Bestem $f'(x)$.

3.D1.25

Funktionen f er givet ved

$$f(x) = x^4 \cdot e^{2x}.$$

- a) Bestem $f'(x)$.

3.D1.26 Funktionen f er givet ved

$$f(x) = 5 \cdot e^{-2x} + 4.$$

- a) Bestem $f'(x)$.
- b) Bestem $f'(0)$.

3.D1.27 En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^2 + b \cdot x - 4,$$

hvor b er et tal.

- a) Bestem $f'(x)$.

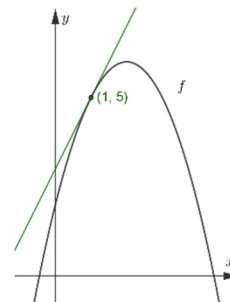
Det oplyses, at $f'(5) = 7$.

- b) Bestem tallet b .

3.D1.28 En funktion er givet ved forskriften

$$f(x) = -x^2 + 4x + 2.$$

- a) Bestem $f'(x)$ og $f'(1)$.
- b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(1, 5)$.



3.D1.29 En funktion er givet ved forskriften

$$f(x) = \ln(x) + 3x - 1.$$

- a) Bestem $f(1)$ og $f'(1)$.
- b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(1, f(1))$.

3.D1.30 En funktion er givet ved forskriften

$$f(x) = 2 \cdot \sqrt{x} + 1.$$

- a) Bestem $f'(x)$.
- b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(4, f(4))$.

3. Funktioner og differentialregning

3.D1.31

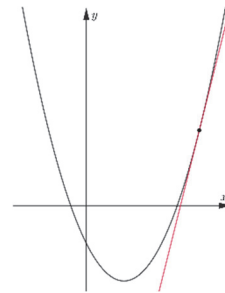
En funktion er givet ved forskriften

$$f(x) = x^2 - 2x - 1.$$

a) Bestem $f'(x)$.

En tangent til grafen for f har hældningskoefficienten 4.

b) Bestem x -værdien for tangentens røringspunkt med grafen for f .



3.D1.32

En differentiabel funktion f opfylder følgende

$$f(-1) = 3 \text{ og } f(4) = -2.$$

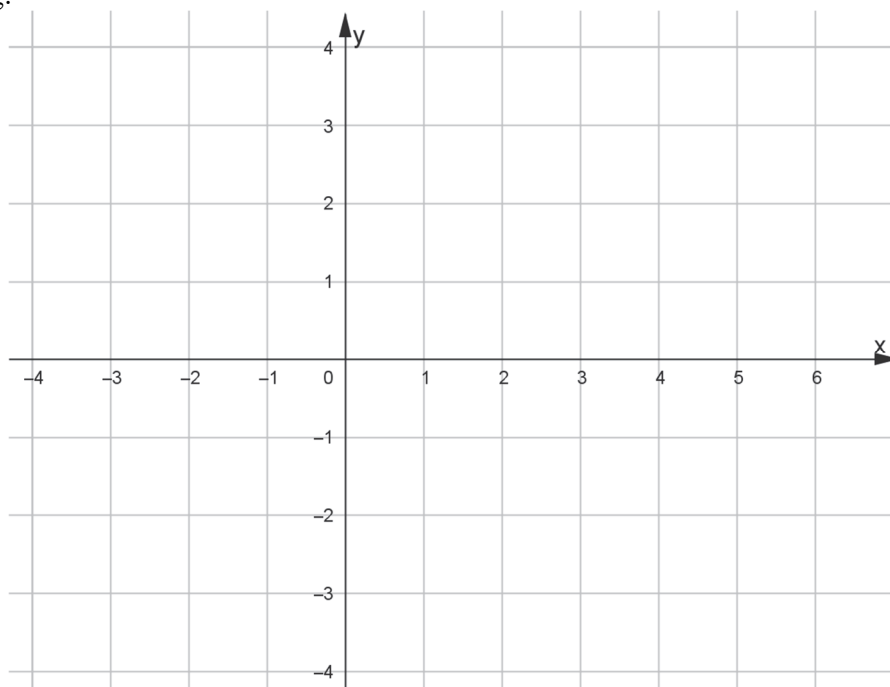
Nulpunkter og fortegn for $f'(x)$ er angivet på tallinjen herunder.



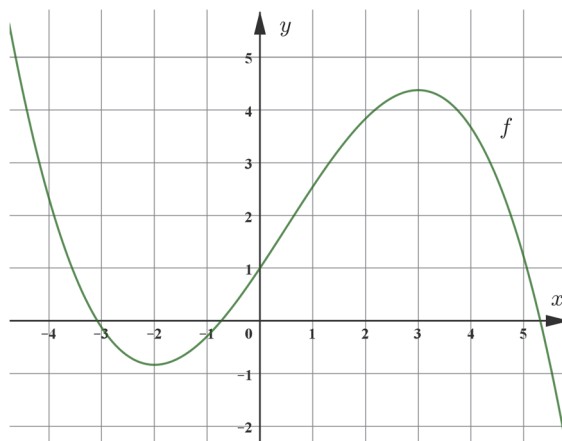
a) Tegn grafen for f i koordinatsystem på bilaget.

(Der er mange muligheder for, hvordan grafen kan se ud. Der ønskes kun tegnet én mulig graf.)

Bilag:



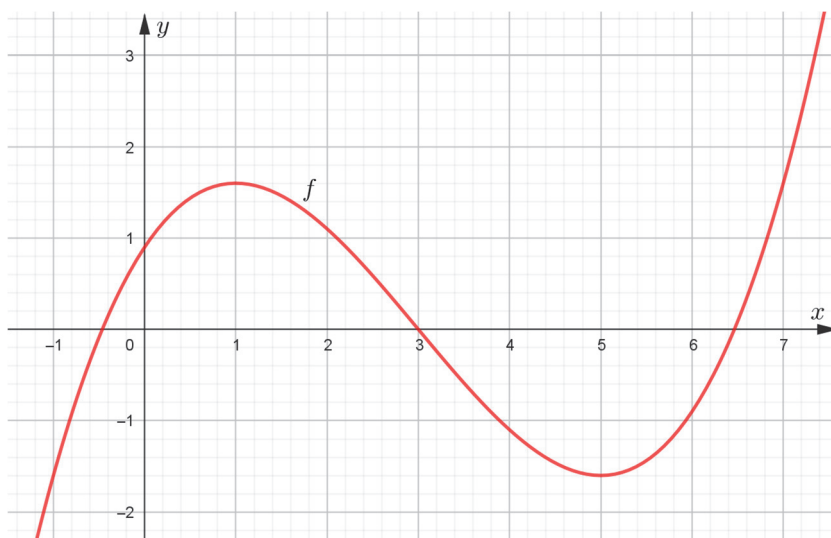
3.D1.33



Figuren viser grafen for et tredjegradspolynomium f .

- a) Benyt figuren til at bestemme monotoniforholdene for f .

3.D1.34



Figuren viser grafen for en funktion f .

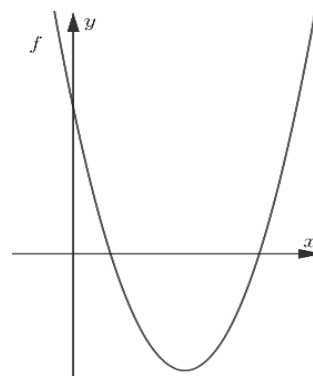
- a) Benyt figuren til at bestemme det interval, hvor $f'(x) \leq 0$.

3.D1.35

Figuren viser grafen for andengradspolynomiet

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

- a) Bestem $f'(x)$.
b) Bestem monotoniforholdene for f .



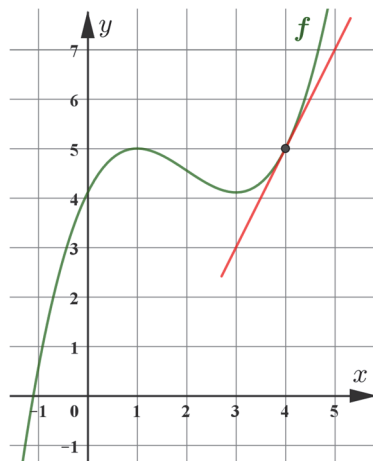
3.D1.36

En funktion er givet ved forskriften $f(x) = e^{2x} + 4$.

a) Gør for hver af følgende påstande rede for, om den er korrekt.

