

Til
Undervisningsministeriet

Dokumenttype
Bilag

Dato
Maj 2014

BILAG 1

ABSTRACTS AF STUDIER IN- KLUDERET I SYNTESSEN – MATHEMATICAL LITERACY

BILAG 1

ABSTRACTS AF STUDIER INKLUDERET I SYNTESEN – MATHEMATICAL LITERACY

INDHOLD

1.	Balan, Andreia: <i>Assessment for learning: A case study in mathematics education</i>	1
2.	Bottge, Brian A.; Mary Heinrichs, Zara Dee Mehta, Enrique Rueda, Ya-Hui Hung & Jeanne Danneker: <i>Teaching Mathematical Problem Solving to Middle School Students in Math, Technology Education, and Special Education Classrooms</i>	4
3.	Brendefur, Jonathan; Sam Strother, Keith Thiede, Cristianne Lane & Mary Jo Surges-Prokop: <i>A Professional Development Program to Improve Math Skills among Preschool Children in Head Start</i>	6
4.	Bryant, Diane Pedrotty; Brian R. Bryant, Greg Roberts, Sharon Vaughn, Kathleen Hughes Pfannenstiel, Jennifer Porterfield & Russell Gersten: <i>Early Numeracy Intervention Program for First-Grade Students With Mathematics Difficulties</i>	8
5.	Carbonneau, Kira J.; Scott C. Marley & James P. Selig: <i>A Meta-Analysis of the Efficacy of Teaching Mathematics with Concrete Manipulatives</i>	10
6.	Clarke, David; Margarita Breed & Sherry Fraser: <i>The Consequences of a Problem-Based Mathematics Curriculum</i>	12
7.	Dijk, I. M. A. W. van; B. van Oers, J. Terwel & P. van den Eeden: <i>Strategic Learning in Primary Mathematics Education: Effects of an Experimental Program in Modelling</i>	14
8.	Fede, Jessica L.: <i>The Effects of GO Solve Word Problems Math Intervention on Applied Problem Solving Skills of Low Performing Fifth Grade Students</i>	16
9.	Fuchs, Lynn S.; Douglas Fuchs, Karin Prentice, Carol L. Hamlett, Robin Finelli & Susan J Courey: <i>Enhancing Mathematical Problem Solving Among Third-Grade Students With Schema-Based Instruction</i>	18
10.	Fuchs, Lynn S.; R. Finelli, S. J. Courey, C. L. Hamlett, E. M. Sones & S. K. Hope: <i>Teaching Third Graders about Real-Life Mathematical Problem Solving: A Randomized Controlled Study</i>	21

11. Gamo Sylvie; Emmanuel Sander & Jean-Francois Richard: *Transfer of strategy use by semantic recoding in arithmetic problem solving* 23
12. Griffin, Cynthia C. & Asha K. Jitendra: *Word Problem-Solving Instruction in Inclusive Third-Grade Mathematics Classrooms* 25
13. Harskamp, E. & C. Suhre: *Schoenfeld's Problem Solving Theory in a Student Controlled Learning Environment* 27
14. Jitendra, Asha K.; Cynthia C. Griffin, Priti Haria, Jayne Leh, Aimee Adams & Anju Kaduvetoor: *A Comparison of Single and Multiple Strategy Instruction on Third-Grade Students' Mathematical Problem Solving* 29
15. Jitendra, Asha K.; Jon R. Star, Kristin Starosta, Jayne M. Leh, Sheetal Sood, Grace Caskie, Cheyenne L. Hughes & Toshi R. Mack: *Improving Seventh Grade Students' Learning of Ratio and Proportion: The Role of Schema-Based Instruction* 31
16. Jitendra, Asha K.; Jon R. Star, Michael Rodriguez, Mary Lindell & Fumio Someki: *Improving Students' Proportional Thinking Using Schema-Based Instruction* 33
17. Jitendra, Asha K.; Jon R. Star, Danielle N. Dupuis & Michael C. Rodriguez: *Effectiveness of Schema-Based Instruction for Improving Seventh-Grade Students' Proportional Reasoning: A Randomized Experiment* 35
18. Jitendra Asha K.; Michael Rodriguez, Rebecca Kanive, Ju-Ping Huang, Chris Church, Kelly A. Corroy & Anne Zaslofsky: *Impact of Small-Group Tutoring Interventions on the Mathematical Problem Solving and Achievement of Third-Grade Students With Mathematics Difficulties* 37
19. Jitendra, Asha K.; Danielle N. Dupuis, Michael C. Rodriguez, Anne F. Zaslofsky, Susan Slater, Kelly Cozine-Corroy & Chris Church: *A randomized controlled trial of the impact of schema-based instruction on mathematical outcomes for third-grade students with mathematics difficulties* 39
20. Krawec, Jennifer; Jia Huang, Marjorie Montague, Benikia Kressler & Amanda Melia de Alba: *The Effects of Cognitive Strategy Instruction on Knowledge of Math Problem-Solving Processes of Middle School Students with Learning Disabilities* 41
21. Kroesbergen, Evelyn H.; Johannes E. H. Van Luit & Cora J. M. Maas: *Effectiveness of Explicit and Constructivist Mathematics Instruction for Low-Achieving Students in the Netherlands* 43
22. Lindh, Joergen & Thomas Holgersson: *Does LEGO training stimulate pupils' ability to solve logical problems?* 45
23. Linnenbrink, Elizabeth A.: *The Dilemma of Performance-Approach Goals: The Use of Multiple Goal Contexts to Promote Students' Motivation and Learning* 47

24.	Mason, Lucia & Luisa Scrivani: Enhancing Students' Mathematical Beliefs: <i>An Intervention Study</i>	49
25.	Newman Denis; Pamela B. Finney, Steve Bell, Herb Turner, Andrew P. Jaciw, Jenna L. Zacamy & Laura Feagans Gould: <i>Evaluation of the Effectiveness of the Alabama Math, Science, and Technology Initiative (AMSTI)</i>	51
26.	Nguyen, Diem M.; Yi-Chuan Jane Hsieh & G. Donald Allen: <i>The Impact of Web-Based Assessment and Practice on Students' Mathematics Learning Attitudes</i>	53
27.	Ordell, Susanne Björkdahl & Gerd Eldholm: <i>Räkna med textil</i>	55
28.	Panaoura, Areti: <i>Improving problem solving ability in mathematics by using a mathematical model: A computerized approach</i>	56
29.	Ramdass, Darshanand H.: <i>Improving Fifth Grade Students' Mathematics Self-Efficacy Calibration and Performance through Self-Regulation Training</i>	58
30.	Ridlon, Candice L.: <i>Learning Mathematics via a Problem-Centered Approach: A Two-Year Study</i>	60
31.	Rittle-Johnson, Bethany; Jon R. Star & Kelley Durkin: <i>Developing Procedural Flexibility: Are Novices Prepared to Learn from Comparing Procedures?</i>	62
32.	Stoeger, Heidrun & Albert Ziegler: <i>Do Pupils with Differing Cognitive Abilities Benefit Similarly from a Self-Regulated Learning Training Program?</i>	64
33.	The Preschool Curriculum Evaluation Research Consortium (individuelle forfattere ikke angivet): <i>Effects of Preschool Curriculum Programs on School Readiness. Report from the Preschool Curriculum Evaluation Research Initiative</i>	66

1. **Balan, Andreia: Assessment for learning: A case study in mathematics education**

Type: Afhandling

Land: Sverige

Årstal for udgivelse: 2012

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger betydningen af en formativ evalueringspraksis (*formative assessment practice*) for gymnasieelevers matematiske problemløsningsfærdigheder og gymnasieelevers tiltro til egne matematiske problemløsningsfærdigheder (*self-concept*). Studiet undersøger endvidere læreres og gymnasieelevers opfattelser af ændringerne af deres undervisning, men denne del af studiet ligger uden for forskningskortlægningen og genbeskrives derfor ikke.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg**, hvor der gennemføres både før- og eftertest på både indsats- og kontrolgruppen. I studiet indgår der i alt 45 gymnasieelever, som er tilfældigt fordelt på en indsats- og kontrolgruppe. I indsatsgruppen er der 21 gymnasieelever, og i kontrolgruppen er der 24 gymnasieelever, hvor der er en ligelig fordeling af piger og drenge i begge grupper. De to lærere, der deltager i forsøget, er tilfældigt tildelt en gruppe. Læreren i indsatsgruppen er en kvinde med begrænset undervisningserfaring, hvor læreren i kontrolgruppen er en mand med 20 års undervisningserfaring. Indsatsen varer i et år fra eleverne starter på gymnasiet til de afslutter det første år, hvilket vil sige, at indsatsen strækker sig over 86 lektioner a 80 minutter (svarende til 3 lektioner om ugen).

Indsatsen består af fem dimensioner;

1. *Eksplicitering af mål og kriterier ved systematisk anvendelse af et evalueringsskema (scoring rubric)*. Evalueringsskemaet udfyldes af gymnasieeleverne, efter de har løst en problemløsningsopgave i grupper og har diskuteret løsningerne i klassen. Skemaet anvendes dagligt i dialogen både mellem lærer og gymnasieelev og indbyrdes mellem gymnasieeleverne om, hvordan det går med elevernes faglige udvikling.
2. *Synliggørelse af gymnasieelevernes læring gennem anvendelse af problemløsningsopgaver og gruppearbejde*. I grupperne får gymnasieeleverne udfordrende opgaver, der kræver, at de expliciterer deres tankegang. Opgaverne er bygget op således, at de første opgavespørgsmål relaterer sig til klassiske matematikopgaver, hvor de sidste to opgavespørgsmål kræver, at gymnasieeleverne reflekterer over fortolkningen af opgaven og anvender deres færdigheder i en virkelig kontekst (*real-world situation*).
3. *Tilbage melding til gymnasieeleverne i form af nuanceret information om deres præstation samt forslag til, hvordan den enkelte gymnasieelev kan nå næste læringsmål*. Læreren indsamler information om gymnasieelevernes præstationer og giver dem feedback både i grupper og individuelt. Lærerens feedback tager udgangspunkt i det førnævnte evalueringsskema, således at flere læringselementer indgår i dialogen.
4. *Aktivering af gymnasieeleverne som en ressource gennem aktiviteter med elev-til-elev-evaluering (peer-assessment) og elev-til-elev-feedback (peer-feedback)*. Gymnasieeleverne vurderer hinanden i forhold til niveauet, værdien og kvalite-

ten af hinandens produkter og/eller præstationer. Gymnasieeleverne giver hinanden umiddelbar og individuel feedback, som skal være formativ.

5. *Indførelse af en undervisningsform, hvor gensidig kommunikation om evaluering har en fast struktur.* Gymnasieeleverne bliver aktive deltagere i evalueringen af deres egne og klassekammeraternes præstationer (uddybes i punkterne ovenfor). Læreren indgår som sidste led i forhold til at give feedback til grupperne og individuelt. Hver time starter med en fælles evaluering og diskussion af sidste lektions problemløsningsopgaver.

Det centrale redskab i indsatsen er evalueringsskemaet, som både anvendes til at ekspliciterer læringsmål, og som anvendes som udgangspunkt for aktiviteterne i dimension 3-5. Evalueringsskemaet er udformet af forskeren i samarbejde med læreren, der gennemfører indsatsen, og indeholder tre dimensioner (rubrikker) af problemløsning;

1. *Metode og udførelse:* Gymnasieelevernes evne til at fortolke og løse et matematisk problem, samt om gymnasieeleverne kan anvende de rette matematiske metoder og tilgange til at løse problemet.
2. *At ræsonnere matematisk:* Hvor godt gymnasieeleverne er i stand til at evaluere og reflektere over deres løsning af det matematiske problem.
3. *Præsentation og matematisk sprog:* Klarhed, tydelighed og fuldstændighed af gymnasieelevernes løsning af det matematiske problem.

De tre dimensioner afspejler ifølge forskerne tilsammen gymnasieelevernes evne til at anvende deres matematiske kompetencer i en virkelig kontekst (*real-world situation*).

I studiet måles gymnasieelevernes matematiske problemløsningsfærdigheder ved en **før- og eftertest i problemløsning**. Testopgaverne til førtesten er udvalgt ud fra den svenske nationale test i matematik i slutningen af 9. klasse. Testopgaverne til eftertesten er udvalgt fra den svenske nationale test i matematik i afslutningen af matematik på A-niveau¹ i gymnasiet. Opgaverne er matematiske problemer som har afsæt i virkeligheden. Der gennemføres to eftertest, hvor den første gennemføres efter et halvt år og den anden efter et år. Gymnasieeleverne testes på de tre ovenfor nævnte dimensioner af problemløsning. Gymnasieelevernes selvopfattelse af deres matematiske problemløsningsfærdigheder måles ved en **forskergenereret spørgeskemaundersøgelse**, hvor eleverne bliver spurgt om, hvor let eller svært de synes matematik er, hvordan de tackler matematiske opgaver (undgår dem eller ikke undgår dem), om de mener, at de har fået en større eller mindre indsigt i matematik mv. Effekten af den formative evalueringsskemaundersøgelse afdækkes ved hjælp af variansanalyser.

Studiet viser, at den udførte formative evalueringsskemaundersøgelse har en **positiv effekt** på gymnasieelevernes problemløsningsfærdigheder. Blandt andet i forhold til deres evne til at fortolke et problem og anvende en passende matematisk metode til at løse problemet. I begge eftertest er der en tydelig indikation på, at gymnasieeleverne øger deres problemløsningsfærdigheder gennem den formative evalueringsskemaundersøgelse. Effekten er størst for gymnasieelever, der præstede lavt i førtesten, hvor det især er deres færdigheder inden for *metode og udførelse* og *at ræsonnere matematisk*, der forbedres.

Studiet viser endvidere, at den formative evalueringsskemaundersøgelse har en **positiv effekt** på gymnasieelevernes tiltro til egne matematiske problemløsningsfærdigheder, når gymnasieelevernes tiltro til egne evner var lav i udgangspunktet. Det vil altså sige, at elever

¹ A-niveauet består af følgende matematiske emner: tal, geometri, funktioner og statistik. Matematik A-niveau i Sverige svarer til matematik på et lavere niveau end matematik på C-niveau i Danmark.

med lav matematisk selvtillid ser ud til at øge deres selvtillid gennem den formative evalueringspraksis.

2. **Bottge, Brian A.; Mary Heinrichs, Zara Dee Mehta, Enrique Rueda, Ya-Hui Hung & Jeanne Danneker: *Teaching Mathematical Problem Solving to Middle School Students in Math, Technology Education, and Special Education Classrooms***

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2004

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af følgende to forskellige undervisningsmetoder i matematik, *enhanced anchored instruction* (EAI) og *text-based instruction* (TBI), på 6.klasses elever (ca. 11-12 år) matematikkundskaber og kompetencer indenfor problemløsning. Endvidere har forfatterne til hensigt at undersøge, hvor meget ekstra instruktion elever med særlige behov skal bruge for at nå samme niveau som deres gennemsnitlige klassekammerater.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment** med to indsatsgrupper. I eksperimentet indgår 93 6. klasses elever fra fire klasser på samme skole, hvoraf 17 er elever med særlige behov. Andelen af elever i de to indsatsgrupper er ikke præciseret. Klasserne bliver tilfældigt tildelt enten undervisningsmetoden EAI eller TBI, således at to klasser modtager EAI og to klasser modtager TBI.

I EAI-undervisningen er de matematiske problemer, der skal løses af eleverne, forankret i virkelighedsnære kontekster, som er meningsfulde og genkendelige for eleverne. I studiet benyttes en video om tre skoleelever, der bygger deres egen skateboardrampe. Eleverne i forsøget skal herefter udregne mængden af træ, der skal bruges, og mængdens pris. Eleverne i videoen har en mængde penge og træ til rådighed fra start, og eleverne i forsøget skal derfor udregne, hvor meget træ og hvor mange penge de mangler for at kunne bygge en skateboardrampe. Eleverne i forsøget får stillet træmoduler og en lille model af rampen til rådighed. De faktiske regneopgaver er således forankret i en virkelig situation, hvor eleverne gennem *hands-on*-projekter anvender deres matematiske færdigheder.

TBI beskrives som en mere traditionel læringsform, hvor eleverne arbejder med tekstbaserede problemer. I studiet undervises eleverne i en 8-trins-problemløsningsstrategi. De otte trin er som følger: læs problemet (*read*), omskriv problemet (*paraphrase*), visualiser problemet (*visualize*), gengiv problemet (*(re)state*), kom med et forslag til løsningen (*hypothesize*), kom med et skøn på, hvad løsningen er (*estimate*), udfør beregningen (*compute*) og vurder løsningen (*self-check*). Derudover præsenterer læreren eleverne for nogle forskellige remser med henblik på at støtte deres hukommelse af forskellige trin i problemløsningen, som eksempelvis "*Robert picked very red hot eggplants cause he's crazy*". Remsen anvender det første bogstav i hvert trin og skal dermed hjælpe eleverne med at memorere trinnene hver for sig og i rækkefølge. Eleverne, der modtager TBI, løser først traditionelle tekstproblemer i matematiske kontekster, og herefter får eleverne praktiske opgaver, som eksempelvis at bygge et bord af sugerør og efterfølgende lave modeltegninger af det samt udregne dets pris (*hands-on problems*).

Eksperimentet er opdelt i to faser. I første fase modtager eleverne henholdsvis EAI- og TBI-undervisning i en uge. Anden fase finder sted henholdsvis 6, 13 og 22 uger efter første fase, hvor elever fra EAI og TBI er blandet. Der indgår 15 elever i anden fase efter 6 uger, 17 elever efter 13 uger og 11 elever efter 22 uger. Eleverne skal i anden fase benytte, hvad de har lært i første fase 1 i teknologiundervisningen til at konstruere

en beskyttelsesramme til et luftpude fartøj. Det fremgår ikke af artiklen, hvad længden imellem fase 1 og 2 skyldes, eller hvor lang tid fase 2 strækker sig over. Der er samtidig et frafald på 53 elever mellem fase 1 og fase 2.

I studiet måles elevernes matematikkundskaber og problemløsningsfærdigheder ved en test før og efter første fase med **fire forskergenererede test**:

- En *brøkkregningstest* til at teste elevernes færdigheder inden for brøkkregning. Testen indeholder regnestykker, hvor brøker skal lægges sammen og trækkes fra hinanden.
- En *tekstbaseret problemløsningstest* til at teste elevernes problemløsningsfærdigheder med et-trins- og flertrinsproblemer i en matematisk kontekst. Eleverne får både point for rigtig løsningsstrategi og korrekt svar. Opgaverne svarer til dem, der bliver brugt i EAI og TBI.
- En *videobaseret problemløsningstest* til at teste elevernes problemløsningsfærdigheder ved problemer præsenteret på en video. Opgaverne er sat i en virkelighedsnær kontekst, hvor eleverne fx skal udregne længden af et stykke træ i flere måleenheder. Opgaverne svarer til dem, der bliver brugt i EAI.
- En *luftpude fartøjstest* til konkret at teste elevernes problemløsningsfærdigheder i forhold til de opgaver, de har løst i EAI og TBI, som er i en virkelighedsnær kontekst. Opgaverne er kombinationer af opgaver fra ovenstående problemløsningstests, men eleverne besvarer testen skriftligt ved at beskrive deres løsning på et blankt ark papir.

For alle fire tests foretages der en før- og eftertest. Effekterne afdækkes ved hjælp af variansanalyser.

Studiet indikerer overordnet set, at begge undervisningsmetoder har en **positiv betydning** for elevernes problemløsning i alle tre problemløsningstests. Der er ingen forskel imellem grupperne på elevernes brøkkregningsfærdigheder. I den videobaserede problemløsningstest og i luftpude fartøjstesten klarer eleverne, der har modtaget EAI-undervisning, sig bedre, end eleverne der har modtaget TBI-undervisning. Modsat klarer eleverne, der har modtaget TBI-undervisning sig bedre i den tekstbaserede test i forhold til eleverne, der har modtaget EAI-undervisning. Det vil altså sige, at eleverne bliver bedre til at løse matematiske problemer i virkelighedsnære kontekster ved EAI.

I testen før anden fase ligger eleverne, der har modtaget EAI-undervisning, højere end de andre elever i den forskergenererede, tekstbaseret test. Forskellen udligner sig dog efter fase 2, hvor der ikke er forskel imellem de to gruppers placering i testen. Forskerne angiver, at der er foretaget observationer af de to indsatser, og at begge indsatser er blevet implementeret med minimale afvigelser fra indsatsbeskrivelserne.

Det er dog en udfordring for implementeringen af eksperimentet, at der er faldet 53 elever fra ved anden fase. Ligeledes er der ikke nok elever med særlige behov med i studiet til at gennemføre test af dem som en selvstændig gruppe. I stedet har forskerne valgt at inddrage casebeskrivelser med to elever med særlige behov, hvor det fremhæves, at eleverne virker mere engagerede i matematikundervisningen i starten, men stadig har nogle udfordringer i forhold til at nå alle opgaverne.

3. **Brendefur, Jonathan; Sam Strother, Keith Thiede, Cristianne Lane & Mary Jo Surges-Prokop: A Professional Development Program to Improve Math Skills among Preschool Children in Head Start**

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2013

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af professionel udvikling af undervisere, *Professional Development and Activities*, på matematikfærdigheder hos børn i førskolealderen (ca. 4 år). I studiet indgår børn, som er en del af det amerikanske *Head Start*. *Head Start* er et statsfinansieret program, der har forskellige tiltag målrettet børn fra familier med lav socioøkonomisk baggrund, inden de begynder i skole.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg** med en indsats- og en kontrolgruppe. Den tilfældige fordeling sker på *Head Start*-centre, hvor fire centre bliver valgt som indsatsgruppe og to centre som kontrolgruppe. I alt består indsatsgruppen af 16 undervisere (*early educators*), der underviser 111 børn, hvor kontrolgruppen består af 8 undervisere, der underviser 33 børn. Indsatsen består af en enkelt otte timers workshop for underviserne. Der foretages en før- og eftertest af børnene med seks måneder imellem. Det fremgår ikke af artiklen, i hvilket omfang børnene modtager undervisning i de seks måneder.

Under den professionelle udvikling af underviserne, *Professional Development and Activities*, præsenteres underviserne for en undervisningsmetode, de kan anvende i deres undervisning. Undervisningsmetoden indeholder følgende tre komponenter: 1) opmærksomhed rettet mod indholdsviden hos underviserne, 2) aktiv læring ved at sikre engagement hos underviserne, som de anvender i deres egen undervisning, og 3) sammenhæng med indsatsen til efterfølgende aktiviteter med børnene.

Indsatsen er primært målrettet underviserne og består af en workshop på otte timer, som er tilrettelagt efter at 1) fokusere på introduktionen af nye matematiske koncepter, 2) komme med teoretisk baggrundsviden om, hvordan små børn lærer matematik, og hvordan man igangsætter deres læringsprocesser, og 3) hvilke aktiviteter de kan gennemføre med børnene. Workshoppen tager udgangspunkt i følgende fire matematikfaglige områder; tal (*number*), fortolke sammenhænge (*interpreting relationship*), måling (*measurement*) og rumlig ræsonnering (*spatial reasoning*). Workshoppen træner underviserne i at undervise inden for disse fagområder.

Aktiviteterne, som er målrettet børnene i forsøget, er ikke detaljeret beskrevet, men omhandler enten gruppeaktiviteter i 10-20 minutter eller aktiviteter for den samlede børnegruppe. Aktiviteterne varierer, men omhandler eksempelvis lege med træblokke og indsamlingsbøsser, hvor underviseren sidder sammen med børnene og guider dem igennem aktiviteterne ved at give dem matematiske informationer og stille dem spørgsmål.

I studiet måles effekterne af undervisningsforløbet på børnenes matematikfærdigheder med testinstrumentet, ***Prekindergarten Primary Screener for Mathematics (PK-PSM)***, som i forskellig grad berører de fire fagområder. Effekterne afdækkes ved hjælp af variansanalyser.

Studiet viser, at der samlet set er en **positiv effekt** for børnene i indsatsgruppen på deres matematiske færdigheder. Konkret viser studiet, at der er en positiv effekt for børnene i indsatsgruppen i forhold til deres færdigheder inden for måling og rumlig ræssonering (*Measurement and Spatial Reasoning*). Det betyder blandt andet, at børnene bliver bedre til at sammenligne forskellige figurer (*unit comparison*) og rotere figurer (*shape rotation*).

4. **Bryant, Diane Pedrotty; Brian R. Bryant, Greg Roberts, Sharon Vaughn, Kathleen Hughes Pfannenstiel, Jennifer Porterfield & Russell Gersten: *Early Numeracy Intervention Program for First-Grade Students With Mathematics Difficulties***

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2011

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af en tidlig indsats i forhold til matematisk talforståelse og problemløsning, *Tier 2 intervention*, af matematiske færdigheder hos elever i 1. klasse med særlige behov². Formålet med studiet er at undersøge, om en tidlig indsats for elever med særlige behov har en positiv betydning på den matematiske talforståelse, problemløsning og færdigheder i forhold til at kunne regne med hele tal.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg**, hvor der deltager 204 1. klasses elever. Ved hjælp af et mål for elevernes matematiske progression, *Texas Early Mathematics Inventories-Progress Monitoring (TEMI-PM)*, udvælges eleverne med udgangspunkt i, at de skal have særlige behov i forhold til at lære matematik. De elever, der er blandt de 35 pct. lavest præsterende elever, er udvalgt til at deltage i studiet og er karakteriseret som *elever i risikozonen*. Efter udvælgelsen blev eleverne tilfældigt fordelt på henholdsvis en indsats- og kontrolgruppe, hvor 139 elever er i indsatsgruppen og 65 i kontrolgruppen.

Den tidlige indsats, *Tier 2 intervention*, forløber over et år og er opdelt i 11 undervisningsenheder. Hver undervisningsenhed består af 8 dage med 2 lektioner om dagen a 10 minutters varighed, som varetages af en lærer. Lærerne er forinden blevet uddannet i indsatsen. Dagens lektioner starter med 3 minutters opvarmning, hvor eleverne skal anvende tidligere tilegnede matematiske færdigheder. Indsatsen har fokus på at fremme elevernes matematiske færdigheder gennem:

- *At læreren tænker højt* og derigennem viser, hvordan man løser matematiske problemer
- *At elever og lærere bruger konkrete materialer* (terninger, fakta-kort, modeller og lignende) til at modellere problemer og illustrere sammenhænge
- *At eleverne lærer kognitive strategier* til at løse forskellige typer af problemer.

Indsatsen er systematisk implementeret og baserer sig på følgende elementer i undervisningen:

En undervisningsrutine, hvor læreren har en vejledende funktion over for eleverne, og hvor

læreren overvåger elevernes fremskridt løbende

- En fast procedure for, hvordan fejl rettes
- En strategi til at sikre elevernes progression (*spacing*)
- Muligheder for meningsfulde praksisøvelser (fx med visuelle præsentationer)
- Brug af eksempler
- Evaluering.

² Elever med særlige behov er her *Tier 2*-elever, som i en amerikansk kontekst er de elever, der fagligt halter efter deres klassekammerater, viser begrænset fremskridt, og som kræver en ekstra indsats. Eleverne er fagligt svage, men ikke så svage, at de sendes i specialklasse.

Ud over disse elementer i undervisningen skal eleverne dagligt løse problemer i forhold til undervisningsindholdet med henblik på at kunne følge deres egen læringsproces. Antallet af korrekte og forkerte svar tælles derfor sammen dagligt og noteres i et ark, så elevens udvikling kan følges af både lærer og elev. I kontrolgruppen forløber undervisningen som vanligt gennem hele undersøgelsesperioden.

I studiet måles elevernes matematiske færdigheder ved hjælp af tre mål; **Texas Early Mathematics Inventories-Progress Monitoring (TEMI-PM)**, **Texas Early Mathematics Inventories-Outcomes (TEMI-O)** og **Mathematics Scholastic Aptitude Test (SAT-10)**, der henholdsvis belyser elevernes matematiske progression, problemløsningsfærdigheder og faglige resultater. Problemløsningsfærdighederne måles ved elevernes færdigheder inden for matematisk ræsonnering og tænkning i forhold til blandt andet antal (*number*), matematiske mønstre (*patterns*), geometri (*geometry*) og sandsynlighed (*probability*) samt de bagvedliggende matematiske processer (*underlying processes*). Der gennemføres en før- og eftertest af elevernes matematiske færdigheder, og effekten af indsatsen på elevernes matematiske færdigheder afdækkes ved hjælp af en variansanalyse. Derudover observeres lærernes undervisning løbende for at sikre, at der ikke er forskel i lærernes implementering af indsatsen.

Studiet viser, at den tidlige indsats, *Tier 2 interventionen*, har en **positiv effekt** på elever med særlige behovs matematiske færdigheder med hensyn til regnefærdigheder, at mestre matematiske procedurer og talsekvenser samt i forhold til at kunne kombinere subtraktion og addition. Studiet viser dog også, at der **ingen effekt** er på elevernes matematiske færdigheder inden for problemløsning. Et andet resultat er, at 45 pct. af eleverne, der modtog indsatsen, ikke længere er i risikozonen efter deltagelse i indsatsen. Til sammenligningen er det kun 22 pct. af eleverne i kontrolgruppen, der ikke længere er i risikozonen. Endelig fremgår det af studiet, at implementeringen af indsatsen er forløbet efter hensigten.

5. Carbonneau, Kira J.; Scott C. Marley & James P. Selig: *A Meta-Analysis of the Efficacy of Teaching Mathematics with Concrete Manipulatives*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA³

Årstal for udgivelse: 2013

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet er et **systematisk review** af 55 studier, der undersøger effekten af at anvende konkrete materialer (*concrete manipulatives*) i matematikundervisningen på elevernes matematiske færdigheder.

Det systematiske review beror på fire inklusionskriterier. For det første skal der være en sammenligningsgruppe i studiet. For det andet skal eleverne tildeles en opgave, hvor de kan anvende et konkret materiale. For det tredje skal redskaberne være inden for definitionen af konkrete materialer, hvilket betyder, at studier med matematiske redskaber såsom lommeregner, lineal o. lign. er ekskluderet. For det fjerde skal studierne have tilstrækkelige kvantitative data til at estimere en effektstørrelse. Der indgår 55 studier i reviewet, hvor der samlet set indgår 7.237 elever fra dagtilbud, grundskole, ungdomsuddannelse eller college⁴.

Effekterne af anvendelsen af konkrete materialer i matematikundervisningen undersøges ved hjælp af en række **metaanalyser**. I den første indgår samtlige 55 inkluderede studier, hvor den gennemsnitlige effekt på elevernes matematiske færdigheder undersøges. De andre metaanalyser er opdelt på hver deres dimension af elevernes matematiske færdigheder. I samtlige metaanalyser i reviewet er sammenhængen mellem at anvende konkrete materialer og elevernes matematiske færdigheder undersøgt med inddragelse af seks faktorer⁵, der hver især afspejler forhold, der kan have en betydning for sammenhængen. De seks faktorer er følgende:

1. *Elevernes udviklingsstadium* opdelt på tre aldersgrupper; 3-6-årige, 7-11-årige og 12-årige og ældre.
2. *Konkret materiale med høj grad af relaterbarhed (perceptual richness)* såsom en legetøjspizza eller et konkret materiale med lav grad af relaterbarhed (*perceptual bland*) såsom en rektangulær klods.
3. *Grad af instruktionsvejledning* defineret som høj eller lav.
4. *Matematisk emne* defineret som fem kategorier: placér tal efter deres værdi (*place value*), regning, geometri, brøkgregning og algebra.
5. *Vejledning i grupper*, hvor indsatsen er implementeret i grupper eller på klasseniveau sammenlignet med *individuel vejledning*, hvor indsatsen er implementeret individuelt, hvor eleven fx er taget ud af klassen.
6. *Omfanget af indsatsen* defineret som kort (0-14 dage), mellem (15-45 dage) eller lang (46 dage eller flere) indsats.

Ud over metaanalysen med alle 55 inkluderede studier er der foretaget fire metanalyser, hvor studierne er opdelt efter forskellige dimensioner af elevernes matematiske færdigheder:

³ I det systematiske review er enkelte studier fra lande, der ligger uden for kortlægningens geografiske afgrænsning.

⁴ Kun to af studierne er for collegestuderende.

⁵ I metastudierne er der yderligere tjekket for metodiske faktorer i forhold til, om der er konsistent i konklusioner. De fem metodiske faktorer er som følger: peer-review status (offentliggjort eller ej i en peer-reviewed journal), forskningsdesign (within-subjects design, kvasi-eksperimentelt design eller randomiseret, kontrolleret forsøg), hvem der implementerer indsatsen (forsker eller lærer), testtype (standardiseret test eller test udformet af forsker) og antagelse om uafhængighed (imødekommet eller ej).