- 1) Grafen for f går gennem punktet $(0, 5)$.
- 2) Funktionen differentialkvotient er $f'(x) = 2 \cdot e^x$.

3.D1.37



Figuren viser grafen for en differentiabel funktion f , samt tangenten til grafen for f i punktet $(4, 5)$.

- a) Benyt figuren til at bestemme $f'(4)$.
- b) Benyt figuren til at løse ligningen $f'(x) = 0$.

3.D1.38

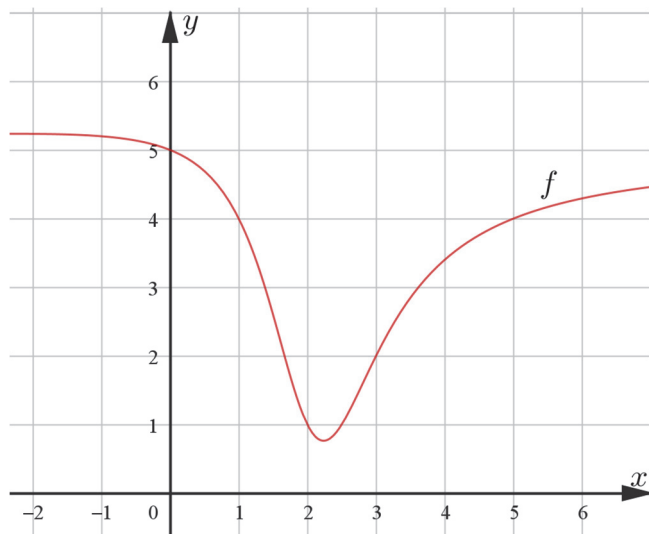
I et forsøg måles højden af en solsikke. I en model beskrives solsikkens højde ved en funktion f , hvor $f(x)$ er højden i cm, og x er antal døgn efter målingernes start.

Det oplyses, at

$$f(30) = 40 \text{ og } f'(30) = 2.$$

- a) Forklar, hvad disse to oplysninger fortæller om solsikkens højde.

3.D1.39



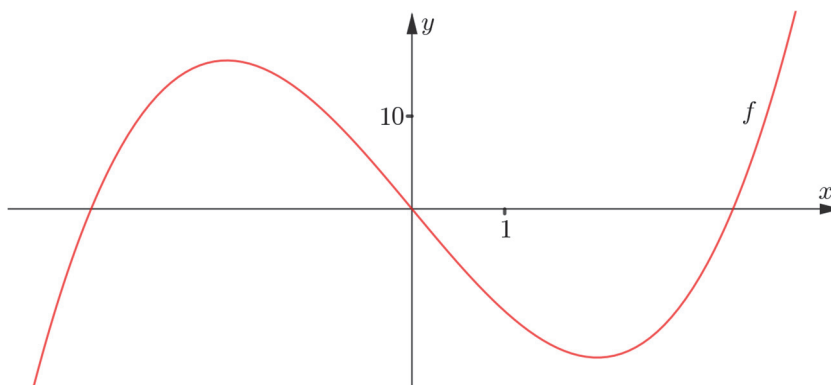
Figuren viser grafen for en funktion f .

Det oplyses, at

$$f(1) = 4 \text{ og } f'(1) = -2.$$

- a) Illustrér på figuren på bilaget betydningen af hver af de to oplysninger.

3.D1.40



Figuren viser grafen for en funktion f , der er givet ved forskriften

$$f(x) = x^3 - 12x.$$

- a) Bestem $f'(x)$.
b) Løs ligningen $f'(x) = 0$, og bestem de lokale ekstrema for f .

3.D1.41

En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 + 2x.$$

- a) Gør ved hjælp af $f'(x)$ rede for, at funktionen f er voksende.

Delpøve 2

- 3.D2.1** Tabellen nedenfor viser udviklingen i antal hjemmelavede våben i USA i perioden 2016 til 2022.

Årstal	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Antal våben	1758	2552	3960	7517	10109	19344	28238

I en model beskrives udviklingen ved en eksponentiel model

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

hvor $f(x)$ er antal hjemmelavede våben, og x er antal år efter 2016.

- Bestem en forskrift for f ved regression.
- Hvor mange procent stiger antal hjemmelavede våben pr. år ifølge modellen?

Kilde: *statista.com*

- 3.D2.2** Tabellen viser udviklingen i verdens befolkningstal fra år 2000.

År efter 2000	0	2	...	22	24
Befolkningstal i mio.	6133	6291	...	7907	8057

Alle tabellens 13 datapunkter findes i den vedhæftet fil: *Bilag_Befolkningstal_data*

Udviklingen i befolkningstallet kan beskrives ved en lineær model

$$f(x) = a \cdot x + b$$

hvor $f(x)$ er befolkningstallet (målt i mio.), og x er antal år efter 2000.

- Bestem tallene a og b ved lineær regression.
- Hvor meget vokser befolkningstallet over en 5-års periode ifølge modellen?

Kilde: *census.gov*

3.D2.3

Tabellen viser antal medlemmer i idrætsforeningen Triatlon Danmark for perioden 2015-2021

År efter 2015	0	1	2	3	4	5	6
Antal medlemmer	8901	8340	7608	6993	6403	5894	5009

I en model kan udviklingen beskrives ved en lineær funktion

$$f(x) = a \cdot x + b,$$

hvor $f(x)$ er antal medlemmer, og x er antal år efter 2015.

- a) Bestem tallene a og b ved lineær regression.

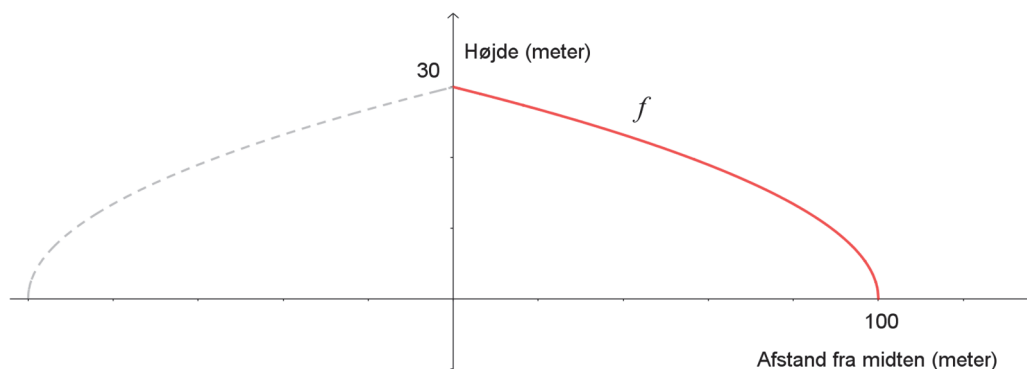
I 2023 var der 4433 medlemmer.

- b) Bestem $f(8)$.

Vurdér om modellen er anvendelig til at forudsige antal medlemmer i år 2023.

Kilde: Danmark Idrætsforbund

3.D2.4



Figuren viser en model for det lodrette tværsnit i en gletcher.

I modellen kan højden af gletcheren i højre side beskrives ved en funktion

$$f(x) = 30 \cdot \sqrt{1 - \frac{x}{100}}, \quad x \geq 0,$$

hvor $f(x)$ er højden af gletcheren (målt i meter), og x er afstanden fra midten (målt i meter).

- a) Tegn grafen for f .
b) Hvor stor er afstanden fra midten, hvis gletcheren har en højde på 15 meter?