- Evne til at opretholde sin erhvervede viden (*retention*) (53 studier, n=7140)
- Evne til problemløsning (*problem solving*) (9 studier, n=477)
- Evne til at overføre viden fra en kontekst til en anden (*transfer*) (13 studier, n=3453)
- Evne til at begrunde sin matematiske metode (*justification*) (2 studier, n=109)

Studiet viser på tværs af metaanalyserne, at der er en **lav til medium effekt** af at anvende konkrete materialer i matematikundervisningen på elevernes færdigheder, når der sammenlignes med matematikundervisning, der udelukkende anvender abstrakte symboler som eksempelvis ligninger. Generelt viser studiet, at der er forskel mellem elever på forskellige udviklingsstadier, hvor der generelt er størst effekt for elever i aldersgruppen 7-11 år. Derudover viser studiet, at der er størst effekt af en kort eller mellem dosering, og at effekten er størst, hvor det er en lærer, der implementerer indsatsen (frem for en forsker)⁶.

Konkret i forhold til metanalysen af *evnen til problemløsning* er der større effekt af høj grad af instruktionsvejledning og af henholdsvis kort og lang dosering frem for mellem dosering. Metaanalysen af *evnen til at overføre viden fra en kontekst til en anden* adskiller sig ved, at der findes størst effekt af lav grad af instruktionsvejledning, og at analysen viser en positiv effekt af at anvende et konkret materiale med høj grad af relaterbarhed.

⁶ Når der tjekkes for de metodiske faktorer, er der visse variationer (fx at der er en større effekt ved de studier, der er offentliggjort i en peer-review journal), men forskellene er ikke så store, at det ændrer ved de substantielle resultater.

6. Clarke, David; Margarita Breed & Sherry Fraser: *The Consequences of a Problem-Based Mathematics Curriculum*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2004

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af at anvende et problembaseret matematikpensum i gymnasiet, *Interactive Mathematics Program (IMP)*, på gymnasieelevernes matematiske færdigheder, deres opfattelse af matematikfaget og deres tiltro til egne matematiske evner.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment** med 300 gymnasieelever fra fire gymnasier, hvoraf 174 gymnasieelever fra tre af gymnasierne deltager i IMP-programmet som indsatsgruppe. Til sammenligning er der indsamlet data for en sammenligningsgruppe på 126 gymnasieelever, hvor 74 gymnasieelever er fra de samme gymnasier og 52 gymnasieelever er fra et fjerde gymnasium. Gymnasieeleverne i sammenligningsgruppen er på algebra 2-niveau⁷ og har den samme gennemsnitsalder som gymnasieeleverne i indsatsgruppen. Udvælgelsen af gymnasieelever varierede på tværs af gymnasierne, men det væsentligste kriterium var, at gymnasieeleverne selv valgte at deltage i eksperimentet (*self-nomination*). Det blev dog sikret, at gymnasieelevernes faglige niveau ikke var højere end den gennemsnitlige gymnasieelevs algebra-niveau. Udvælgelsen af lærere var ud fra samme princip baseret på frivillig deltagelse (*self-nomination*).

IMP-programmet består af følgende tre ændringer i undervisningen:

1. *Ændring i graden af matematisk vejledning* ved at kræve af eleverne, at de skal være mere aktive og undersøgende. Eleverne skal derfor arbejde sammen om de forskellige matematiske emner (geometri, algebra o. lign.) med fokus på deres anvendelsesområder.
2. *Ændring af hvordan lærerne opfatter deres rolle* ved at lægge vægt på, at lærerrollen skal være vejledende overfor eleverne, fremfor at skulle styre undervisningen. Undervisningen ændres til at være mere centreret om elevinteraktioner.
3. *Ændring af hvordan matematisk læring evalueres* ved at vurdere, hvordan eleverne anvender deres viden til at løse komplekse problemstillinger. Samtidig skal eleverne vurderes på en mangfoldighed af evalueringsstrategier, der blandt andet inkluderer selvevaluering, elev-porteføljer og mundtlige præsentationer.

Undervisningen er opdelt i moduler, som strækker sig over fem uger. Modulerne er opdelt efter tematikker, der blandt andet kan være historiske, litterære eller videnskabelige, for at give eleverne mulighed for at relatere deres matematikundervisning til en relevant kontekst. Et eksempel er, at lærerne anvender en fortælling til at fremme gymnasieelevernes undersøgelse af variation, måleusikkerhed, normalfordeling, graftegning, matematisk modellering og ikke-lineære funktioner. Hvert modul adresserer både matematiske begreber, færdigheder og matematisk problemløsning i en sammenhæng, hvor ny viden integreres med erhvervelsen af matematiske færdigheder. Det præciseres ikke nærmere, hvordan modulerne er opbygget. Undervisningen forløber som vanlig i sammenligningsgruppen.

I studiet måles effekten af IMP-programmet på gymnasieelevernes matematiske færdigheder på baggrund af en standardiseret matematisk test, **Mathematics Scholastic**

⁷ Det fremgår ikke af studiet, hvad dette præcist betyder.

Aptitude Test (SAT). Effekten af IMP-programmet på gymnasieelevernes tiltro til egne matematiske evner måles på baggrund af data fra forskergenererede **spørgeske- maundersøgelser** foretaget blandt gymnasieeleverne efter et års deltagelse i programmet. Effekterne afdækkes ved hjælp af variansanalyse.

Studiet indikerer, at IMP-programmet har en **positiv betydning** for både gymnasieelevernes matematiske færdigheder og for gymnasieelevernes tiltro til egne matematiske evner. Samtidig indikerer studiet, at gymnasieeleverne, der deltager i indsatsen, er mere positive over for matematikundervisningen og i højere grad mener, at matematik kan anvendes i dagligdagen, end gymnasieeleverne i kontrolgruppen.

7. **Dijk, I. M. A. W. van; B. van Oers, J. Terwel & P. van den Eeden: *Strategic Learning in Primary Mathematics Education: Effects of an Experimental Program in Modelling***

Type: Tidsskriftsartikel

Land: Holland

Årstal for udgivelse: 2003

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af et undervisningsforløb, hvor eleverne selv skal konstruere modeller til at løse matematiske problemstillinger, på elevernes læringsproces samt matematiske præstationer. Formålet er, at eleverne ved selv at opstille modeller skaber læringsstrategier, som svarer til deres eget kompetenceniveau, frem for når lærerne viser dem bestemte strategier.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg**, hvor der deltager 238 elever i femte klasse i alderen 10-11 år. Eleverne går på 8 forskellige skoler i 10 forskellige klasser. Klasserne er tilfældigt inddelt i en indsats- og kontrolgruppe, hvor indsatsgruppen består af 121 elever. Skolerne var enten middelklasseskoler (*middle class*) eller skoler med en høj andel af etniske minoriteter, hvor fordelingen af skolerne på indsats- og kontrolgruppe er sammenlignelig.

Indsatsen består af 13 lektioner over en periode på næsten tre uger. En lektion varer 60 minutter. I den første lektion bliver eleverne præsenteret for, hvad strategisk læring er, og hvordan eleverne kan anvende modeller. De resterende 12 lektioner sætter fokus på grafer og procentregning. Eleverne i indsatsgruppen skal med hjælp fra lærerne udvikle deres egne modeller til at løse problemstillinger ved brug af grafer og procentregning. Derefter er der først i grupperne og dernæst i klassen diskussion om, hvilken model og tilgang eleverne har valgt, og hvordan de adskiller sig fra hinanden. Ofte er der forskel på, om eleverne har udviklet modeller, som er meget detaljerede og dermed i mindre grad kan anvendes på andre områder, eller som er mere generelle modeller, der kan anvendes på andre problemstillinger. I klassediskussionen skal eleverne forklare, hvorfor de netop har udviklet den pågældende model til problemet, og hvordan man kan bruge modellen på andre problemstillinger.

Kontrolgruppens undervisning i perioden består i, at de lærer nogle allerede færdigudviklede modeller til matematisk problemløsning. Undervisningsindholdet er altså ens i både indsats- og kontrolgruppen, hvor det kun er undervisningsmetoden, der er forskellig. Lærerne for begge grupper deltog i workshops forud for indsatsen. I begge tilfælde bliver undervisningsformen og materialet gennemgået. Omfanget og varigheden af de afholdte workshops angives ikke. Lærerne, som står for indsatsen, får derudover besøg to gange undervejs i forløbet for at sikre korrekt implementering af indsatsen. Forud og efter indsatsen bliver der ligeledes gennemført interview med lærerne, hvor de evaluerer programmet.

I studiet måles elevernes progression i læringsprocesser med forskellige måleredskaber ved **før- og eftertest**. Der præciseres ikke yderligere, hvordan elevernes læringsprocesser måles. Derudover måles elevernes matematiske præstationer ligeledes ved hjælp af en før- og eftertest. Der anvendes standardiserede test til før- og eftertest samt fagspecifikke test i eftermålingen af elevernes matematiske færdigheder i forhold til procent og anvendelse af grafer. Det er i studiet ikke angivet, hvilke test der er tale om. Derudover blev der gennemført deltagerobservationer samt lyd- og videooptagelse af undervisningen. Effekten af indsatsen afdækkes ved hjælp af varians- og regressionsanalyser.

Studiet indikerer, at indsatsen har en **positiv betydning** for elevernes læringsprocesser og matematiske færdigheder. Studiet viser, at eleverne i kontrolgruppen også forbedrer sig i perioden, dog ikke i samme omfang som indsatsgruppen.

8. **Fede, Jessica L.: The Effects of GO Solve Word Problems Math Intervention on Applied Problem Solving Skills of Low Performing Fifth Grade Students**

Type: Afhandling

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2010

Årstal for dataindsamling: 2009

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af et undervisningsforløb i et computerbaseret undervisningsprogram i matematik, *GO Solve Word Problems*, der lægger særlig vægt på skemabaserede instruktioner (*schema-based instructions*) på problemløsningsfærdigheder hos 5. klasses elever (10-11 år), der er fagligt svage i forhold til deres problemløsningsfærdigheder (*poor problem-solving skills*).

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrollet forsøg** med en indsats- og en kontrolgruppe med i alt 32 elever⁸, hvor der er 16 i hver gruppe⁹. Fælles for eleverne er, at de betegnes som elever, der er faglig svage i forhold til deres problemløsningsfærdigheder. Eleverne, der deltager i forsøget, er udvalgt på baggrund af deres resultater i matematikprøven, *the Group Mathematics and Diagnostic Evaluation (GMADE)*, eller på baggrund af at de går i en specialklasse¹⁰. For at kunne blive undervist i *GO Solve Word Problems* var det et krav, at eleverne havde visse læsefærdigheder. De blev derfor også screenet på læsevanskeligheder ved hjælp af *Dynamic Indicators of Basic Early Literacy Skills (DIBELS)*. Eleverne blev derefter tilfældigt udvalgt til enten at gennemføre et undervisningsforløb i *GO Solve Word Problems* eller fortsætte med at modtage den ekstra indsats, som fagligt svage elever tilbydes af skolen. Indsatsen forløb over tolv uger. Eleverne i indsatsgruppen blev to gange om ugen undervist i de lektioner, hvor de ellers skulle have haft deres ekstra matematiktimer. Lektionerne varede 45 minutter.

GO Solve Word Problems er et softwareprogram, der er designet til at skulle forbedre elevens problemløsningsfærdigheder. Programmets udviklere lægger særligt vægt på de skemabaserede instruktioner, der skal få eleverne til at tænke i kategorier af opgaver i stedet for at se hver opgave som en ny og separat fra andre opgaver. Programmet består af tre moduler:

1. Addition og subtraktion
2. Multiplikation og division
3. Avanceret multiplikation og division.

Undervisningen foregår via programmets interaktive vejledninger, som findes for hvert modul. Hver vejledning afsluttes med, at programmet giver eleven feedback på, hvordan eleven har klaret sig igennem vejledningen. Programmet er i stand til at justere de øvelser, som eleven løbende skal udføre, i forhold til hvordan eleven har klaret sig i tidligere opgaver (*det adaptive princip*). Hvert modul afsluttes med, at eleven skal løse en række problemløsningsopgaver, som eleven stiftede bekendtskab med i vejledningen. Det kan ifølge manualen til programmet tage imellem tre til fem timer at nå til et moduls afsluttende opgavedel. For at kunne bevæge sig videre til et nyt modul er det påkrævet at opnå mindst 85 pct. rigtige svar i den afsluttende øvelsesdel to gange i træk.

⁸ Forskeren var bevidst om, at stikprøvestørrelsen potentielt kunne have konsekvenser for resultaternes gyldighed, og udførte derfor en test for at tjekke robusthed af resultaterne i forhold til at kunne identificere forskelle på de to grupper. Stikprøvestørrelsen viste sig på baggrund af testen at være tilstrækkelig i forhold til at kunne dokumentere forskelle.

⁹ Ud af de 32 elever var 24 af dem piger. Indsatsgruppen bestod af 15 piger og én dreng. Kontrolgruppen bestod af ni piger og syv drenge.

¹⁰ Elever med et psykisk handicap blev udeladt, fx børn med autisme eller som er udviklingshæmmede.

I studiet måles elevernes problemløsningsfærdigheder ved en før- og eftertest, hvor forskeren havde udvalgt dele af følgende to matematikprøver; **the State Mathematic Assessment test (MCAS)** og **the Group Mathematics and Diagnostic Evaluation (GMADE)**. Sværhedsgraden af før- og eftertesten var den samme. Fra MCAS udvalgte forskeren 11 spørgsmål, hvor 9 af dem var *multiple choice*-spørgsmål, og hvor 2 var åbne spørgsmål. Opgaverne i MCAS-testen svarer til de opgaver, eleverne arbejder med i undervisningsforløbet *GO Solve Word Problems* og måler elevernes problemløsningsfærdigheder. GMADE-testen måler også elevernes problemløsningsfærdigheder, men består i stedet af tre opgavedele:

1. Begreber og kommunikation (*concepts and communication*)
2. Funktioner og beregninger (*operations and computation*)
3. Proces og anvendelse (*process and application*).

Et eksempel på en opgave i GMADE-testen er, at eleverne får at vide, hvor mange billetter der blev solgt til en begivenhed i det første år, og hvor mange færre billetter der blev solgt året efter. Derefter skal de svare på, hvor mange billetter der blev solgt året efter ved at vælge en af fire svarmuligheder.

Det var kun opgavedelen om proces og anvendelse, der blev anvendt til at teste eleverne. Det var også kun denne del af prøven, der blev anvendt til at identificere fagligt svage elever i forhold til problemløsningsfærdigheder. Det er således denne del af GMADE, der måler elevernes evne til at løse tekstbaserede problemer (*to solve a word problem*). For at kunne måle elevernes fremskridt undervejs i indsatsperioden anvendes forskergenererede tests (*examiner-made probes*), som eleverne hver anden uge skulle løse. De havde otte minutter til at løse tolv spørgsmål. Derudover blev eleverne bedt om at udfylde et spørgeskema, der skulle måle deres frygt for matematik (*the mathematic anxiety scale*). Eleverne i indsatsgruppen blev derudover bedt om at udfylde et spørgeskema, hvor de skulle vurdere *GO Solve Word Problems*. Til at analysere data benyttedes variansanalyser.

Studiet viser, at der er en **positiv effekt** af at blive undervist i *GO Solve Word Problems* i forhold til MCAS-prøven og i forhold til de små test, eleverne undervejs i indsatsperioden skulle gennemføre. Der var omvendt **ingen effekt** af at blive undervist i *GO Solve Word Problems* i forhold til GMADE-testen. Der kunne heller ikke konstateres nogen forskel på de to gruppers frygt for matematik.

9. **Fuchs, Lynn S.; Douglas Fuchs, Karin Prentice, Carol L. Hamlett, Robin Finelli & Susan J Courey: *Enhancing Mathematical Problem Solving Among Third-Grade Students With Schema-Based Instruction***

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2004

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af at styrke elevers matematiske problemløsning gennem et undervisningsforløb med systematisk problemløsning gennem skemabaserede instruktioner (*Schema-Based Instructions (SBI)*). Effekten undersøges på elevernes evne til at overføre viden fra en kontekst til en anden kontekst (*transfer*). Studiet undersøger samtidig, hvilken effekt det har, når lærerne giver feedback og forklaringer på, hvordan eleverne kan kategorisere problemer.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperimentelt design**, hvor 24 lærere i et skoledistrikt frivilligt har meldt sig til forsøget. På den baggrund er lærerne tilfældigt inddelt i tre grupper; to forskellige indsatsgrupper og én sammenligningsgruppe¹¹. I de to indsatsgrupper anvendes systematisk problemløsning, og eleverne modtager skemabaserede instruktioner. Den ene indsatsgruppe har dog et særligt fokus på kategorisering af problemer. I alt deltog 366 elever i alderen 8 til 9 år. I SBI-indsatsen er der 127 elever, i SBI med fokus på kategorisering af problemer er der 126 elever, og i sammenligningsgruppen er der 113 elever. I hver gruppe er der elever som ud fra førtesten af deres evne til at overføre indlærte problemløsningsstrategier fra en problematik til en anden problematik (*immediate transfer*) præsterer højt, mellem og lavt. Undervisningen fulgte et fast koncept og en tjekliste. Derudover blev de enkelte undervisningssessioner optaget på bånd, og en tjekliste blev på baggrund af optagelsen udfyldt af forskningsassistenter for at identificere, hvilke temaer der blev adresseret.

For matematisk problemløsning fokuseres der i studiet på følgende fire problemtyper:

1. *Indkøbslisteproblemer (shopping list problems)*, hvor der opstilles en indkøbssituation, og hvor eleverne eksempelvis skal udregne, hvor mange penge de har tilbage efter indkøb.
2. *Halveringsproblemer (half problems)*, hvor eleverne eksempelvis skal udregne, hvor mange genstande de får, hvis de skal dele med én eller to venner.
3. *Problemer i forhold til at købe varer i poser (buying bags problems)*, hvor eleverne eksempelvis skal udregne, hvor mange poser hatte de skal købe, hvis de kommer i poser med 3 i, og de i alt skal bruge 9 hatte.
4. *Piktogramproblemer (pictograph problems)*, hvor eleverne får vist et piktogram, som eksempelvis illustrerer en mængde personer, som alle skal have lige mange popcorn. Opgaven er, at eleven skal udregne, hvor mange popcorn der i alt skal produceres.

Undervisningen i alle tre grupper (SBI, SBI med kategorisering og sammenligningsgruppen) består af følgende tre elementer: 1) Skoledistriktets almindelige undervisningsplan, 2) en specifik tekst og 3) et 3-ugers forløb om generel problemløsningsstrategier i matematik.

Eleverne i begge indsatsgrupper (SBI og SBI med kategorisering) modtager desuden fire 3-ugers forløb. Et 3-ugers forløb består af to lektioner om ugen (6 lektioner i hvert

¹¹ Studiet benævnes denne sidste gruppe som "kontrastgruppe" i stedet for sammenligningsgruppe.

undervisningsforløb), som har en varighed på 30 til 40 minutter. Hvert af de fire undervisningsforløb adresserer en af de fire matematiske problemtyper som beskrevet ovenfor. Lektionerne er tilrettelagt af forskerne, som fokuserede på overordnede strategier inden for problemløsning. De enkelte undervisningsforløb foregik på klasseniveau.

SBI-indsatsen fokuserer på at lære eleverne en systematisk problemløsningstilgang. Hvert 3-ugers undervisningsforløb er struktureret som følger:

- I lektion 1-4 giver læreren instruktioner i problemløsninger for den problemtype, der undervises i. Det sker ved, at eleverne skal løse flere problemstillinger i løbet af undervisningen, hvor det er samme struktur i problemerne, men hvor formuleringerne er forskellige. Eksempelvis er problemet stadig centreret om delingsproblemer, men nu er det ikke to børn, som skal dele is, men i stedet to voksne, som skal dele en pakke chokolade. De enkelte trin i problemløsningen bliver vist i klasselokalet.
- I lektion 5-6 undervises eleverne i fire overordnede problemfunktioner, som gør, at problemer ikke er umiddelbart genkendelige, selv om de indeholder samme problematik og skal løses med samme metode. Her blev både fortællingen, som opgaven er opbygget om, og problemet for problemløsningen varieret undervejs i undervisningen. Eleverne løser problemløsningsopgaverne i grupper eller med en makker. Derudover er der fokus på at forklare, hvordan eleverne kan overføre deres opnåede viden fra et område til et andet (*transfer*), og hvordan eleverne skal anvende det.

I SBI-indsatsen med kategorisering foregik første undervisningsforløb som i SBI-indsatsgruppen (uden kategorisering). I undervisningsforløb 2-4 lærer eleverne at kategorisere problemtyperne. Det sker ved, at eleverne for hver problemtype, der arbejdes med, bliver spurgt om følgende:

1. Hvilken form for problem er det? (Svarmuligheder: de fire problemtyper)
2. Er der et transfer-problem? (Svarmuligheder: ja eller nej)
3. Hvilken form for transfer-problem er det? (Svarmuligheder: der er ingen transfer problem, forskelligt udseende, forskellige ord, forskelligt spørgsmål eller lille del af et større problem).

Aktiviteten vedrørende fokus på kategorisering af problemer forløber i 10 minutter af hver lektion.

I studiet måles elevernes evne til at overføre indlærte problemløsningsstrategier til andre kontekster med **en forskergenereret test**. Testen måler *overføringsevne* gennem transfer, hvor der skelnes mellem tre typer af transfer; øjeblikkelig, nær og fjern transfer. I den *øjeblikkelige transfer* anvendes en fortælling til at forklare samme problematik som i problemløsningsstrategien. I *nær transfer* varierer problemet i fortællingen fra den fortælling, som eleverne er blevet præsenteret for i problemløsningsstrategien. I *fjern transfer* er der flere variationer i problemstillingen og præsentationen af denne, end den som eleverne har mødt i problemløsningen, således at det minder mere om hverdagsproblematikker. Præstationer bliver scoret i forhold til **Kansas rubrik** med følgende fire komponenter: konceptuelle fundamentaler (*conceptual underpinnings*), beregningsmæssige applikationer (*computational applications*), problemløsningsstrategier (*problem-solving strategies*) og kommunikationsværdier (*communicative values*). De tre transfer-måleredskaber er **valideret med TerraNova skalaen**. Det bliver gennemført en førtest tre uger før indsatsen og en eftertest tre uger efter indsatsen. Effekten af indsatserne afdækkes ved hjælp af regressions- og variansanalyser.

Studiet viser, at undervisningsforløbet i skemabaserede instruktioner både med og uden fokus på kategorisering af problemer har en **positiv effekt** på elevernes evne til at løse matematiske problemstillinger. Det gælder både for øjeblikkelig, nær og fjern transfer. Der er ingen forskelle mellem de to indsatsgrupper. Hvis man ser på de forskellige former for problemløsning, så er der **positiv effekt** for begge indsatsgrupper, når det drejer sig om elevernes evne til at kategorisere matematiske problemer inden for de fire problemtyper. Der var ingen forskel på elever med særlige behov og den samlede gruppe elever, som indgår i indsatserne.

Indsatserne er implementeret i overensstemmelse med indsatsbeskrivelsen.

10. Fuchs, Lynn S.; R. Finelli, S. J. Courey, C. L. Hamlett, E. M. Sones & S. K. Hope: *Teaching Third Graders about Real-Life Mathematical Problem Solving: A Randomized Controlled Study*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2006

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af et undervisningsforløb med skemabaserede instruktioner (*schema-broadening instruction (SBI)*), henholdsvis med og uden eksplicit instruktion i at anvende strategier til at tackle dagligdags matematiske problemer (*Real life, RL*) på elevers evne til at anvende matematiske problemløsningsstrategier. Effekten undersøges også på elevernes evne til at overføre viden fra en kontekst til en anden kontekst (*transfer*).

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg**, hvor 30 lærer og 445 elever i 3. klasse deltager frivilligt. Eleverne er på klasseniveau fordelt på en kontrolgruppe og to indsatsgrupper. Eleverne er på tværs af grupperne sammenlignelige på baggrundsvARIABLE som køn, etnicitet, andelen af elever med engelsk som andet sprog og andelen af elever med særlige behov. Lærerne i de tre grupper er sammenlignelige på køn, etnicitet, alder, uddannelsesbaggrund, undervisningserfaring og klassestørrelse. I den første indsatsgruppe er der 153 elever, der arbejder med SBI uden RL-strategier, og i den anden er der 148 elever, der arbejder med SBI med RL-strategier. I kontrolgruppen er der 144 elever.

Både de to indsatsgrupper og den ene kontrolgruppe får som minimum et 3-ugers forløb med to lektioner om ugen om generel matematisk problemløsning. De seks lektioner har hver en varighed på mellem 30 og 40 minutter.

For matematisk problemløsning fokuseres der i studiet på følgende fire problemtyper:

1. *Indkøbslisteproblemer (shopping list problems)*, hvor der opstilles en indkøbssituation, og hvor eleverne eksempelvis skal udregne, hvor mange penge de har tilbage efter indkøb.
2. *Delingsproblemer (half problems)*, hvor eleverne eksempelvis skal udregne, hvor mange genstande,, de har tilbage,, efter at have delt med én eller to venner.
3. *Indkøbsposeproblemer (buying bags problems)*, hvor eleverne eksempelvis skal udregne, hvor mange poser hatte de skal købe, hvis de kommer i poser med 3 i, og de i alt skal bruge 9 hatte.
4. *Piktogramproblemer (pictograph problems)*, hvor eleverne får vist et piktogram, som eksempelvis illustrerer en mængde personer, som alle skal have lige mange popcorn. Opgaven er, at eleven skal udregne, hvor mange popcorn, der i alt skal produceres.

Eleverne i indsatsgrupperne (både SBI med og uden træning i hverdagsproblematikker) modtager desuden fire 3-ugers forløb. Et 3-ugers forløbet består af syv lektioner i systematisk problemløsning. I hvert 3-ugers forløb er der to kumulative evalueringsektioner. Hvert af de tre forløb adresserer en af de fire problemtyper.

Hvert 3-ugers forløb er struktureret som følger:

- I lektion 1-4 bliver instruktioner i problemløsninger givet ved hjælp af problemer, der kun varierer på den skriftlige fortælling, som opgaven er opbygget om. Eksempelvis er problemet (opgaven) stadig centreret om delingsproblemer, men nu er det ikke to børn, som skal dele is, men i stedet to voksne som skal dele en pakke chokolade. Her bliver enkelte trin i problemløsningen visualiseret på en planche i klasselokalet. Eleverne foretager en problemløsning i den sidste lektion.
- I lektion 6-7 bliver skemaerne udvidet. Eleverne bliver introduceret til, hvordan man kan overføre viden fra en kontekst til en anden kontekst (transfer). Derudover bliver der varieret på den skriftlige fortælling om de enkelte problemer og fokuseret på et af de fire problemtyper. Eleverne arbejder med flere problemløsninger i grupper eller med en makker.
- Lektion 7 er anderledes for de elever, som er i gruppen, der modtager SBI med eksplicit instruktion i at anvende strategier til at tackle dagligdags matematiske problemer. Lektionen består for de elever i, at eleverne eksplicit bliver undervist i strategier for at forstå kompleksiteten i hverdagsproblematikkerne. Eksempelvis bliver et videoklip vist, hvor der indgår matematik på 2. klasses niveau, således at eleverne kunne fokusere på at anvende en systematisk problemløsningsstrategi.

I studiet måles elevernes evne til at overføre lærte problemløsningsstrategier til andre kontekster. Denne overføringsevne måles gennem transfer, hvor der skelnes mellem øjeblikkelig, nær og fjern transfer. I den øjeblikkelige transfer anvendes en fortælling til at forklare samme problematik som i problemløsningsstrategien. I nær transfer varierer problemet i fortællingen fra den fortælling, som eleverne er blevet præsenteret for i problemløsningsstrategien. I fjern transfer er der flere variationer i problemstillingen og præsentationen af denne, end den eleverne har mødt i problemløsningen, således at det minder mere om hverdagsproblematikker. Præstationer bliver scoret i forhold til **Kansas rubrik** med følgende fire komponenter: konceptuelle fundament (*conceptual underpinnings*), beregningsmæssige applikationer (*computational applications*), problemløsning strategier (*problem-solving strategies*) og kommunikationsværdier (*communicative values*). De tre transfer-måleredskaber er **valideret med TerraNova skalaen**.

Der gennemføres førstest tre uger før indsatsen og eftertest tre uger efter indsatsen. Effekten af indsatserne undersøges ved hjælp af variansanalyser.

Studiet viser, at SBI både med og uden RL har en **positiv effekt** på elevers evne til at anvende matematiske problemløsningsstrategier for både øjeblikkelig og nær transfer. Målingen af elevernes evne til at anvende fjern transfer, det vil sige, hvor eleverne kan håndtere, at der varieres på mange punkter i problemstillingerne, men hvor de fortsat kan anvende den opnåede viden om matematisk problemløsning sker med afsæt i fire spørgsmål. Eftermålingen viser, at der blot er en positiv effekt for begge indsatsgrupper sammenlignet med kontrolgruppen på to af spørgsmålene, dem som omhandler elevernes evne til at tackle høj grad af kompleksitet. Derudover gælder det, at eleverne, som modtog SBI med eksplicit instruktion i at anvende strategier til at tackle dagligdags matematiske problemer, opnår en større effekt. end de elever som blot fik SBI-indsatsen vedrørende de spørgsmål inden for fjern transfer, som er mindre strukturerede.

Indsatserne er implementeret i overensstemmelse med indsatsbeskrivelsen.

11. Gamo Sylvie; Emmanuel Sander & Jean-Francois Richard: *Transfer of strategy use by semantic recoding in arithmetic problem solving*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: Frankrig

Årstal for udgivelse: 2010

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger betydningen af sproglige faktorer for valget af en problemløsningsstrategi, og herunder hvilken betydning det har at træne dette, på elevernes evne til at overføre løsning fra en matematisk/hverdagskontekst til en anden matematisk/hverdagskontekst (*transfer*). Studiet undersøger effekten af et 2-dags træningsforløb for elever i 4. og 5. klasse, og om det øger elevernes evne til at overføre lærte strategier til en anden matematisk problemstilling.

Studiet er baseret på to **kvasi-eksperimentelt design**, da der gennemføres to eksperimenter. I alt deltog 11 klasser, som kom fra seks forskellige skoler.

I *første eksperiment* deltager der 261 elever i alderen 8 til 9 år. Heraf blev 193 elever fordelt på to indsatsgrupper (alt efter om læreren eller forskeren gennemfører eksperimentet), og 68 elever blev tilknyttet kontrolgruppen. Lærerne blev undervist i problemløsning af én af de deltagende forskere forud for deres egen undervisning af eleverne. Da der ikke er nogen forskel på resultaterne for de to indsatsgrupper af elever (alt efter om de blev undervist af læreren eller forskeren), bliver de to indsatsgrupper lagt sammen til den videre analyse. I begge indsatsgrupper fremgår det, at eleverne er repræsentative i forhold til forskellige socioøkonomiske baggrunde.

Undervisningsmaterialet i eksperiment 1 blev skabt ved at variere på følgende to faktorer:

1. *Typen af problem som blev adresseret*. Der indgik både antal-matematiske problemer (*number-of-elements problems*), prisproblemer (*price problems*) og aldersproblemer (*age problems*).
2. *Typen af spørgsmål*. Spørgsmålet kræver enten beregninger med hele tal eller delmængder.

Eleverne starter med at tage en test i talelementproblemer (*number-of-elements problems*). Derefter fortsætter første eksperiment af to dages undervisningslektioner, som hver har en varighed på 60 minutter. I den første lektion bliver eleverne præsenteret for resultaterne af førtesten (vedrørende talelementproblemer), hvor resultatet bliver vist og udregnet med to forskellige problemløsningsstrategier. Eleverne bliver bedt om at sammenligne og diskutere disse. Eleverne bliver derefter bedt om at løse en lignende problemstilling. Dette bliver gentaget endnu en gang. I anden lektion bliver eleverne bedt om at løse et problem, hvor de skal finde en delmængde. Et eksempel på en sådan opgave er følgende: "*I familien Richardsen er der 5 personer. Når familien Richardsen tager på ferie med familien Robertsen er de 9 personer på hotellet. I Dumas familie er der 3 personer mindre end i familien Ricardsen. Familien Robertsen tager på ferie med Dumas familie. Hvor mange personer er der på hotellet?*"

Læreren minder eleverne om, at de to strategier, som de er blevet præsenteret for dagen i forvejen, kan anvendes, og de bliver opfordret til at illustrere problemet. Læreren illustrerer derefter problemstillingen. Eleverne i kontrolgruppen modtager almindelig undervisning i samme periode.