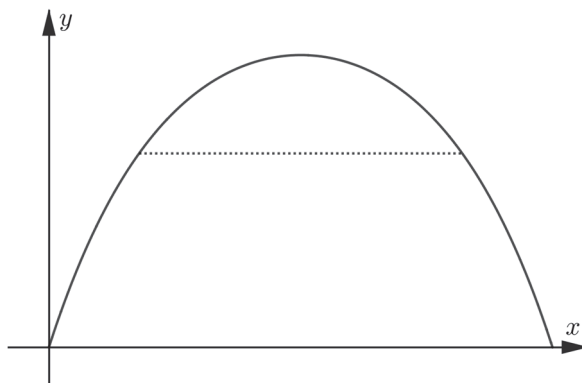
3.D2.5 Sammenhængen mellem en bestemt bils CO₂-udledning og hastighed er givet ved

$$f(x) = 0,019x^2 - 2,09x + \frac{2019}{x} + 156,05 \quad , \quad 20 \leq x \leq 130 \quad ,$$

hvor $f(x)$ er CO₂-udledningen, målt i gram pr. km, og x er hastigheden, målt i km pr. time.

- Bestem $f(100)$, og tegn grafen for f .
- Ved hvilke hastigheder er CO₂-udledningen mindre end 140 gram pr. km?

3.D2.6



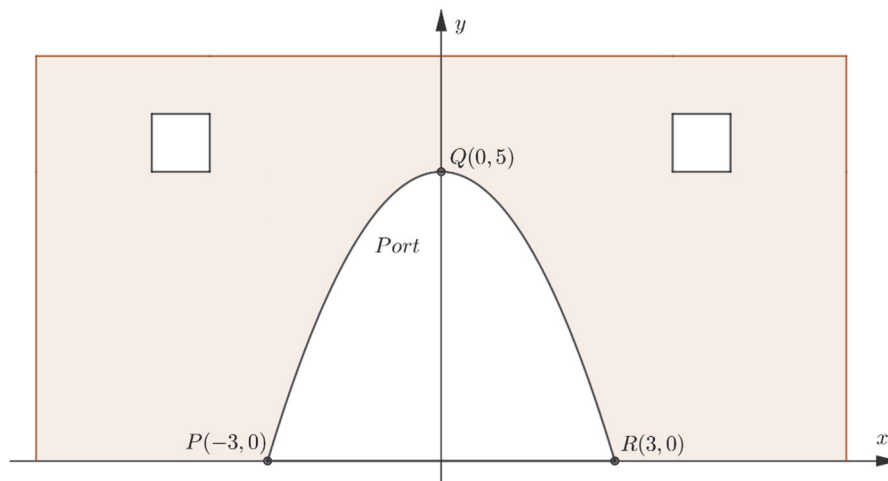
Figuren viser en model af et tværsnit af en tunnel. I modellen er tunnelens tværsnit afgrænset af x -aksen og grafen for funktionen

$$f(x) = 8 - 0,123 \cdot e^{0,4x} - 7,877 \cdot e^{-0,4x} \quad .$$

Alle enheder i meter.

- Tegn grafen for f , og bestem højden af tunnelen.
- Bestem bredden af tunnelen i 4 meters højde.

3.D2.7



Figuren viser en port indtegnet i et koordinatsystem, hvor alle enheder er i meter. I en model afgrænses porten af x -aksen og en parabel, der er graf for et andengradspolynomium f .

Nogle punkter på parabelen fremgår af figuren.

- a) Benyt punkterne P , Q og R på figuren til at udfylde en tabel, som nedenstående. Brug regression til at bestemme en forskrift for f .

x			
$f(x)$			

En lastbil er 2,5 meter bred og 4,1 meter høj.

- b) Undersøg om lastbilen kan køre gennem porten.

3.D2.8

En person løber et 100 meter løb. Distancen, personen har løbet efter start, kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = -0,07x^3 + 1,28x^2 + 3,49x \quad , \quad 0 \leq x \leq 11 \quad ,$$

hvor $f(x)$ er distancen, målt i meter, og x er antal sekunder efter start.

- a) Bestem distancen, personen har løbet, 3 sekunder efter start.
 b) Løs ligningen $f(x) = 50$.
 Forklar, hvad ligningen og dens løsning fortæller om distancen, personen har løbet.

- 3.D2.9** Ved en raketopsendelse måles tid efter start og raketens højde over jorden. Tabellen viser disse målinger.

Tid (sekunder)	0	2	...	28	30
Højde (meter)	0	5	...	1286	1517

Alle tabellens 16 datapunkter findes i vedhæftede fil: Bilag_Raket_data

Sammenhængen kan med god tilnærmelse beskrives ved en model af typen

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c,$$

hvor $f(x)$ er højden, målt i meter, og x er antal sekunder efter start.

- Bestem tallene a , b og c ved regression.
- Benyt modellen til at bestemme højden af raketten 19 sekunder efter start.
- Løs ligningen $f'(x) = 50$.
Forklar hvad ligningen og dens løsning fortæller om højden af raketten.

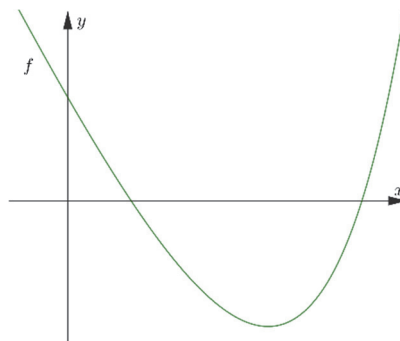
Kilde: forum.nasaspaceflight.com

- 3.D2.10** En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 1,3^x - 2x + 3.$$

Funktionen f har netop to nulpunkter.

- Bestem nulpunkterne for f med fire decimaler.
- Løs ligningen $f'(x) = 0$.
Bestem monotoniforholdene for f .



- 3.D2.11** En funktion f er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - x^2 - 15x.$$

- Bestem funktionens monotoniforhold ved hjælp af $f'(x)$.

- 3.D2.12** En funktion f er givet ved

$$f(x) = \ln(x^2 - 4x + 5) + 3.$$

- Bestem x -koordinaten til det punkt på grafen for f , hvor tangentens hældningskoefficient er 1.

3.D2.13 En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3.$$

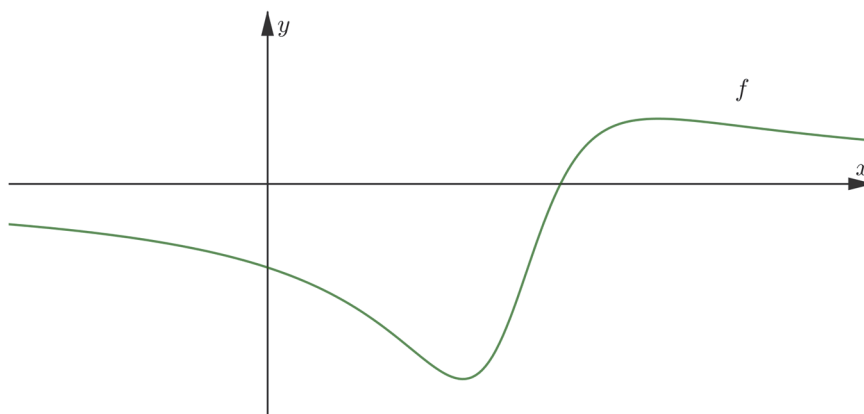
Tangenten til grafen for f i røringspunktet $(2, f(2))$ betegnes l .

- a) Bestem en ligning for tangenten l .

Grafen for f har en anden tangent m , der er parallel med l .

- b) Bestem x -koordinaten til røringspunktet for tangenten m .
Forklar din metode.

3.D2.14



Figuren viser grafen for funktionen

$$f(x) = \frac{2x - 6}{x^2 - 5x + 7}.$$

- a) Bestem $f(3)$ og $f'(3)$.

Gør rede for, hvad hvert af de to tal fortæller om grafen for f .

- b) Løs ligningen $f'(x) = 0$, og bestem de lokale ekstrema.

3.D2.15 I en sauna tændes en ovn, hvorefter saunaen opvarmes. Temperaturen i saunaen kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = \frac{105}{1 + 3,4 \cdot 0,92^x},$$

hvor $f(x)$ er temperaturen, målt i $^{\circ}\text{C}$, og x er antal minutter efter ovnen blev tændt.