Det *andet eksperiment* blev gennemført i fem klasser fra tre forskellige skoler. I alt deltog 174 elever fra 4. og 5. klasse i alderen mellem 8 og 11 år. I det andet eksperiment følger alle eleverne ikke en specifik undervisning (indsats), men bliver blot instrueret i at løse problemerne med en enkel funktion. Der er ikke præciseret yderligere, hvad indsatsen er for den ene indsatsgruppe i eksperiment 2. Det vil samtidigt sige, at der ingen kontrolgruppe er i det andet eksperiment.

I studiet måles elevernes evne til at anvende transfer-strategier (overføringsstrategier) i første eksperiment ved en **forskergenereret før- og eftertest** i forbindelse med træningsforløbet. Før- og eftertesten består af samme test, hvor eleverne får 45 minutter til at løse opgaverne. På baggrund af før- og eftertesten bliver elevernes **løsningsstrategier kodet** efter følgende løsningsstrategier: komplementær (*complementaion*), matchet (*matching*), blandet (*mixed*), irrelevant (*irrelevant*), hovedudregning (*mental calculations*) eller sprang problemet over (*skipped problems*). Styrken af den anvendte strategi bliver kodet. Hvis der er anvendt en matchning-strategi, bliver det kodet til -1, hvis der bliver anvendt en komplementær strategi, bliver det kodet til 1, og de resterende strategier bliver kodet 0.

Anvender eleverne matchning-strategien, bruger de kun én beregning til at løse opgaven, hvor de ved den komplementære strategi bruger flere beregninger. Fx kan den tidligere eksemplificerede opgave løses på to måder. Enten ved at anvende den komplementære strategi ($9-5=4$; $5-3=2$; $4+2=6$) eller ved at anvende matchning-strategien ($9-3=6$).

Effekten af undervisningen afdækkes ved hjælp af variansanalyser.

Studiet viser, at eleverne, som indgår i første eksperiment, i højere grad begynder at anvende matchning-strategien, når de løser problemer, og at der dermed er en **positiv effekt** af indsatsen. Studiet viser også, en **positiv effekt** på elevernes evne til at overføre problemløsningsmetoden fra én problemtype til de to andre problemtyper. For at kontrollere for bias i resultaterne inddrages resultaterne fra eksperiment 2, hvor eleverne ikke får nogen indsats målrettet problemløsning, men blot skal gennemføre de samme test. Resultaterne viser, at de elever, som ikke er blevet undervist i løsningsstrategier, i mindre grad anvender matchning-strategier.

12. Griffin, Cynthia C. & Asha K. Jitendra: *Word Problem-Solving Instruction in Inclusive Third-Grade Mathematics Classrooms*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2009

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af to forskellige undervisningstilgange; en systematisk (skematisk) problembehandlingstilgang, *Schema-based instruction (SBI)* og en generel strategisk tilgang til problembehandling, *General strategy instruction (GSI)*, på 3. klasses elevers færdigheder i tekstbaseret matematisk problemløsning (*word problem-solving*) og regnefærdigheder (*computational skills*). Derudover undersøger studiet, om de eventuelle effekter af systematisk læring fastholdes på længere sigt.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment** med to indsatsgrupper, der består af elever med forskelligt fagligt niveau (*mixed abilities*). Der er ingen kontrolgruppe, og det er derfor indsatsernes relative effekter, der undersøges. I alt deltager 60 elever i 3. klasse i forsøget. Gennemsnitsalderen på eleverne er ca. 9 år. Eleverne bliver matchet med en anden elev, som er på tilsvarende faglige niveau ud fra deres resultater i *Stanford Achievement Test 9 (SAT-9)* i forhold til de to dele af testen, der måler elevens matematiske problemløsningsfærdigheder og regnefærdigheder. Medlemmer af hvert elev-par bliver tilfældigt tildelt enten SBI-indsatsen eller GSI-indsatsen (30 i hver gruppe). Indsatsen forløber over 18 uger, hvor elevernes normale matematikundervisning én gang om ugen bliver erstattet af enten SBI- eller GSI-indsatsen. I alt er der 20 undervisningsgange, som hver varer 100 minutter. Undervisningen bliver fulgt af to forskningsassistenter, der følger og dokumenterer undervisningen i forhold til at sikre ensartethed i implementeringen af indsatsen.

SBI-indsatsen fokuserer på den underliggende struktur i de problemer eller opgaver, som eleverne skal løse, og lærer eleverne at have en systematisk (og skemabaseret) tilgang til problembehandlingen.

SBI-indsatsen består af både et-trins-problemer og to-trins-problemer. For et-trins-problemer er der tre undervisningsmoduler, der består af 10-11 lektioner. Indholdet i hvert undervisningsmodul består af to faser;

1. *Problemskemafasen*, hvor eleverne lærer at genkende problemtyperne
2. *Problemløsningsfasen*, hvor eleverne skal løse problemer med ubekendte elementer.

I problemskemafasen lærer eleverne at genkende problemtyperne (*change, group* og *compare*), hvor de i alle opgaverne kender de forskellige informationer, de skal bruge for at besvare problemformuleringen. Dermed lærer de, hvordan de enkelte problemer er opbygget, men også hvilke elementer der indgår i problemløsningen. De lærer derfor strukturen for problemerne (*shema*). Anden fase (problemløsningsfasen) består i, at der mangler nogle informationer i de opstillede problemer, de skal løse. Det betyder, at de skal anvende den viden om problemernes struktur (*shema*), som de lærer i første fase. I problemløsningsfasen arbejder eleverne med metakognitive strategier ud fra en FOPS-tjekliste, som er forskergenereret (*Find problem type, Organize information in the problem using a diagram, Plan to solve the problem, and Solve the problem*) til at hjælpe eleverne med at lægge mærke til de nødvendige elementer af problemet.

For to-trins-problemer er der et undervisningsmodul, der består af fire lektioner. Her er fokus at kæde to strukturer (*shema*) sammen forud for at løse en given problemstilling.

GSI-indsatsen inddrager flere forskellige løsningsstrategier og indeholder også undervisning i et-trins- og to-trins-problemer. Hvert undervisningsmodul om henholdsvis addition og subtraktion indeholder 16 lektioner (32 lektioner i alt). Hvert undervisningsmodul består af fire lektioner vedrørende to-trins-problemer, tre lektioner i en-trins-problemer og to lektioner med blandet praksis og instruktioner i to-trins-problemer. Resten af undervisningslektionerne er ikke præciseret. Eleverne lærte også en systematisk tilgang til at løse matematiske problemer ud fra følgende fire komponenter:

1. Læs og forstå problemet
2. Planlæg en løsningsstrategi
3. Løs problemet
4. Se og tjek resultatet.

I studiet måles effekterne af indsatsen på elevernes problemløsningsfærdigheder og regnefærdigheder ved hjælp af **tre forskergenererede måleredskaber**. Eleverne bliver testet ved hjælp af en **før-, under- og eftertest**, og der bliver desuden lavet en **opfølgende test** tolv uger efter. De tre forskergenererede måleredskaber er følgende;

- Et måleredskab til at måle elevernes evne til at løse matematiske tekstproblemer (*word problem solving*). Testen består af 16 opgaver, henholdsvis tolv et-trins-opgaver og fire to-trins-opgaver. Eleverne får 50 minutter til at gennemføre testen. Eleverne gennemfører testen umiddelbart før og efter indsatsen og igen tolv uger efter indsatsen.
- Et måleredskab til løbende at kunne måle fremskridt i elevernes matematiske problemløsningsfærdigheder undervejs i indsatsperioden. Måleredskabet består af en test med otte opgaver, seks et-trins-opgaver og to to-trins-opgaver. Eleverne har 10 minutter til at løse dem. Testene bliver gennemført hver tredje uge i indsatsperioden og i alt seks gange. Testene blev ikke gennemført før og efter indsatsen, men havde alene til formål at undersøge elevernes fremskridt undervejs.
- Et måleredskab til at måle elevernes regnefærdigheder. Måleredskabet består af en test med 25 opgaver. Eleverne får tre minutter til at løse opgaverne. Testen bliver gennemført umiddelbart før og efter indsatsen og igen tolv uger efter indsatsen.

Effekterne afdækkes ved hjælp af variansanalyser.

Studiet viser, at både SBI og GSI har en **positiv effekt** på elevers problemløsnings- og regnefærdigheder. Det gælder både ved eftertesten og ved den opfølgende test tolv uger efter. De løbende test, eleverne gennemfører undervejs i indsatsperioden, viser desuden, at SBI-eleverne klarer sig væsentligt bedre end GSI-eleverne i starten af indsatsperioden, men forskellen blev udlignet over tid. Til sidst i indsatsperioden klarer de to indsatsgrupper sig stort set lige godt, hvilket også bekræftes i eftermålingen.

Begge indsats er implementeret i overensstemmelse med indsatsbeskrivelsen, da der er foretaget fidelitetsmålinger.

13. Harskamp, E. & C. Suhre: *Schoenfeld's Problem Solving Theory in a Student Controlled Learning Environment*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: Holland

Årstal for udgivelse: 2007

Årstal for dataindsamling: 2000/2001

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af at anvende et elevstyret computerprogram, der er baseret på Schoenfelds teori om problemløsning, på gymnasieelevers problemløsningsfærdigheder. Endvidere undersøger studiet, om der er forskel på effekten af computerprogrammet på forskellige trin ved gymnasieelevernes problemløsning.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment**, hvor der gennemføres både **før- og eftertest** på både indsats- og kontrolgruppen. I studiet indgår der 198¹² gymnasieelever, hvor 91 gymnasieelever fra fire gymnasieklasser udgør indsatsgruppen. Kontrolgruppen består af fem gymnasieklasser med i alt 107 elever. De to grupper har nogenlunde samme kønsfordeling og faglige niveau og er alle i alderen 15-17 år. Lærerne, der deltager i indsatsen har alle betydelig undervisningserfaring (5 år eller mere), men har ikke erfaring med brugen af computerprogrammet. Lærerne modtager derfor forinden et 3-timers kursus i anvendelsen af programmet. Indsatsens omfang består i, at gymnasieeleverne i indsatsgruppen selv skal anvende computerprogrammet i 14 lektioner a 50 minutter fordelt på tre perioder af to uger. I samme perioder skal gymnasieeleverne i kontrolgruppen anvende deres tekstbog og udføre deres problemløsning i en lærerstyret undervisning (normal praksis i matematikundervisningen på gymnasiet).

Indsatsen består i, at gymnasieeleverne skal lave problemløsning via et elevstyret computerprogram. Problemløsningsstrategien er opbygget om følgende fire trin:

1. Læs og analyser problemet (*read and analyse*)
2. Identificer, hvilken matematisk viden der skal anvendes (*identify*)
3. Udvikl og implementer en løsningsplan (*plan and implement*)
4. Tjek resultatet (*verify*).

Undervejs kan gymnasieeleverne i programmet benytte sig af instruktionshints for hvert trin i problemløsningen, hvor der er mulighed for at vælge forskellige løsningsmetoder. På den måde kan gymnasieeleverne selv vælge graden af instruktionsniveau til at støtte dem bedst. Et eksempel er, at gymnasieeleverne bliver bedt om at finde ud af, hvor hurtigt et fly flyver. Gymnasieeleverne har oplysninger om, hvor hurtigt flyet flyver i normalt vejr, og hvor stor vindhastigheden er. Et eksempel på et hint i forhold til at løse denne opgave er; "*du skal trække hastigheder fra hinanden*", og et eksempel på yderligere information, hvis første hint ikke er nok, er; "*du skal trække vindhastigheden fra den maksimale hastighed i normalt vejr*".

I studiet måles gymnasieelevernes problemløsningsevne ud fra en forskergenereret **før- og eftertest** baseret på tre trin i problemløsning; *analysen* (af problemet), *løsningsmodellen* og *verifikation* (af deres svar). For henholdsvis analyse- og verifikationsdelen kan gymnasieeleverne maksimalt få 2 point, hvor de for løsningsmodellen maksimalt kan få 3 point. Hvert trin testes for fem problemstillingsopgaver. For at sikre at lærerne anvender computerprogrammet efter hensigten, kontaktes lærerne på telefon regelmæssigt gennem hele indsatsperioden. Effekten af computerprogrammet på gymnasieelevernes problemløsningsfærdigheder afdækkes ved hjælp af en hierarkisk

¹² Der falder 7 elever fra undervejs; 3 fra indsatsgruppen og 4 fra kontrolgruppen.

model (lineær model), hvor gymnasieeleverne fra indsatsgruppen sammenlignes med gymnasieeleverne i kontrolgruppen under hensynstagen til førtesten. I samtlige analyser kontrolleres der for gymnasieelevernes køn.

Studiet viser, at det elevstyrede computerprogram har en **positiv effekt** på gymnasieelevernes problemløsningsfærdigheder. Eftertesten er bedre end førtesten for gymnasieelever i indsatsgruppen, mens eftertesten er på samme niveau som førtesten for gymnasieeleverne i kontrolgruppen. Studiet viser endvidere, at der er størst effekt af computerprogrammet på analysedelen og i forhold til valg af løsningsmodel. Det vil altså sige, at gymnasieelever, der har anvendt computerprogrammet, i højere grad har lært at analysere problemer og finde den korrekte løsningsmodel i forhold til gymnasieelever, der har fulgt et normalt undervisningsforløb.

Derudover viser studiet, at der ikke er forskel på effekten af programmet for gymnasieelever med forskelligt fagligt udgangspunkt. Det vil sige, at computerprogrammet understøtter gymnasieelevernes læring lige meget, uanset om gymnasieeleven i udgangspunktet er en svag eller stærk problemløser.

14. Jitendra, Asha K.; Cynthia C. Griffin, Priti Haria, Jayne Leh, Aimee Adams & Anju Kaduvetoor: A Comparison of Single and Multiple Strategy Instruction on Third-Grade Students' Mathematical Problem Solving

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2007

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af at anvende skemabaserede instruktioner (*schema-based instructions* (SBI)) fremfor at anvende forskellige strategier (*general strategy instructions*, GSI) i forhold til elevers matematiske problemløsning og præstationer.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment** med 88 elever i 3. klasse i alderen 9-10 år. Eleverne bliver matchet to og to på baggrund af deres præstation i *Standard Achievement Test* (SAT) vedrørende matematisk problemløsning, således at de danner par, og at hvert elevpar er på samme faglige niveau. Medlemmer af hvert elevpar får tilfældigt tildelt enten SBI-indsatsen (45 elever) eller GSI-indsatsen (43 elever). Begge grupper modtager deres matematikundervisning, som vanligt, i form af fem lektioner af 25 minutters varighed om ugen. Her fokuseres på et-trins- og to-trins-problemer, som fokuserer på problemtyperne: ændring af tal (*changes*), gruppering af tal (*group*) og sammenligning af tal (*compare*). Forud for indsatsen deltager lærerne i en 2-timers workshop, hvor de præsenteres for indsatsens indhold og undervisningsmetode.

SBI-indsatsen består af både et-trins-problemer og to-trins-problemer. For et-trins-problemer er der tre undervisningsmoduler, der består af 10-11 lektioner. Indholdet i hvert undervisningsmodul består af to faser;

5. *Problemskemafasen*, hvor eleverne lærer at genkende problemtyperne
6. *Problemløsningsfasen*, hvor eleverne skal løse problemer med ubekendte elementer.

I problemskemafasen lærer eleverne at genkende problemtyperne (*change, group og compare*), hvor de i alle opgaverne kender de forskellige informationer, de skal bruge for at besvare problemformuleringen. Dermed lærer eleverne, hvordan de enkelte problemer er opbygget, men også hvilke elementer der indgår i problemløsningen. Eleverne lærer strukturen for problemerne (*shema*). Anden fase (problemløsningsfasen) består i, at der mangler nogle informationer i de opstillede problemer, som eleverne skal finde. Det betyder, at eleverne skal anvende den vide om problemernes struktur (*shema*), som de lærer i første fase.

For to-trins-problemer er der et undervisningsmodul bestående af fire lektioner. Her er fokus på at kæde to strukturer (*shema*) sammen forud for at løse en given problemstilling. Eleverne arbejder med metakognitive strategier ud fra en FOPS-tjekliste, som er forskergenereret (*Find problem type, Organize information in the problem using a diagram, Plan to solve the problem, and Solve the problem*) for at hjælpe dem med at lægge mærke til de nødvendige elementer af problemet.

GSI-indsatsen indeholder også undervisning i et-trins- og to-trins-problemer. Hvert undervisningsmodul om henholdsvis addition og subtraktion indeholder 16 lektioner (32 lektioner i alt). Hvert undervisningsmodul består af fire lektioner vedrørende to-trins-problemer, tre lektioner i en-trins-problemer og to lektioner med blandet praksis og instruktioner i to-trins-problemer. Resten af undervisningslektionerne er ikke præcise-

ret. Eleverne lærer også en systematisk tilgang til at løse matematiske problemer ud fra følgende fire komponenter:

1. Læs og forstå problemet
2. Planlæg en løsningsstrategi
3. Løs problemet
4. Se og tjek resultatet.

I studiet måles effekterne af indsatsen ved blandt andet at se på elevernes resultater på delspørgsmål fra **Standard Achievement test (SAT)** vedrørende matematisk problemløsning. For at måle elevernes udvikling i tekstbaserede problemløsninger (*word problem solving*) anvendes en **forskergenereret test** bestående af 16 problemløsninger, som eleverne gennemfører som **før- og eftertest**. Elevernes progression i matematisk beregning undersøges med **Basic Math Computation fluency measure**. Derudover afsluttede eleverne skoleåret med at gennemføre **Mathematics subtest of the Pennsylvania System of School Assessment (PSSA)**, som muliggør generalisering til delstaten i USA. Effekterne af indsatsen afdækkes ved hjælp af variansanalyse.

Studiet viser, at der er en **positiv effekt** på eleverne i SBI-indsatsen sammenlignet med eleverne i GSI-indsatsen vedrørende elevernes kompetencer til matematisk problemløsning (SAT-testen). Derudover er der en positiv effekt på eleverne i SBI-indsatsen i PSSA-testen. Ligeledes er der positiv effekt for eleverne i testen vedrørende tekstbaseret problemløsning. Der var ingen effekter på *Basic Math Computation Fluency Measure*.

Indsatserne er implementeret i overensstemmelse med indsatsbeskrivelsen.

15. Jitendra, Asha K.; Jon R. Star, Kristin Starosta, Jayne M. Leh, Sheetal Sood, Grace Caskie, Cheyenne L. Hughes & Toshi R. Mack: *Improving Seventh Grade Students' Learning of Ratio and Proportion: The Role of Schema-Based Instruction*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

År for udgivelse: 2009

År for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af skemabaserede instruktioner (SBI) i matematisk problemløsning for elever med forskellige faglige niveauer i almindelige skoler. Derudover er formålet at undersøge, om eleverne på længere sigt bibeholder deres opnåede kompetencer (*retention*). Fokus for studiet er problemløsningsopgaver vedrørende ratio og fordeling.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg** med 148 elever i 7. klasse i alderen ca. 12-13 år. På skolerne inddeles eleverne i følgende fire grupper opdelt efter deres færdighedsniveau; avanceret, højt, mellem og lavt niveau med afsæt i deres præstationer i *Standard Achievement Test (SAT)* vedrørende matematisk problemløsning. Disse inddelinger skaber basis for klassesammensætningen i matematikundervisningen på skolen det efterfølgende skoleår, således at hver klasse består af elever med samme faglige niveau. I studiet er det kun elever med højt, mellem eller lavt niveau, som indgår i indsatsen. Klasserne bliver matchet på samme faglige niveau og derefter tilfældigt tildelt SBI-indsatsen (70 elever) eller i kontrolgruppen (78 elever). Indsatsen varer 10 skoledage, hvor eleverne hver dag modtager en lektions matematikundervisning, der varer 40 minutter. Forud for indsatsen deltager lærerne i en hel dags undervisning i indsatsens indhold og metode.

SBI-indsatsens undervisningsforløb består af følgende 10 lektioner;

- Lektion 1 og 2 fokuserer på meningen med forholdstal, ækvivalens og sammenligningsforhold (*ratios, equivalent ion and comparison of ratios*).
- Lektion 3 og 4 fokuserer på at løse forskellige tekstopgaver, hvor forholdstal indgår (*ratios and word problem solving*).
- Lektion 5 fokuserer på at udvide forståelsen af forholdstal til eksempelvis matematiske problemer med forskellige måleenheder.
- Lektion 6 og 7 fokuserer på tekstbaseret problemløsning i forskellige kontekster.
- Lektion 8 og 9 fokuserer på at illustrere og skalere forskellige problematikker.
- Lektion 10 fokuserer på brøker og procentregning, og hvordan det er relateret til hinanden.

For hver lektion er der lektier til eleverne. I løbet af indsatsen får eleverne til opgave at lede efter problemernes type. Eleverne arbejder med metakognitive strategier ud fra en FOPS-tjekliste (*Find problem type, Organize information in the problem using a diagram, Plan to solve the problem, and Solve the problem*), der er forskergenereret, og som skal hjælpe eleverne med at lægge mærke til de nødvendige elementer af problemet.

Kontrolgruppen modtager den almindelige undervisning, herunder med hverdagsproblematikker som eksempler, når de skal anvende forholdstal. Undervisningen i både indsats- og kontrolgruppen er opbygget således, at eleverne arbejder selvstændigt med

opgaverne, hvorefter læreren gennemgår opgaven for hele klassen. Derudover gennemgår læreren de forskellige dele af koncepterne, hvorefter eleverne får lektier for.

I studiet måles elevernes udvikling i problemløsninger med en **forskergenereret test**, der består af 18 problemløsninger, som er udledt af *TIMSS* og *NAEP tests*, og som eleverne skal gennemføre ved en **før- og eftertest**. Elevernes progression i matematik måles med **Mathematics subtest of the Pennsylvania System of School Assessment (PSSA)**, som er valideret med *CTBS/TerraNova*, som muliggør generalisering til delstaten i USA. I studiet måles effekterne af indsatsen ved også at se på elevernes resultater i **Standard Achievement test (SAT)**. Elevernes metakognitive strategiske færdigheder måles ved en **forskergenereret test målrettet problemløsning** med udgangspunkt i FOPS-tjeklisten. Effekterne af indsatsen afdækkes ved hjælp af variansanalyse.

Studiet viser, at det er en **positiv effekt** for eleverne i SBI-indsatsen på deres præstationer i testen for tekstbaseret problemløsning sammenlignet med eleverne i kontrolgruppen. Studiet viser derudover, at der fire måneder efter indsatsen, for de elever som deltog i indsatsgruppen, fortsat var en positiv effekt, når der sammenlignes med kontrolgruppen. Studiet fandt ingen effekt af indsatsen på elevernes progression i matematik (PSSA-testen) og ingen effekt af indsatsen på elevernes metakognitive strategier (FOPS-testen). Ligeledes var der ingen effekter af indsatsen på elevernes metakognitive strategier (FOPS-testen), når man analyserer på tværs af elevernes faglige niveau. Det gælder dog, at eleverne på alle tre færdighedsniveauer i højere grad tilkendegav, at de bedst kunne løse det sidste element i FOPS-tjeklisten; problemet.

Forskerne angiver, at indsatsen er implementeret i moderat overensstemmelse med indsatsbeskrivelsen.

Nedenstående studie er også en del af indeværende kortlægning. Studiet fremhæver dog, at data er indsamlet i forbindelse med ovenstående studie, hvorfor der ikke selvstændigt afrapporteres på nedenstående studie.

Jitendra, Asha K.; Jon R. Star, Kristin Starosta, Jayne M. Leh, Sheetal Sood, Grace Caskie, Cheyenne L. Hughes & Mack Toshi R.: *Improving Seventh Grade Students' Learning of Ratio and Proportion: The Role of Schema-Based Instruction*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2009

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

16. Jitendra, Asha K.; Jon R. Star, Michael Rodriguez, Mary Lindell & Fumio Someki: *Improving Students' Proportional Thinking Using Schema-Based Instruction*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2011

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af skemabaserede instruktioner (SBI) i matematisk problemløsning, som er designet til at få 7. klasses elever til at forstå og løse forholdstals- og fordelingsproblemer. Studiet er en videreudvikling af Jitendra et al. (2009) ved blandt andet at forlænge indsatsperioden.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg** med 463 elever i 7. klasse i alderen ca. 12-13 år. Indsatsen foregår på tre forskellige skoler fra to forskellige skoledistrikter, som har forskelligt undervisningsmateriale i matematik. Eleverne blev på klasseniveau tilfældigt tildelt at indgå i SBI-indsatsen (283 elever) eller kontrolgruppen (153 elever). Indsatsen varer 29 skoledage, hvor de hver dag modtager en lektions matematikundervisning af en varighed på 50 minutter. Forud for indsatsen deltager lærerne i to endags sessioner, hvor de bliver undervist i indsatsens indhold og undervisningsmetode.

SBI-indsatsens undervisningsforløb består af følgende 21 lektioner:

- I lektion 1-2, 5 og 11 fokuserer undervisningen på meningen med forholdstal, rater og procent (*ratio, rates and percentage*)
- I lektion 3-4, 6-9, og 12-18 præsenteres eleverne for forholdstals-, proportions- og procentproblemer i forskellige kontekster, hvor målet er, at eleverne skal løse problemerne ved at anvende SBI.
- I lektion 19 skal eleverne klassificere problemerne inden for forskellige problemtyper (forholdstal, proportion og procent) ved at bruge en form for Jeopardy-spil, hvor de skal anvende skematiske diagrammer til at præsentere problemet.
- I lektion 10 og 20 præsenterer læreren et hverdagsproblem, som eleverne skal løse for at evaluere indholdet af undervisningen.
- I lektion 21 evalueres indsatsen af eleverne.

SBI-indsatsen indeholder DISC, som er en forskergenereret firetrinns-problemløsningsprocedure, hvor eleverne først skal finde problemet (*Discover the problem type*), dernæst skal de identificere informationerne i problemet (*Identify information in the problem to represent in a diagram*), for det tredje skal de løse problemet (*Solve the problem*), og til sidst skal de tjekke resultatet (*Check the solution*).

Kontrolgruppen modtager deres undervisning, som vanligt,, hvor undervisningsbøgerne er forskellige i de to skoledistrikter. I det ene skoledistrikt modtager eleverne undervisning med afsæt i hverdagsproblematikker, hvor hvert matematisk problem altid bliver gennemgået med hverdagseksempler. I det andet skoledistrikt bliver et problem præsenteret med afsæt i det materiale, der tidligere er blevet undervist i.

I studiet måles elevernes udvikling i problemløsningsfærdigheder ved **en forskergenereret test**, der består af 20 problemløsningsopgaver, som eleverne skal gennemføre ved en **før- og eftertest**. Testen er udledt af *TIMSS* og *NAEP tests*. Elevernes evne til *transfer* består i, at eleverne kan overføre deres opnåede viden fra et område til et an-

det, og det måles ligeledes gennem **en forskergenereret test**, som er udled af *TIMSS* og *NAEP tests*. Effekterne af indsatsen afdækkes ved hjælp af regressionsanalyser (hierarkiske modeller).

Studiet indikerer, at der er en **positiv betydning** af SBI-indsatsen på elevernes præstationer i problemløsningstesten sammenlignet med eleverne i kontrolgruppen. Studiet viser derudover, at der en måned efter indsatsen ikke længere er en forskel mellem indsats- og kontrolgruppen. Derudover er der **ingen effekt** på elevernes evne til at overføre deres viden fra et område til et andet for hverken indsats- eller kontrolgruppe.

Forskerne fremhæver, at indsatsen i mindre grad end ønsket er blevet implementeret korrekt. Det er blandt andet begrundet i, at der i én indsatsgruppe- og én kontrolgruppeklasse blev gjort brug af vikar i to uger. Derudover gælder det, at nogle af lærerne i det ene skoledistrikt afveg en smule fra den undervisningsplan, som var lagt for kontrolgruppen. Forskerne fremhæver dog, at på trods af implementeringsudfordringer indikerer studiet alligevel, at der er en positiv effekt.

17. Jitendra, Asha K; Jon R. Star, Danielle N. Dupuis & Michael C. Rodriguez: *Effectiveness of Schema-Based Instruction for Improving Seventh-Grade Students' Proportional Reasoning: A Randomized Experiment*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

År for udgivelse: 2013

År for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af skemabaserede instruktioner (SBI) på 7. klasses elevers præstationer i matematisk problemløsning, elevernes fastholdelse af deres evner til at løse matematiske problemer (*retention*) over en 6-ugers periode og deres evne til at overføre viden fra et område til et andet (*transfer*). Studiet er en videreudvikling af Jitendra et al. (2011) ved blandt andet at have flere elever med i studiet og i mindre grad at have forskerinvolvering i indsatsen.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg** med 1.163 elever i 7. klasse i alderen ca. 12-13 år. Indsatsen foregår på seks forskellige skoler fra tre forskellige skoledistrikter, som har forskelligt undervisningsmateriale i matematik. Eleverne blev på klasseniveau tilfældigt tildelt SBI-indsatsen (594 elever) eller i kontrolgruppen (569 elever). Indsatsen varede seks uger, hvor de modtog en lektions matematikundervisning hver dag med en varighed af 45-50 minutter. Det er lærerne, som står for undervisningen både i indsats- og kontrolgruppen. Nogle lærere underviser både en indsatsgruppe- og en kontrolgruppeklasse. Forud for indsatsen deltager lærerne, som skal undervise i indsatsgruppen, i et kursus på 12 timer, hvor træningen består i at sikre lærernes engagement i undervisningen af eleverne i forholdstal, proportion og procent (*ratios, proportions and percent*), herunder at gennemgå og diskutere undervisningsforløbet.

Indsatsens undervisningsforløb er centreret om forholdstals-, proportions- og procentproblemer i forskellige kontekster. Undervisningen består af fire forskellige elementer:

1. Først forklarer lærerne problemernes matematiske struktur ved at fokusere på forskellige problemtyper.
2. Dernæst visualiserer lærerne de informationer, som eleverne skal bruge for at løse problemerne i et skematisk diagram.
3. Tredje element består i, at lærerne underviser eleverne i DISC, som er en forskergenereret firtrins-problemløsningsprocedure, hvor eleverne først skal finde problemet (***Discover the problem type***), dernæst skal de identificere informationerne i problemet (***Identify information in the problem to represent in a diagram***), for det tredje skal de løse problemet (***Solve the problem***), og til sidst skal eleverne tjekke resultatet (***Check the solution***).
4. Fjerde element består i, at lærerne arbejder med at udvikle elevernes fleksibilitet i problemløsning, således at de kan anvende multiple problemløsningsstrategier.

Kontrolgruppen modtager almindelige undervisning, hvor undervisningsbøgerne er forskellige i de tre skoledistrikter. En væsentlig forskel fra indsatsgruppen er, at kontrolgruppens elever ikke modtager undervisning i den underliggende matematiske struktur ved problemerne. De undervises altså ikke i en eksplicit strategi for problemløsning.

I studiet måles elevernes udvikling i problemløsningsfærdigheder ved **en forskergenereret før- og eftertest** samt en **opfølgningstest**, der gennemføres seks uger efter indsatsen afsluttes. Testen er udledt af *TIMSS* og *NAEP tests*. Elevernes evne til at overføre deres opnåede viden fra et område til et andet måles ligeledes gennem en

forskergenereret test, som er udledt af *TIMSS* og *NAEP tests*. Effekterne af indsatsen afdækkes ved hjælp af regressionsanalyser (hierarkiske modeller).

Studiet viser, at der er en **positiv effekt** for eleverne i SBI indsatsen på deres præstationer i problemløsningstesten, både umiddelbart efter indsatsen er afsluttet og ved en opfølgingsmåling seks uger efter indsatsens afslutning sammenlignet med eleverne i kontrolgruppen. Derudover er der **ingen effekt** på elevernes evne til at overføre deres opnåede viden fra et område til et andet.

Forskerne fremhæver selv, at det kan have betydning, at lærerne både underviser i indsats- og kontrolgrupperne, men de mener ikke, at det har betydelig indflydelse, da de ved fidelitetsanalyse af undervisningen i både indsats- og kontrolgrupperne ikke finder store variationer i implementeringen i forhold til det planlagte.

Forskerne angiver, at indsatsen er implementeret i overensstemmelse med indsatsbeskrivelsen.