- a) Tegn grafen for f . Man skal kunne se temperaturen mellem $x = 0$ og $x = 70$.
b) Bestem, hvor lang tid der går, før temperaturen er 80°C .
c) Bestem væksthastigheden for temperaturen 7 minutter efter ovnen blev tændt.

- 3.D2.16** Når man tør-modner en oksesteg, så mister stegen noget af sin vægt. Til gengæld bliver kødet mere mørt og får en kraftigere smag. I en model for tør-modning kan vægten af en bestemt oksesteg beskrives med en funktion f med forskriften

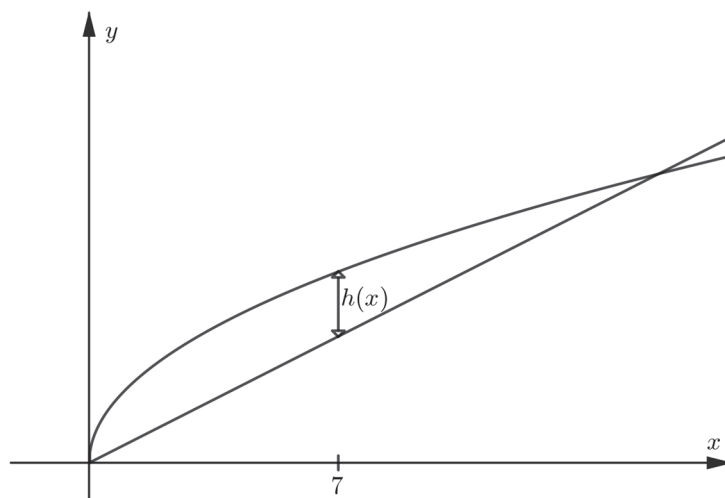
$$f(x) = 2500 + 600 \cdot e^{-0,07 \cdot x},$$

hvor $f(x)$ er stegens vægt i gram, når den er tør-modnet i x dage.

- Bestem $f(0)$, og forklar, hvad dette tal fortæller om stegens vægt.
- Bestem $f'(30)$.
Forklar, hvad dette tal fortæller om stegens vægt.

Kilde: meatlover.dk

- 3.D2.17**



Funktionen $h(x) = 2 \cdot \sqrt{x} - 0,5x$ beskriver i intervallet $0 \leq x \leq 16$ den lodrette afstand mellem de to grafer på figuren.

- Bestem den lodrette afstand mellem de to grafer, når $x = 7$.
- Bestem den maksimale lodrette afstand mellem de to grafer i intervallet $0 \leq x \leq 16$.

- 3.D2.18** En glaspuster vil producere og sælge en bestemt type vandglas. I en model kan overskuddet ved produktion og salg af disse vandglas beskrives ved funktionen

$$f(x) = -0,01x^3 + 0,8x^2 + 74x - 500,$$

hvor $f(x)$ er overskuddet i kr., og x er antal producerede og solgte vandglas. Modellen gælder, når $10 \leq x \leq 130$.

- Bestem overskuddet ved en produktion og salg af 110 vandglas.
- Tegn grafen for f .
- Bestem det største overskud, der kan opnås ved produktion og salg af disse vandglas ifølge modellen.

4. Analytisk geometri

Delprøve 1

4.D1.1 En cirkel har centrum $C(7, 3)$ og radius $\sqrt{5}$.

- a) Bestem en ligning for cirklen.

4.D1.2 En cirkel har ligningen

$$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 169.$$

- a) Bestem centrum og radius for cirklen.
b) Ligger punktet $P(8, 6)$ på cirklen?

4.D1.3 En cirkel er givet ved ligningen

$$x^2 - 2x + y^2 - 6y - 6 = 0.$$

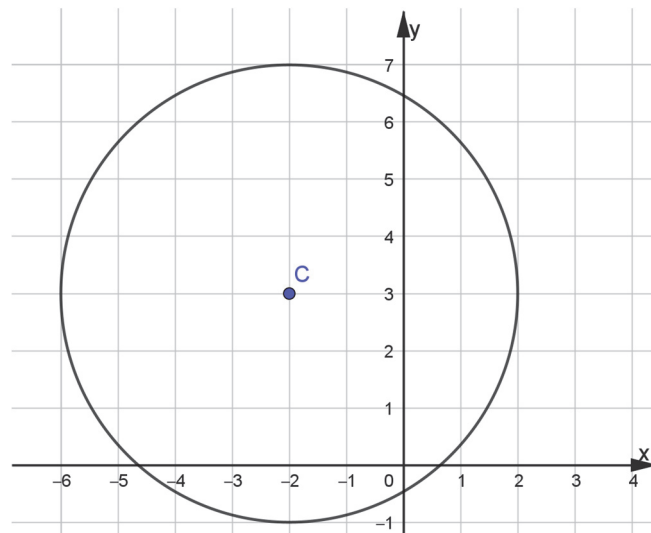
- a) Gør rede for, at cirklen har centrum i punktet $P(1, 3)$ og radius $r = 4$.

4.D1.4 En cirkel har ligningen

$$x^2 - 4x + y^2 - 6y = 12.$$

- a) Bestem centrum og radius for cirklen.

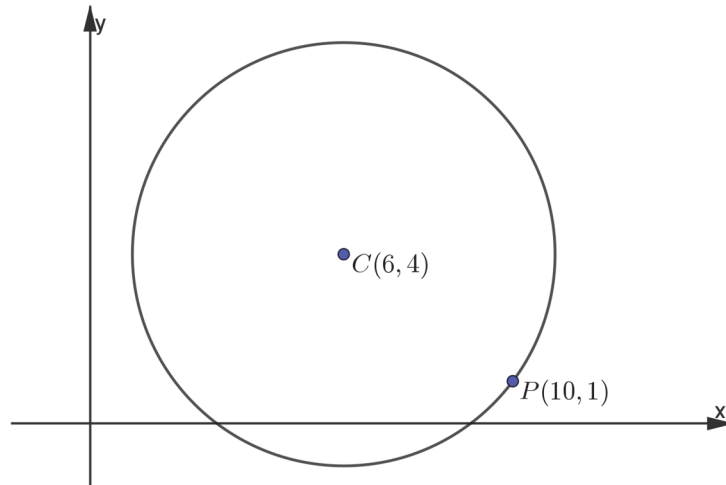
4.D1.5



Figuren viser en cirkel med centrum i punktet C .

- a) Bestem en ligning for cirklen.

4.D1.6



Figuren viser en cirkel med centrum i $C(6, 4)$. Punktet $P(10, 1)$ ligger på cirklen.

- a) Bestem en ligning for cirklen.

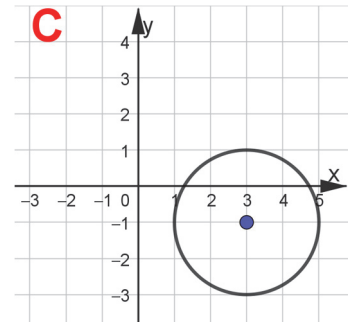
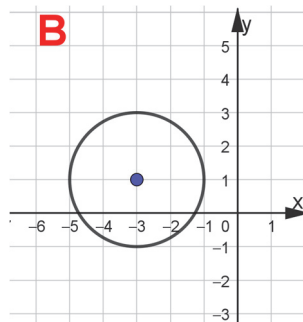
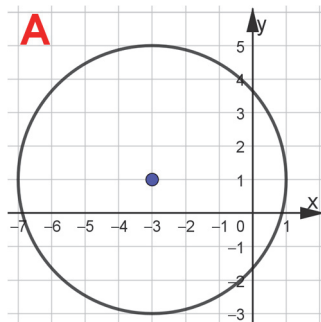
4.D1.7

En bestemt cirkel er givet ved ligningen

$$(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4.$$

Netop én af de nedenstående tre figurer A , B og C viser cirklen.

- a) Forklar, hvilken af de tre figurer, der viser cirklen, og forklar, hvorfor det ikke kan være de to andre.