18. Jitendra Asha K; Michael Rodriguez, Rebecca Kanive, Ju-Ping Huang, Chris Church, Kelly A. Corroy & Anne Zaslowsky: *Impact of Small-Group Tutoring Interventions on the Mathematical Problem Solving and Achievement of Third-Grade Students With Mathematics Difficulties*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2013

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af vejledning i små grupper (*small-group tutoring*) på elever med særlige behovs evne til matematisk læring. Effekten undersøges på elever, som modtager skemabaserede instruktioner (*Schema-based instructions (SBI)*) eller *school-providedstandards-based curriculum (SBC)*. I studiet er der fokus på to-trinsproblemer, som ofte er mere vanskelige for elever med særlige behov.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment**, hvor der deltager 136 elever i 3. klasse med særlige behov fra 12 forskellige skoler. Eleverne udvælges på baggrund af, at de er placeret blandt de 40 pct. lavest præsterende elever i testen om læringsprogression i matematik (*Measure of Academic Progress (MAP)*). Eleverne er fordelt i de to indsatsgrupper, således at der er 72 elever i SBI-gruppen og 64 elever i SBC-gruppen.

Begge indsætter udføres af vejledere, der er rekrutteret gennem lokalsamfundet. Vejlederne modtager fælles træning forud for indsatsen i adfærdsstyringsteknikker til at hjælpe elever med særlige behov. SBC-vejlederne modtager derudover en træningsdag, hvor de modtager en forklaring på skoledistriktets matematiske læreplaner, og deltager i en diskussion af, hvordan de forventer, eleverne går til opgaveløsningen. Dernæst får tutorerne introduktion og guide til programmets materiale. SBC-vejlederne får endvidere instruktioner i at give eksplicit instruktion, når elever har udfordringer med centrale matematiske begreber eller færdigheder. SBI-vejlederne fik i stedet for træningsdagen et 2-dages undervisningsforløb, der gav dem en beskrivelse af undervisningsmaterialet samt retningslinjer for, hvordan de skal implementere essentielle dele af undervisningen, herunder eksempelvis problemløsning, modelkonstruktion og feedback.

Elever i begge indsatsgrupper får 60 minutters instruktion i grundlæggende matematik af deres matematiklærer, som anvender undervisningsmaterialet, *Investigations in Number data and Space*. Derefter modtager eleverne 30 minutters supplerende instruktion i matematik enten ud fra SBI- eller SBC-programmet fem gange om ugen i 12 uger. Disse supplerende matematikundervisningsgange foregår uden for klasselokalet. Forskellen på SBI og SBC er, at SBC indeholder en problem- og undersøgelsesbaseret metode, hvorimod SBI er lærerbaseret undervisning med afsæt i skematiske instruktioner.

I SBC-indsatsen modtager eleverne instruktioner i positionstalsystem (*place value*), addition og subtraktion samt i problemløsning fra deres lærebøger. Det indeholder undervisning om følgende områder; bytte klistermærker (*trading stickers*), regne med mønter (*combining coins*), indsamlings- og rejsefortællinger (*collections and travel stories*) og fortællinger, tabeller og grafer (*stories, tables and graphs*).

I SBI-indsatsen fokuseres der på tekstbaserede problematikker med fokus på følgende problemtyper; forandringsproblemer og sammenligningsproblemer samt to-trinsproblemer. I SBI består indsatsen af følgende fem problemtyper; ændring af tal (*changes*), gruppering af tal (*group*), sammenligning af tal (*compare*), gennemgang af disse

tre problemtyper (*review*) og to-trins-problemer. For hver af de fem enheder er der fem lektioner. I den første lektion præsenteres temaet og problememnet. I de efterfølgende tre lektioner arbejdes der med problemløsningsstrategier, skematiske diagrammer og FOPS-tjeklister (*Find problem type, Organize information in the problem using a diagram, Plan to solve the problem, and Solve the problem*), som er forskergenereret, for at finde de relevante informationer i den enkelte problemløsning. I den sidste lektion blev det oprindelige skema erstattet med et diagram, som eleverne selv udviklede.

I studiet måles elevernes matematiske progression ved hjælp af **Measure of Academic Progress (MAP)**. Derudover anvendes et **forskergenereret måleredskab** til at vurdere elevernes matematiske problemløsning (*mathematical word problem solving*), både før og efter indsatsen. Elevernes generelle matematiske færdigheder måles ved **Addition and Subtraction NC automaticity**. Effekten af vejledning i små grupper på elevernes matematiske progression afdækkes ved hjælp af regressionsanalyser (lineære hierarkiske modeller).

Studiet viser, at for elevernes evne til at løse matematiske problemer var der en **positiv effekt** af vejledning i små grupper. Effekterne af SBI-indsatsen var dog kun gældende for de elever, som i førtesten fik høje resultater i problemløsningstesten (*mathematical word problem solving*). De opnåede en større effekt af SBI-indsatsen ved eftertesten. Derudover viser studiet, at de elever, som ved førtesten fik lave resultater på problemløsningstesten, opnår en større effekt (på problemløsningstesten) af at være i SBC-indsatsen. Det vil sige, at elever, der i udgangspunktet præsterer lavt, klarer sig bedre, når de har deltaget i SBI-indsatsen. Der var ingen effekt på elevernes resultater, når effekten var afdækket ved *MAP-testen* samt på *the NC automaticity test*.

Forskerne angiver, at indsatserne er implementeret i moderat overensstemmelse med indsatsbeskrivelsen.

19. Jitendra, Asha K.; Danielle N. Dupuis, Michael C. Rodriguez, Anne F. Zaslofsky, Susan Slater, Kelly Cozine-Corroy & Chris Church: *A randomized controlled trial of the impact of schema-based instruction on mathematical outcomes for third-grade students with mathematics difficulties*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2013

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af vejledning i små grupper (*small-group tutoring*) på elever med særlige behovs matematiske præstationer og tekstbaseret problemløsning. Vejledningen er delt op i to indsatser; *skemabaserede instruktioner (SBI)* og *school-providedstandards-based curriculum (SBC)*. I studiet er der fokus på fremstilling af et problem (*representing*) og tekstbaseret problemløsning (*word problem solving*).

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment**, hvor der deltager 109 elever i 3. klasse med særlige behov fra 9 forskellige skoler og fra i alt 28 forskellige klasser. Eleverne udvælges til at deltage med udgangspunkt i, at de er blandt de 40 pct. lavest præsterende i en test om læringsprogression i matematik (*Measure of Academic Progress (MAP)*). Derudover skelnes der mellem elever, som er meget fagligt svage (1-25 percentil) og mindre fagligt svage (26-40 percentil). Eleverne er på tværs af de to grupper fordelt i to indsatsgrupper, således at der er 53 elever, der modtager SBI-indsatsen, og 56 elever, der modtager SBC-indsatsen. Studiet fremhæver selv, at SBC er en kontrolgruppe, men i andre studier af Jitendra et al. (2013c) beskrives SBC som en indsats og ikke en kontrolgruppe. Derfor kan studiet ikke kategoriseres som et randomiseret, kontrolleret forsøg. I alt er der 18 tutorer, som indgår i indsatsen, som alle er frivillige fra lokalsamfundet.

Vejlederne i begge indsatser er rekrutteret gennem lokalsamfundet. Vejlederne modtager fælles træning forud for indsatsen i adfærdsstyrende teknikker til at hjælpe elever med særlige behov. Vejlederne i begge indsatser modtager en træningsdag med fokus på læring for fagligt svage elever samt fokus på korrekt implementering af indsatserne. SBC-vejlederne får derudover instruktioner i at give eksplicit instruktion, når elever kæmper med centrale matematiske begreber eller færdigheder samt i skoledistriktets matematiske læreplaner. SBI-vejlederne får et 2-dages undervisningsforløb, der inkluderer en beskrivelse af undervisningsmaterialet samt retningslinjer til, hvordan de skal implementere essentielle dele af undervisningen, herunder eksempelvis problemløsning, modelkonstruktion og feedback.

Elever i begge indsatsgrupper får 60 minutters instruktion i grundlæggende matematik af deres matematiklærer, som anvender undervisningspensum fra ***Investigations in Number data and Space***. Derefter modtager eleverne i 30 minutter 5 gange om ugen i 12 uger supplerende instruktion i matematik henholdsvis ud fra SBI- eller SBC-programmet. Disse supplerende matematikundervisningslektioner foregår uden for klasselokalet.

I SBC-indsatsen modtager eleverne instruktioner i positionstalsystem (*place value*), subtraktion og addition samt problemløsning (*problem solving*) fra deres lærebøger. Det inkluderede undervisning i følgende matematiske områder: bytte klistermærker (*trading stickers*), regne med mønter (*combining coins*), indsamlings- og rejsefortællinger (*collections and travel stories*) og fortællinger, tabeller og grafer (*stories, tables and graphs*).

I SBI-indsatsen er der fokus på tekstbaseret problemløsning (*word problem solving*) ud fra følgende problemtyper; forandringsproblemer og sammenligningsproblemer samt to-trins-problemer. I SBI-indsatsen arbejdes der med et-trins- og to-trins-tekstbaseret problemløsninger i forhold til ændring af tal (*changes*), gruppering af tal (*group*) og sammenligning af tal (*compare*).

Vejlederne følger disse fire trin i undervisningen;

1. *Klargøring (priming)* af den matematiske struktur i problemet med fokus på et-trins- og to-trins-problemer.
2. *Visuel kortlægning (visual mapping to represent the problems)* af de informationer, som er beskrevet i problemet. Fokus er på, at eleverne skal lære om den skemabaserede tilgang til problemløsning, således at de kan genkende og udpege elementerne i problemerne fremadrettet.
3. *EksPLICIT instruktion (teaching problem-solving heuristic)* i en regelbaseret tilgang til problembehandling, hvor FOPS-tjeklister (*Find problem type, Organize information in the problem using a diagram, Plan to solve the problem, and Solve the problem*), som er forskergenereret, anvendes til, at eleverne kan finde de relevante informationer i den enkelte problemløsning.
4. *Fremme metakognitiv strategi (metacognitive strategy knowledge use during problem solving)* til problemløsning. Fokus er på at få eleverne til at reflektere over følgende fire elementer: problemforståelse (*problem comprehension*), problemrepræsentation (*problem representation*), planlægning af problemløsning (*planning*) og løsning af problemet (*problem solution*).

I studiet måles elevernes matematiske progression ved hjælp af **Measure of Academic Progress (MAP)**. Derudover anvendes et **forskergenereret måleredskab** til at vurdere elevernes matematiske tekstbaserede problemløsning (*word problem solving*). Effekten af vejledningen på elevernes matematiske progression afdækkes ved hjælp af varians- og regressionsanalyser (lineære, hierarkiske modeller).

Studiet indikerer, at der er en **positiv betydning** af SBI-indsatsen på elevernes evne til at løse tekstbaserede problemer. Derudover viser studiet, at eleverne i SBI-indsatsen, som er fagligt meget svage, opnåede en højere effekt af indsatsen, end eleverne der var mindre fagligt svage. Derudover er der en positiv effekt af SBI-indsatsen på elevernes matematiske progression.

Det fremgår af studiet, at indsatsen i høj grad er implementeret som foreskrevet i de 12 uger, hvor indsatsen finder sted.

20. Krawec, Jennifer; Jia Huang, Marjorie Montague, Benikia Kressler & Amanda Melia de Alba: *The Effects of Cognitive Strategy Instruction on Knowledge of Math Problem-Solving Processes of Middle School Students with Learning Disabilities*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2012

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af undervisningsmetoden, *Solve It!*, på elevers kendskab til matematiske problemløsningsstrategier hos børn i 7. og 8. klasse.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment**, der består af i alt 161 elever fordelt på en indsatsgruppe på 88 elever og en kontrolgruppe på 73 elever. Eleverne kommer fra skoler, der er udvalgt på baggrund af deres beliggenhed i Miami-Dade County Public Schools distrikt. Skolerne bliver matchet på baggrund af elevers kunnen og socioøkonomiske baggrund, herefter bliver skolerne tilfældigt udvalgt til indsats- eller kontrolgruppen. Herefter udvælges der tilfældigt elever, således at halvdelen af eleverne i indsats- og kontrolgruppe går i 7. klasse, den anden halvdel går i 8. klasse. Den samme procedure foretages i forhold til socioøkonomisk baggrund, således at halvdelen af eleverne i hver gruppe er elever med særlige behov.

Solve It! er en forskningsudviklet indsats designet til at forbedre præstationerne i problemløsning hos elever med særlige behov. *Solve It!* omfatter en instruktionsmanual og guide for lærerne, manualbaserede lektioner samt materiale til brug i undervisningen. *Solve It!* går ud på at lære eleverne en række trin i forbindelse med problemløsning. Der er fire følgende trin;

1. *Forståelse af problemet*, hvor eleverne skal omformulerer problemet med deres egne ord (*reading and paraphrasing*)
2. *Visualisering af problemet*, hvor eleverne skal visualiserer problemet ved at give forholdet mellem de forskellige matematiske elementer, som indgår i problemet (*visualizing*)
3. *Valg af løsningsstrategi*, hvor eleverne skal vælge en løsningsstrategi og komme med et bud på løsningen (*hypothesizing and estimating*)
4. *Løsning af problemet*, hvor eleverne skal løse problemet og vurdere deres svar samt den proces, de har været igennem for at nå til løsningen (*computing and checking*)

Det lægges især vægt på den afsluttende refleksionsproces. Inden indsatsen er alle lærere, der skal undervise i indsatsgruppen, på en 3-dages workshop i brugen af *Solve It!*. Indsatsen varer et skoleår og består af et 3-dages intensivt instruktionsforløb af eleverne og herefter 30 minutters *Solve It!*-problemløsningsøvelser ugentligt. Kontrolgruppens lærere fik besked på at fortsætte den almindelige undervisning som fulgte deres pensum, men dog at fokusere 30 minutter ugentligt på problemløsning.

I studiet måles elevernes kendskab til matematiske problemløsningsstrategier ved en **før- og eftertest** med dele af måleredskabet ***The Math Problem-Solving Assessment (MPSA)***, der består 37 forskelligartede spørgsmål. I dette studie analyseres kun 23 af de åbne spørgsmål (*open ended questions*). Spørgsmålene spørger ind til strategier i forbindelse med problemløsning. Testen bliver vurderet, således at strategier, der bedømmes til at være produktive, giver 1 point, hvor uproduktive strategier giver 0 point. Effekterne afdækkes ved hjælp af variansanalyser.

Studiet viser, at undervisningsmetoden, *Solve It!*, har en **positiv effekt** på elevernes kendskab til matematiske problemløsningsstrategier. Studiet viser endvidere, at den positive effekt gælder i lige høj grad for elever med og uden særlige behov.

Det fremgår af studiet, at indsatsen i høj grad er implementeret, som foreskrevet.

21. Kroesbergen, Evelyn H.; Johannes E. H. Van Luit & Cora J. M. Maas: *Effectiveness of Explicit and Constructivist Mathematics Instruction for Low-Achieving Students in the Netherlands*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: Holland

Årstal for udgivelse: 2004

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af to forskellige undervisningsmetoder i matematik, *Constructivist Instructions* (CI) og *Explicit Instruction* (EI), på multiplikationsevner og motivation inden for matematik hos fagligt svage elever fra 2. til 6. klasse.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg** med to indsatsgrupper og en kontrolgruppe. I alt deltager 256 elever. Af disse er 129 elever fra 11 forskellige specialskoler for elever med særlige behov og 136 elever fra 13 forskellige almindelige skoler. Eleverne er udvalgt med udgangspunkt i, at de er blandt den fjerdedel, der præsterer lavest i matematik ved en national test i matematik. På skoleniveau bliver eleverne tilfældigt udvalgt til en af de tre grupper. I CI-indsatsen er der 85 elever, i EI-indsatsen er der 83 elever, og i kontrolgruppen er der 97 elever. Indsatsen består i, at elever fra de to indsatsgrupper modtager 30 lektioner a 30 minutter i enten CI eller EI over en periode på fire til fem måneder. Forud for indsatserne deltager lærerne i træning i indsatsens indhold og undervisningsmetode, men længden og omfanget af træningen er ikke præciseret.

I CI-undervisningen skal eleverne selv opdage løsningsstrategier. I lektionerne fremlægger læreren dagens multiplikationsemne (eksempelvis 6-tabellen), herefter styrer læreren en diskussion blandt eleverne om, hvordan forskellige typer af problemer kan løses. Til sidst skal eleverne forsøge at løse problemet individuelt. Hvis eleverne ønsker det, kan de inddrage forskellige materialer, som for eksempel træblokke og bolde til at visualisere problemet. Læreren foreslår ingen konkret løsningsstrategi, men forsøger at lede diskussionen i en bestemt retning.