4.D1.8

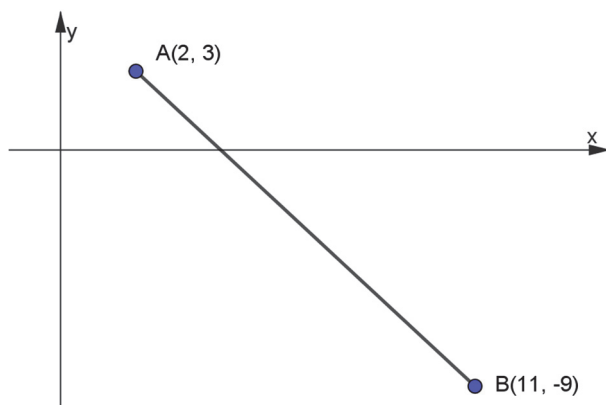
En cirkel har ligningen

$$x^2 - 6x + y^2 + 5y + 9 = 0.$$

Cirklen har netop ét skæringspunkt med x -aksen.

- a) Bestem koordinatsættet til dette skæringspunkt.

4.D1.9



- a) Bestem afstanden $|AB|$ mellem punkterne $A(2, 3)$ og $B(11, -9)$.

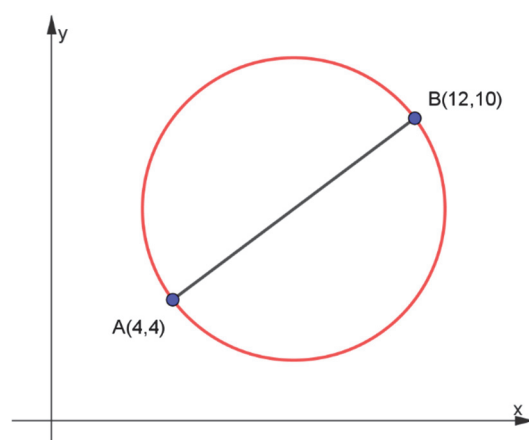
4.D1.10

Figuren viser to punkter

$$A(4, 4) \text{ og } B(12, 10).$$

En cirkel har linjestykket AB som diameter.

- a) Bestem koordinatsættet til midtpunktet M af linjestykket AB .
b) Bestem cirkelns ligning.



4.D1.11

Der er givet punkterne $A(3, 7)$ og $B(6, 12)$.

- a) Gør rede for, at $|AB| = \sqrt{34}$.

En cirkel har centrum i A og går gennem B .

- b) Bestem en ligning for denne cirkel.

4.D1.12

En linje har ligningen $y = x + 5$ og en cirkel har ligningen $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 9$.
Det oplyses, at der er to skæringspunkter mellem linjen og cirklen.

- a) Bestem x -koordinaten til hvert af de to skæringspunkter.

4.D1.13

En cirkel er givet ved $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 10$.

- a) Undersøg, om punktet $P(5, 1)$ ligger på cirklen.
b) Bestem ligningen for den rette linje, der går gennem cirkelns centrum og punktet P .

4.D1.14

Der er givet en linje l med ligningen $y = 2x + 4$, og punktet $P(3, 1)$.

- Bestem ligningen for linjen m , der går gennem P og som er parallel med l .
- Bestem ligningen for linjen n , der går gennem P og som er ortogonal på l .

4.D1.15

En linje l er givet ved ligningen

$$y = \frac{1}{3}x + 2.$$

En linje m er ortogonal på l . Det oplyses, at punktet $P(4, 2)$ ligger på m .

- Bestem en ligning for linjen m .

4.D1.16

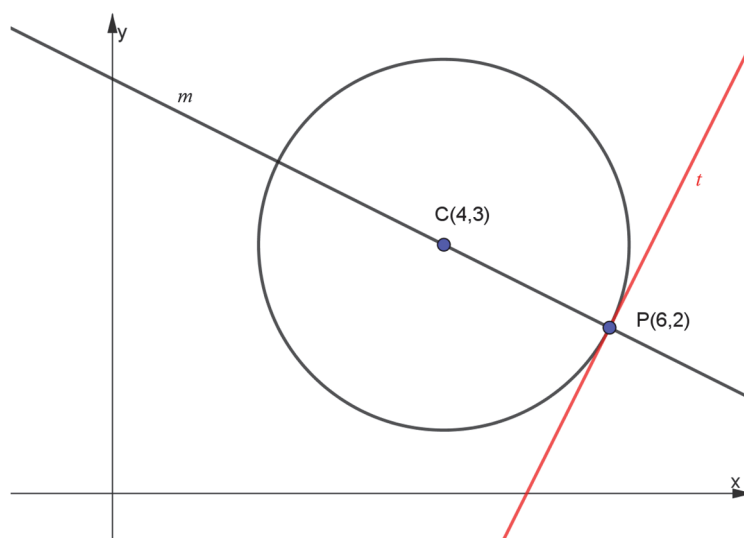
Linjerne l og m er givet ved ligningerne

$$l: y = 2x + 4$$

$$m: y = -3x + 14.$$

- Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem l og m .

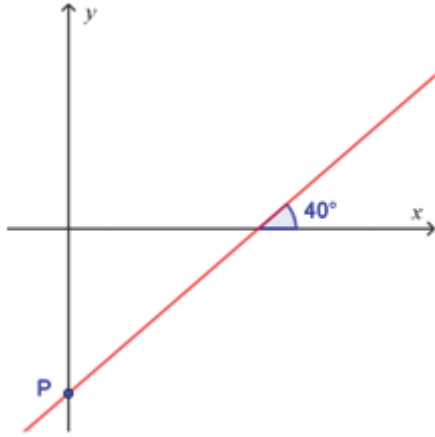
4.D1.17



En cirkel har centrum i $C(4, 3)$, og punktet $P(6, 2)$ ligger på cirklen. Linjen m går gennem C og P .

- Bestem hældningskoefficienten til linjen m .
- Bestem en ligning for tangenten t til cirklen i punktet P .

4.D1.18



Figur 1

Tabelværdier
$\cos(40^\circ) = 0,766$
$\sin(40^\circ) = 0,643$
$\tan(40^\circ) = 0,839$

Figur 2

Figur 1 viser en ret linje l , der går gennem punktet $P(0, -3)$, og som har hældningsvinklen 40° .

Figur 2 viser udvalgte tabelværdier for sinus, cosinus og tangens.

- a) Bestem en ligning for linjen l .

Delførøve 2

4.D2.1 I et koordinatsystem er der givet et punkt $P(4, 5)$, og en linje l er givet ved ligningen

$$y = -\frac{2}{3}x + 2.$$

a) Benyt en formel til at bestemme afstanden fra punktet P til linjen l .

Linjen m går gennem P og er ortogonal på l .

b) Bestem en ligning for linjen m .

4.D2.2 I et koordinatsystem er der givet et punkt $A(3, 1)$, og en linje l er bestemt ved ligningen

$$y = 0,5 \cdot x + 2.$$

a) Benyt en formel til at bestemme afstanden fra punktet A til linjen l .

Punktet $B(x, 0)$ ligger på x -aksen, hvor x er et positivt tal.

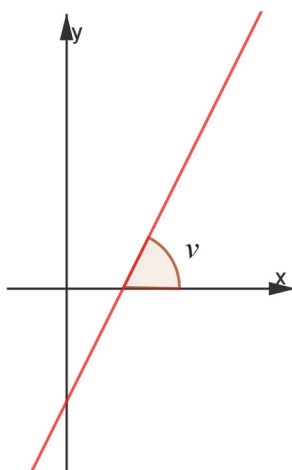
Det oplyses, at afstanden fra B til l er 5.

b) Bestem tallet x . Forklar din metode.

4.D2.3 En linje l går gennem punktet $P(4, 5)$ og har hældningsvinklen $\nu = 30^\circ$.

a) Bestem en ligning for l .

4.D2.4

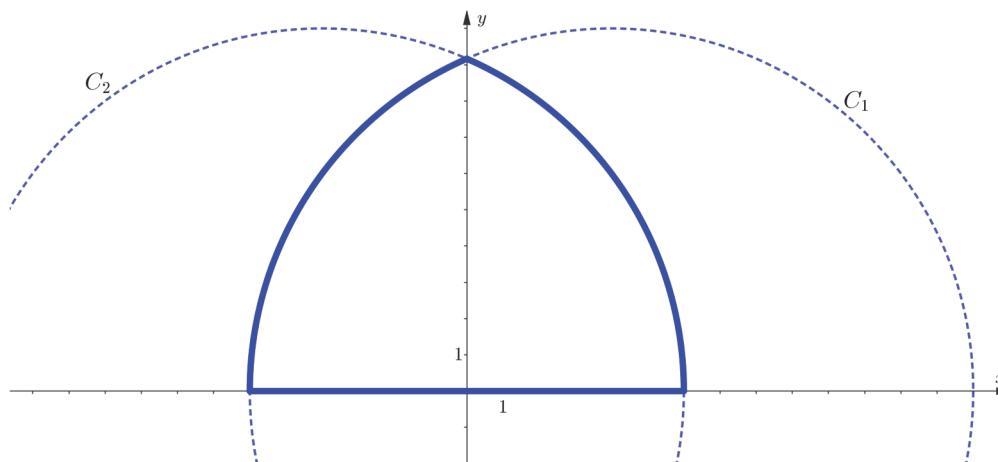


Figuren viser linjen med ligningen $y = 2x - 3$.

a) Benyt en formel til at bestemme hældningsvinklen ν for linjen.

4.D2.5 En cirkel C_1 har centrum i $(4, 0)$ og radius 10.

a) Tegn cirklen i et koordinatsystem.



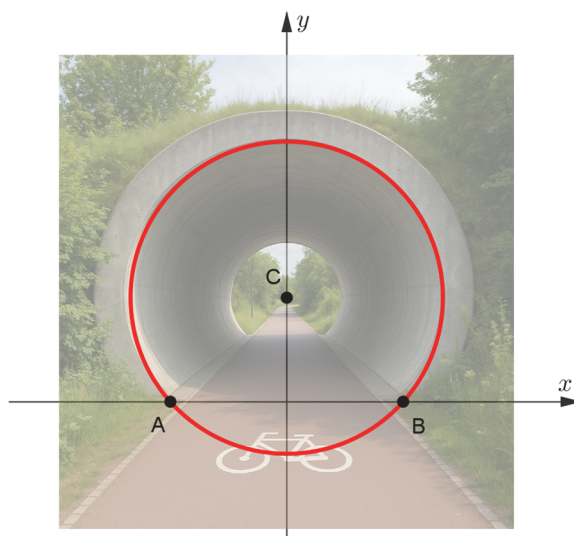
På figuren ses en stor blå vinduesramme, der er lagt ind i et koordinatsystem. Enheden på begge akser er meter.

I en model afgrænses vinduesrammen af x -aksen samt cirklerne C_1 og C_2 . Se figur.

Det oplyses, at cirklen C_2 har ligningen $(x + 4)^2 + (y - 0)^2 = 100$.

b) Bestem vinduesrammens bredde og højde. Forklar din metode.

4.D2.6



Figuren viser en tunnel ved en cykelsti indlagt i et koordinatsystem, hvor bunden af tunnelen ligger på x -aksen. Enheden på begge akser er centimeter.

Den røde cirkel på figuren har centrum i $C(0, 120)$ og radius $r = 180$.

a) Bestem en ligning for den røde cirkel.

Linjestykket AB udgør bunden af tunnelen, se figuren.

b) Bestem længden af AB .

4.D2.7 En cirkel har centrum $A(4, 5)$ og radius $r_1 = 2$.

a) Bestem en ligning for cirklen.

En anden cirkel har ligningen $(x - 8)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

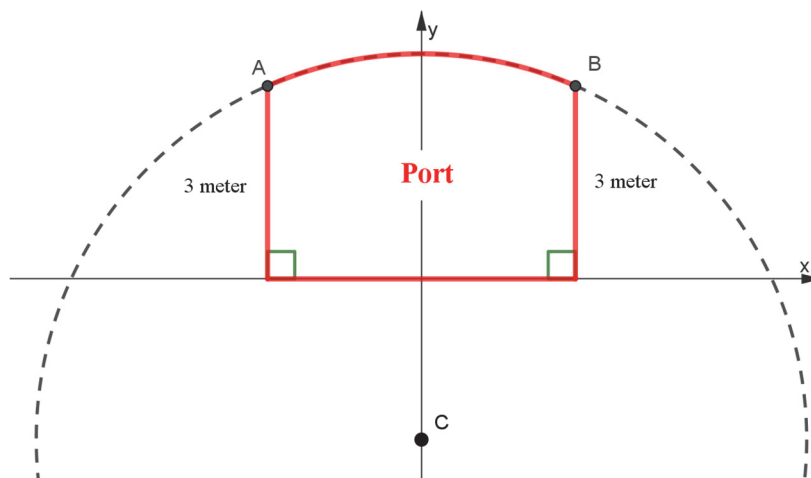
b) Bestem denne cirkels centrum B og radius r_2 .

Afstanden d mellem de to cirkler kan bestemmes med formlen

$$d = |AB| - r_1 - r_2.$$

c) Benyt formlen til at bestemme afstanden d mellem de to cirkler.

4.D2.8



På figuren viser den røde tegning en port, der er indlagt i et koordinatsystem, så bunden af porten ligger på x -aksen, og porten er symmetrisk om y -aksen. Enheden på begge akser er meter.

Den øverste del af porten følger cirklen med ligningen $x^2 + (y + 2,5)^2 = 36$ (se figur).

a) Bestem centrum C og radius r for cirklen.

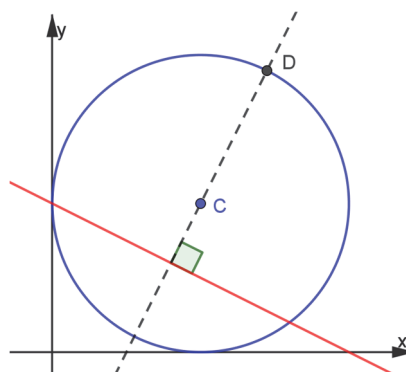
Portens højde er 3 meter i hver side, se figur.

b) Bestem bredden og den maksimale højde af porten. Forklar din metode.

4.D2.9



Figur 1: Den Uendelige Bro



Figur 2

Figur 2 viser et koordinatsystem med en model af en cirkulær bro. Den røde linje på figuren er kysten. Enhederne på begge akser er meter.

I denne model har broen centrum i C og ligningen

$$(x - 30)^2 + (y - 30)^2 = 900.$$

Kysten har ligningen $y = -\frac{1}{2}x + 30$.

- a) Bestem koordinatsættet til hvert af de to punkter, hvor broen skærer kysten.

Punktet D er det punkt på broen, der ligger længst væk fra kysten, se figur 2.

- b) Bestem afstanden mellem D og kysten. Forklar din metode.

Billedkilde: Kunstner: Johan Gjøde. Foto: Aarhus i Billeder

4.D2.10

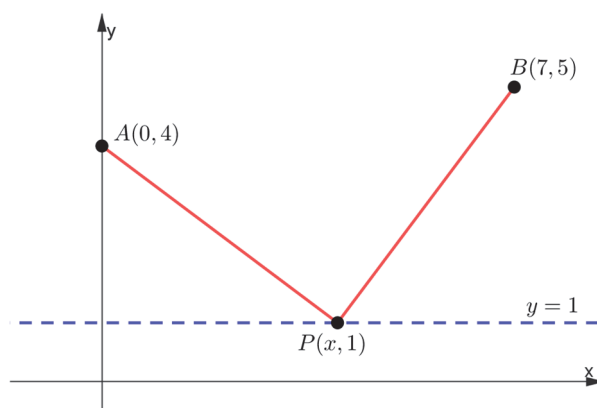
I et koordinatsystem er der givet to punkter $A(1, 5)$ og $B(8, 4)$

- a) Benyt en formel til at bestemme afstanden $|AB|$.

Punkterne P og Q har begge afstanden 5 til både A og B .

- b) Bestem koordinatsættet til punktet P og til punktet Q .

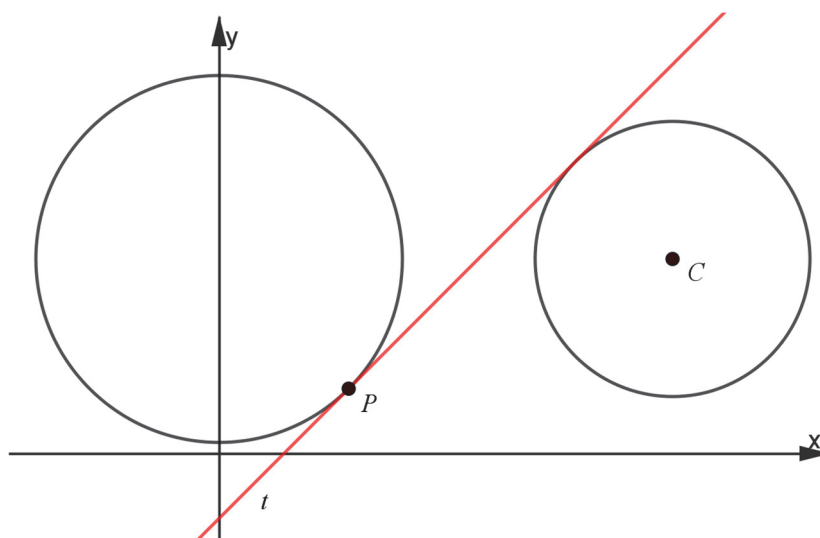
4.D2.11



I et koordinatsystem er der givet punkterne $A(0, 4)$ og $B(7, 5)$.
 Punktet $P(x, 1)$ ligger på linjen med ligningen $y = 1$.

- a) Bestem tallet x således, at $|AP| = |BP|$.
 Forklar din metode.

4.D2.12



Den store cirkel på figuren er givet ved ligningen

$$x^2 + (y - 3)^2 = 8.$$

Figuren viser også tangenten t til cirklen i røringpunktet $P(2, 1)$

- a) Bestem en ligning for tangenten t .

Den lille cirkel på figuren har centrum i punktet $C(7, 3)$. Denne cirkel har også t som tangent.

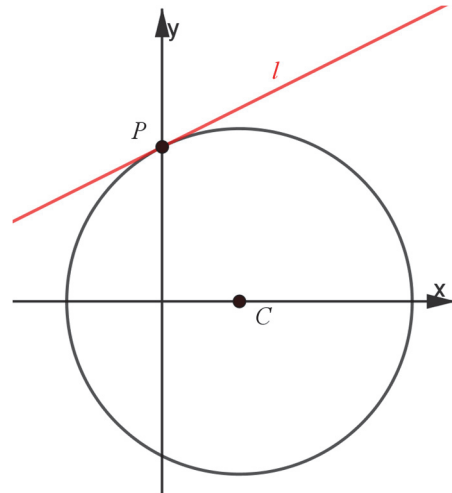
- b) Bestem radius i den lille cirkel med 3 decimaler.

- 4.D2.13** Figuren viser en cirkel samt en linje l med ligningen

$$y = \frac{1}{2}x + 6.$$

Cirkelns centrum C ligger på x -aksen. Desuden oplyses, at linjen l er tangent til cirklen i røringpunktet $P(0, 6)$.

- a) Bestem x -koordinaten til C .
Forklar din metode.



- 4.D2.14** En cirkel har ligningen $x^2 - 4x + y^2 - 20y + 87 = 0$.

- a) Tegn cirklen, og bestem centrum og radius.

En linje er givet ved ligningen $y = 5 \cdot x - 21$.

- b) Undersøg, om linjen er tangent til cirklen.

5. Kombinatorik og sandsynlighedsregning

Delprøve 1

5.D1.1

En klasse på 15 personer består af 10 piger og 5 drenge. Fra klassen skal der vælges 4 piger og 2 drenge. Rækkefølgen har ikke betydning.

- a) Bestem $K(10, 4)$.

Gør rede for, at de 4 piger og 2 drenge kan vælges på 2100 forskellige måder.

5.D1.2

En sæk indeholder 5 forskellige røde trøjer og 8 forskellige blå trøjer. Der skal vælges 3 røde trøjer og 4 blå trøjer fra sækken

- a) På hvor mange måder kan trøjerne vælges, hvis rækkefølgen ikke har betydning?

5.D1.3



Fra en gruppe på 10 sygeplejersker skal der vælges 2 personer til en nattevagt. Rækkefølgen har ikke betydning.

- a) På hvor mange forskellige måder kan de 2 personer vælges?

Gruppen består af 6 kvinder og 4 mænd, og de 2 personer vælges tilfældigt fra gruppen.

- b) Bestem sandsynligheden for, at de 2 valgte personer begge er kvinder?

5.D1.4

I et spil er de mulige gevinster 0, 20, 40, 50 og 60 kr.

Den stokastiske variabel X angiver gevinsten i spillet. Det oplyses, at

$$P(X = 40) = 0,18$$

$$P(X \leq 40) = 0,75.$$

- a) Forklar, hvad disse to oplysninger fortæller om sandsynlighederne i spillet.

5.D1.5

Tabellen viser sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X .

x	0	4	6	10
$P(X = x)$	0,35	0,2	0,2	p

- Bestem sandsynligheden p .
- Bestem middelværdien μ af X .
- Bestem $P(X < \mu)$.

5.D1.6

Tabellen viser sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X .

x	0	2	4	6	8
$P(X = x)$	0,25	0,15	0,30	0,20	0,10

- Bestem $P(X \geq 4)$.
- Bestem middelværdien μ af X .

5.D1.7

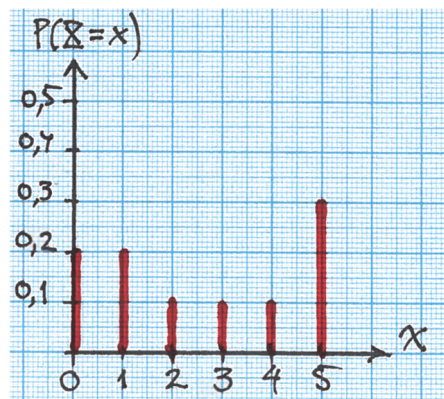
Tabellen viser sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X .

x	-10	20	30	a
$P(X = x)$	0,2	0,3	0,4	0,1

Middelværdien af X kaldes μ .

- Bestem μ , hvis $a = 50$.
- Bestem tallet a , så $\mu = 25$.

5.D1.8



Figuren viser sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X .

- Bestem middelværdien μ af X .
- Bestem $P(X > \mu)$.

5.D1.9

I et bestemt terningspil kastes en sædvanlig seks-sidet terning én gang. Reglerne i spillet er følgende:

- Hvis øjentallet er højst 3, så er spillerens gevinst -5 kr.
- Hvis øjentallet er 4 eller 5, så er spillerens gevinst 2 kr.
- Ellers er spillerens gevinst 10 kr.

Den stokastiske variabel X angiver gevinsten i spillet.

a) Udfyld et skema som nedenstående. Brug bilaget.

x	-5	2	10
$P(X = x)$			

5.D1.10



Et sæt spillekort består af 52 forskellige kort, og 12 af kortene er billedkort. Fra dette sæt trækkes på tilfældig måde ét kort, hvorefter kortet lægges tilbage. Dette gentages 10 gange.

Den stokastiske variabel X angiver antallet af gange, der trækkes et billedkort. Det antages at X er binomialfordelt med antalsparameter n og sandsynlighedsparameter p .

a) Bestem tallene n og p .

5.D1.11



Der udtages en stikprøve af den danske befolkning, og deres naturlige hårfarve registreres.

Den binomialfordelte stokastiske variabel X betegner antallet af personer i stikprøven med brunt hår.

Det oplyses, at sandsynligheden for, at der er præcis 8 personer med brunt hår i stikprøven, kan beregnes ved

$$P(X = 8) = \frac{40!}{8! \cdot 32!} \cdot 0,31^8 \cdot 0,69^{32}.$$

a) Forklar betydningen af tallene 40 og 0,31 i formlen.

Kilde: ugeskriftet.dk

5.D1.12



Figuren viser et skrabelod. Sandsynligheden for gevinst er den samme på alle skrabelodder. Margit køber et antal af disse skrabelodder. Den binomialfordelte stokastiske variabel X betegner antallet af skrabelodder med gevinst blandt de købte skrabelodder.

Det oplyses, at sandsynligheden for $X = 9$ kan beregnes ved formlen

$$P(X = 9) = \frac{30!}{9! \cdot 21!} \cdot 0,20^9 \cdot 0,80^{21}.$$

Nedenfor ses tre påstande.

1. Margit købte 30 skrabelodder.
2. Hvert skrabelod har sandsynligheden 0,8 for gevinst.
3. Formlen giver sandsynligheden for, at Margit fik præcis 9 gevinster

a) Forklar for hver af de tre påstande, om den er korrekt.

5.D1.13

En sædvanlig mønt kastes 7 gange. Den stokastiske variabel X angiver antallet af ”krone” i de 7 kast.

Det oplyses, at X er binomialfordelt med antalsparameter n og sandsynlighedsparameter p .

- a) Bestem tallene n og p .
- b) Forklar, hvorfor sandsynligheden for præcis 2 ”krone” kan beregnes med formlen

$$P(X = 2) = 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7.$$

5.D1.14

Om den stokastiske variabel X oplyses, at den er binomialfordelt med antalsparameter $n = 36$ og sandsynlighedsparameter $p = \frac{1}{2}$.

- a) Beregn middelværdien μ af X .
- b) Beregn spredningen σ af X .

Et udfald kaldes *statistisk exceptionelt*, hvis det er større end $\mu + 3 \cdot \sigma$.

- c) Afgør, om udfaldet $X = 29$ er statistisk exceptionelt.

Delprøve 2

5.D2.1 Ejnar pakker tøj til ferien. Han har 6 bukser og 13 t-shirts i skabet. Han vil vælge 3 bukser og 9 t-shirts til kufferten. Rækkefølgen har ikke betydning.

- a) Gør rede for, at Ejnar har 14300 forskellige muligheder for at vælge tøj til kufferten.

5.D2.2



I et normalt spil kort er der 52 kort, hvoraf de 12 er billedkort. Der trækkes på tilfældig måde 3 kort samtidig. Rækkefølgen har ikke betydning.

- a) Hvor mange måder kan de 3 kort vælges på?
b) Bestem sandsynligheden for, at ingen af de tre kort er billedkort.

5.D2.3 Tabellen viser sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X .

x	5	10	30	200
$P(X = x)$	0,4	0,25	0,25	0,1

- a) Benyt en formel til at udregne middelværdien μ af X .
b) Benyt en formel til at udregne spredningen σ af X .

5.D2.4



Skrabelod

På en bestemt type af skrabelodder er der 30 % sandsynlighed for gevinst på hvert skrabelod.

Nicoline køber 10 skrabelodder.

- a) Brug en formel til at bestemme sandsynligheden for, at der er gevinst på netop 4 af disse skrabelodder.

5.D2.5

Man ved, at 1 ud af 20 danskere har blodtype AB.
Den binomialfordelte stokastiske variabel X betegner antallet af danskere med blodtype AB blandt 28 tilfældigt valgte danskere.

- Bestem antalsparameteren n og sandsynlighedsparameteren p for X .
- Bestem middelværdi μ og spredning σ af X .
- Bestem sandsynligheden for, at der blandt 28 tilfældigt valgte danskere er 2 eller flere personer med blodtype AB.

5.D2.6

Hvert tredje barn i verden er nærsynet



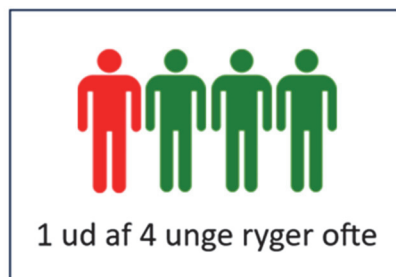
Den stokastiske variabel X angiver antal nærsynede børn blandt 24 tilfældigt udvalgte skolebørn i Danmark. Det antages at X er binomialfordelt med

antalsparameter $n = 24$ og med sandsynlighedsparameter $p = \frac{1}{3}$.

- Bestem $P(X \geq 10)$.
Hvad fortæller resultatet om de udvalgte skolebørn?

Kilde: sundhedspolitisktidsskrift.dk

5.D2.7



Udklippet stammer fra en kampagne om rygning

Blandt alle unge mellem 16 og 19 år udvælges en tilfældig gruppe på 30 personer.
Den stokastiske variabel X betegner antallet af personer i gruppen, der ryger.
Det antages, at X er binomialfordelt, med antalsparameter $n = 30$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,25$

- Brug formler til at bestemme middelværdi μ og spredning σ af X .

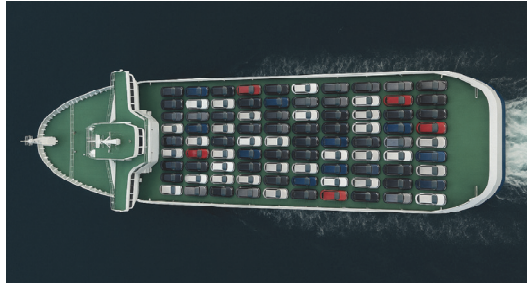
Et udfald kaldes *statistisk normalt*, hvis det ligger i intervallet fra $\mu - 2 \cdot \sigma$ til $\mu + 2 \cdot \sigma$
I den valgte gruppe er der 14 personer, der ryger.

- Er dette udfald statistisk normalt? Begrund dit svar.

5.D2.8 Der kastes med en symmetrisk terning med 6 sider. Det gælder om at få seksere.

- Bestem sandsynligheden for at få 1 eller flere seksere i en serie på 10 kast.
- Hvor mange kast skal der mindst være i serien, for at sandsynligheden for at få 1 eller flere seksere kommer over 90 %?

5.D2.9



Bilfærge

Et færge-selskab har erfaret, at der er 92 % sandsynlighed for, at en bilist, der har bestilt billet til en bestemt færgeafgang, møder op.

Til en bestemt færgeafgang har 80 bilister bestilt billet.

- Hvor stor er sandsynligheden for, at alle 80 bilister møder op til færgeafgangen?

Færge-n har i virkeligheden kun plads til 77 biler.

- Hvor stor er sandsynligheden for, at højst 77 bilister møder op til færgeafgangen?

5.D2.10



Robotstøvsuger

I 2024 havde 34 % af alle danske husstande en robotstøvsuger.

Den stokastiske variabel X betegner antal husstande, der har en robotstøvsuger, blandt 250 tilfældigt valgte danske husstande. Det antages, at X er binomialfordelt med antalsparameteren $n = 250$ og sandsynlighedsparameteren $p = 0,34$.

- Bestem sandsynligheden $P(X = 85)$.

I en undersøgelse med 250 tilfældigt valgte svenske husstande testede man nulhypotesen

H_0 : 34 % af alle svenske husstande har en robotstøvsuger.

I undersøgelsen havde 75 af de svenske husstande en robotstøvsuger.

- Bestem acceptområdet for et dobbeltsidet binomialtest på 5% signifikansniveau. Vurdér, om nulhypotesen skal forkastes.

5.D2.11



Bøjet mønt

Arthur spiller plat-og-krone med en bøjet mønt. Han opstiller nulhypotesen

H_0 : Sandsynligheden for, at mønten viser plat, er 0,50.

Arthur tester nulhypotesen ved at kaste med mønten 400 gange.

- a) Bestem det kritiske område for et dobbeltsidet binomialtest på 5 % signifikansniveau.
Vurdér, om nulhypotesen skal forkastes, når det oplyses, at mønten viste plat 227 gange.