EI-undervisningen er en kontrast til CI. I EI-undervisningen giver læreren en løsningsstrategi, som eleverne skal følge, efter læreren har fremlagt dagens emne. Læreren viser med et eksempel, hvordan man benytter strategien og illustrerer det om nødvendigt med forskellige materialer. Læreren hjælper løbende eleverne, når de har problemer eller spørgsmål.

Eleverne fra kontrolgruppen følger den traditionelle undervisning, der foregår i deres respektive klasser.

Eleverne bliver testet med **fire forskergenererede multiplikationstest** og med et standardiseret måleredskab, **Motivation Mathematics Questionnaire (MMQ 8-11)**, før indsatsen, umiddelbart efter indsatsen og igen tre måneder efter indsatsen. De forskergenererede test består af to test med multiplikationsstykker, som eleverne skal løse mundtligt, og to test med tekstbaserede problemløsningstest. I hver kategori er der en let og en svær test. De tekstbaserede problemløsningstest var baseret på spørgsmål fra tidligere undersøgelser af hollandske skoleelever fra specialskoler. Eleverne skal løse opgaver såsom "I en æske med chokolader er der 4 rækker med hver 7 stykker chokolade i. Hvor mange stykker chokolader er der i æsken?". Eleverne skal skrive deres løsningsstrategi ned og vise, hvordan de er kommet frem til deres svar. Spørgsmålene i MMQ 8-11 spørger ind til elevernes forståelse af matematisk problem-

løsning og til deres vurdering af egne evner inden for dette. Effekterne afdækkes ved hjælp af regressionsanalyser.

Studiet viser, at både CI- og EI-undervisning har en **positiv effekt** på elevernes matematiske færdigheder ved samtlige fire test sammenlignet med kontrolgruppen. Studiet viser endvidere, at EI-gruppen klarer sig bedre end CI-gruppen i de to problemløsnings-test i eftertesten samt i den opfølgende test tre måneder senere.

Studiet viser **ingen forskel** på elevernes motivation mellem de tre elevgrupper. Dog viser studiet, at CI-gruppen ligger lavere end de andre grupper på parametret *ego oriented*, som er et udtryk for, hvorvidt eleven i matematikundervisningen har fokus på at klare sig bedre end de andre elever.

Det fremgår af studiet, at indsatsen er implementeret, som foreskrevet.

22. Lindh, Joergen & Thomas Holgersson: *Does LEGO training stimulate pupils' ability to solve logical problems?*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: Sverige

Årstal for udgivelse: 2007

Årstal for dataindsamling: 2002-2003

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af at integrere LEGO Dacta i undervisningen på svenske 5. og 9. klasses elevers matematiske kompetencer og problemløsningsfærdigheder. I den kvalitative del af studiet er der fokus på, hvordan børn bedst udvikler deres viden, når LEGO Dacta benyttes i undervisningen.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment**, der består af en indsatsgruppe på 12 klasser og en kontrolgruppe på 12 klasser. Indsatsklasserne er udvalgt ud fra et ønske om at have skoler fra både små, mellem og store kommuner i Sverige. Kontrolklasserne er efterfølgende matchet på kommunestørrelser, således at indsats- og kontrolklasser kommer fra kommuner af samme størrelse. Indsatsgruppen omfatter 322 elever, heraf er 193 elever i 5. klasse og 129 elever i 9. klasse. Kontrolgruppen omfatter 374 elever, heraf 169 elever i 5. klasse og 205 elever i 9. klasse. Modulet forløber over en periode på 12 måneder, hvor eleverne anvender materialerne i to ugentlige lektioner. For eleverne i 9. klasse integreres anvendelsen af LEGO Dacta i matematikundervisningen, mens anvendelsen af LEGO Dacta foregår i selvstændige undervisningsmoduler for eleverne i 5. klasse. Undervisningen tilrettelægges og gennemføres af elevernes lærere, der forinden indsatsen har modtaget undervisning i brugen af LEGO Dacta.

LEGO Dacta er et robotlegetøj, der består af et sæt af redskaber og materialer, hvoraf nogle er LEGO-klodser. Derudover er der en mekanisk del, et sæt sensorer og motorer, en central kontrolenhed, en computer og en software med tilhørende opgaveinstruktioner og manualer. Delene kan sættes sammen til simple konstruktioner, eksempelvis en robot. I indsatsen benytter eleverne sig af LEGO Dacta-redskaberne til at visualisere, modellere og konkretisere opgaveløsningerne på de opgaver, der følger med i LEGO Dacta-undervisningsmodulet. I undervisningen arbejder eleverne i mindre grupper om at løse de stillede opgaver, og eleverne samler, programmerer og styrer robotterne via en almindelig computer. Modulet forløber over en periode på 12 måneder, hvor eleverne anvender materialerne i to ugentlige lektioner.

For eleverne i 9. klasse integreres anvendelsen af LEGO Dacta i matematikundervisningen, mens anvendelsen af LEGO Dacta foregår i selvstændige undervisningsmoduler for eleverne i 5. klasse. Undervisningen tilrettelægges og gennemføres af elevernes lærere, der forinden indsatsen har modtaget undervisning i brugen af LEGO Dacta.

I indsatsen er der ikke anvendt et bestemt pensum for brugen af LEGO Dacta, da det i højere grad er op til den enkelte skole, hvordan de vil inddrage det. For at sikre at alle klasser kommer i gang ensartet, er første opgave dog den samme for alle. Denne er ikke nærmere specificeret i studiet. Kontrolgruppen har i samme periode den almindelige matematikundervisning.

I studiet måles eleverne matematiske færdigheder ved en før- og eftertest. Eleverne bliver testet ved hjælp af en matematisk test, der er udarbejdet på baggrund af den svenske nationale test i matematik samt en problemløsningstest, der ikke er nærmere specificeret i studiet. Den kvalitative del af studiet undersøges ved hjælp af observationer af undervisningen og interview med elever. Effekterne afdækkes ved hjælp af varians- og regressionsanalyser.

De kvantitative analyser indikerer, at der **ingen overordnede effekter** er af at anvende LEGO Dacta i undervisningen på hverken elevernes matematiske færdigheder eller på deres problemløsningsfærdigheder. Dette gælder både for eleverne i 5. og 9. klasse. Der gennemføres endvidere en række delanalyser for at vurdere, om effekten af at anvende LEGO Dacta varierer alt efter elevernes færdighedsniveau i matematik, før LEGO-indsatsen implementeres. Resultaterne af disse analyser er inkonsistente, men den metodisk stærkeste test (regressionsanalysen) indikerer dog, at den andel af 5. klasses elever i indsatsgruppen, der klarede sig dårligst i de nationale tests i matematik det forgående skoleår (4. klasse), klarer sig bedre i matematiktesten i 5. klasse end elever med samme faglige niveau i kontrolgruppen. Det tyder således på, at anvendelsen af LEGO Dacta i undervisningen kan forbedre de svageste elevers matematiske færdigheder. Effekten gælder dog ikke for 9. klasses elevernes matematiske færdigheder og ej heller for 5. og 9. klasses elevernes problemløsningsfærdigheder.

De kvalitative analyser indikerer, at det er vigtigt, at læreren indtager en vejledende rolle i undervisningen med LEGO og understøtter elevernes læringsproces, da udfordringerne med LEGO-opgaverne kan bremse elevernes arbejde helt. Samtidig indikerer analysen, at eleverne fagligt får mest ud af at arbejde med LEGO Dacta, når eleverne kan arbejde med materialerne i mindre grupper ad gangen, og når eleverne fysisk har meget plads til at arbejde. De kvalitative analyser peger endvidere på, at eleverne lærer på forskellige måder, når de anvender LEGO Dacta. Nogen elever får mest ud af at anvende forsøg-fejl-metoden, hvor de afprøver forskellige tilgange, før de finder løsningen på en bestemt opgave. Andre elever benytter sig af en mere samarbejdsorienteret strategi, hvor de spørger andre elever til råds, hvis de støder på udfordringer i arbejdet med materialerne.

23. Linnenbrink, Elizabeth A.: *The Dilemma of Performance-Approach Goals: The Use of Multiple Goal Contexts to Promote Students' Motivation and Learning*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2005

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af to pædagogiske tilgange til anvendelsen af læringsmål i matematikundervisningen på amerikanske 5. og 6. klasses elevers tiltro til egne matematiske evner (*self-efficacy*) og matematiske færdigheder. Studiet undersøger endvidere effekten af de to pædagogiske tilgange på elevernes trivsel, men denne del vil ikke blive beskrevet, da det ligger uden for denne forskningskortlægning.

Undersøgelsen er baseret på et **kvasi-eksperiment**, hvor der deltager 237 elever i 5. og 6. klasse fordelt på tre indsatsgrupper. Der er en ligelig fordeling af drenge og piger samt af fagligt stærke og fagligt svage elever. De to første indsatsgrupper er inddelt efter de to pædagogiske tilgange, hvor den sidste indsatsgruppe modtager en kombination af de to pædagogiske tilgange. Den første pædagogiske tilgang til læringsmål i undervisningen har fokus på elevernes faglige progression og løbende tilegnelse og udvikling af faglige færdigheder (*mastery goals orientation*). Den anden pædagogiske tilgang har fokus på elevernes præstationer og elevernes løbende demonstration af deres faglige kompetencer i undervisningen (*performance goals orientation*). Den pædagogiske tilgang for hver indsatsgruppe indeholder følgende:

- I den første indsatsgruppe (52 elever) bygges undervisningen op om læringsmål med fokus på *progression og elevernes løbende tilegnelse af faglige færdigheder*. Det sker eksempelvis ved, at lærerne i undervisningen fokuserer mere på processen i forhold til at løse matematiske opgaver frem for det rigtige resultat, fremhæver elevernes fejl som positive læringsmuligheder og tildeler eleverne point baseret på deres fremgang i stedet for deres præstationer.
- I den anden indsatsgruppe (92 elever) bygges undervisningen op om læringsmål med fokus på *elevernes præstationer og demonstration af faglige kompetencer*. Det sker eksempelvis ved, at lærerne i undervisningen fremhæver de elever, der klarer sig bedst, giver feedback med udgangspunkt i karakterer og testresultater og tildeler eleverne point baseret på, hvor godt de klarer sig fagligt relativt til klassekammeraterne.
- I den tredje og sidste indsatsgruppe (93 elever) bygges undervisningen op om en kombination af de to pædagogiske tilgange til anvendelsen af læringsmål. Lærerne, der underviser denne gruppe, giver eksempelvis feedback med udgangspunkt i elevernes muligheder for at forbedre sig og tydeliggør samtidig, at eleverne kan overhale deres dygtigere klassekammerater, såfremt de forbedrer sig på de pågældende punkter. Eleverne i denne indsatsgruppe tildes point baseret på deres faglige fremgang relativt til klassekammeraternes.

Indsatsen varer for alle grupper i fem uger, hvor eleverne undervises i at fortolke grafer og i simpel statistik, såsom beregning af gennemsnit, median og typetal. Indsatsen er opdelt i tre sektioner, hvor hver sektion består af:

- 3-4 dage, hvor eleverne modtager undervisning i klassen og arbejder individuelt med matematikopgaver relateret til lærerens undervisning.

- 2-3 dage, hvor eleverne arbejder i små grupper med opgaver, der supplerer undervisningen
- 1 dag, hvor eleverne tager en quiz fra deres lærebog.

I alle indsatsgrupper fremgår elevernes point og indbyrdes rangering af en planche, der hænger centralt i klasseværelset. Lærerne instrueres i de forskellige tilgange, inden indsatserne implementeres, og understøttes undervejs i forløbet af eksterne konsulenter, der blandt andet kommer med forslag til, hvordan lærerne skal give eleverne feedback med udgangspunkt i de forskellige tilgange. Omfanget og længden af lærerinstruktionerne er ikke præciseret yderligere.

I studiet måles eleverne tiltro til egne matematiske evner (*self-efficacy*) på **skalaen, Patterns of Adaptive Learning Scale (PALS)**, ved både før og efter implementeringen af indsatsen. Effekten af indsatsene kontrolleres desuden for elevernes egen tilgang til de forskellige læringsmål, der belyses ved hjælp af et **spørgeskema**. I studiet måles elevernes matematiske færdigheder ved en test fra en lærebog, hvor eleverne får angivet deres procentandel rigtige svar fra 0 til 100 pct. Det fremgår ikke af artiklen, hvad denne matematiske test indeholder. Effekten af de forskellige pædagogiske tilgange til læringsmål på elevernes tiltro til egne matematiske evner afdækkes ved hjælp af variansanalyse.

Studiet indikerer, at den pædagogiske tilgang, hvor eleverne opstiller læringsmål med fokus på progression og løbende tilegnelse af faglige færdigheder, har en **positiv betydning** for elevernes tiltro til egne matematiske evner. Denne pædagogiske tilgang har samtidig en positiv betydning for elevernes matematiske færdigheder. Der er **ingen betydning** af den pædagogiske tilgang, hvor eleverne opstiller læringsmål, der retter sig mod faglige præstationer og demonstrationer af egne evner. Det vil altså sige, at den første pædagogiske tilgang til læringsmål i undervisningen, der har fokus på elevernes faglige progression og løbende tilegnelse og udvikling af faglige færdigheder (*mastery goals orientation*), har en positiv betydning for elevernes tiltro til egne matematiske evner, samt matematiske færdigheder.

24. Mason, Lucia & Luisa Scrivani: Enhancing Students' Mathematical Beliefs: An Intervention Study

Type: Tidsskriftartikel

Land: Italien

Årstal for udgivelse: 2004

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af at skabe et innovativt læringsmiljø på 5. klasses elevers tiltro til egne matematiske evner (*belief*) samt deres matematiske evner. Studiet undersøger derudover om det påvirker elevernes matematiske evner med særligt fokus på problemløsning.

Studiet er baseret på **randomiseret, kontrolleret forsøg**, hvor der deltager 86 elever i 5. klasse fra fire klasser. Eleverne er på klasseniveau tilfældigt fordelt på en indsatsgruppe (46 elever) og en kontrolgruppe (40 elever). De deltagende elever går alle på samme skole. To forskellige lærere står for undervisningen af henholdsvis indsats- og kontrolgruppen. Den ene af forskerne er primært den, der gennemfører undervisningen i indsatsgruppen. Indsatsen består af 12 lektioner a 1,5 time med en lektion om ugen over en periode på tre måneder.

Første element af indsatsen er at skabe et *anderledes læringsmiljø* ved at ændre *elevernes og lærerens rolle i klassen*. Elevernes rolle ændres ved systematisk at opfordre eleverne til selv at udregne de matematiske opgaver og dermed i højere grad tage ansvar for deres egen læring. Lærerens rolle ændres til at være en lærer, der opmuntrer og stimulerer eleverne til at engagere sig i kognitive og metakognitive aktiviteter (læren som vejleder). Aktiviteterne består af en fem-trins-strategi:

1. Første trin består i, at eleverne skal *lave en præsentation af problemet* til sig selv ved at tegne et billede, lave en liste eller et skema over problemets elementer, identificere relevant og irrelevant information og ved at tage hensyn til deres viden om virkeligheden.
2. Andet trin består i, at eleverne skal *træffe en beslutning* om, hvordan problemet skal løses ved at udarbejde et diagram (*flowchart*), at gætte og tjekke (*guess and check*), at lede efter et mønster og ved at simplificere tallene, som indgår i problemløsningen.
3. Tredje trin består i, at eleverne skal *gennemføre den nødvendige udregning* for at løse problemet.
4. Fjerde trin består i, at eleverne skal *fortolke resultaterne* og angive et svar.
5. Femte trin består i, at eleverne skal *evaluere resultatet*.

Fem-trins-strategien er et værktøj til eleverne til at håndtere de kognitive og metakognitive processer i deres problemløsning.

Andet element af indsatsen er at skabe et *fællesskab i klassen* gennem interaktion mellem eleverne ved både at have klasse- og gruppediskussioner, hvor de forskellige problemløsningsmuligheder diskuteres og evalueres.

Tredje element af indsatsen er at *introducere en række ikke rutineprægede problemstillinger* i undervisningen, som er realistiske og umiddelbart uløselige. Problemløsningen kræver nemlig viden fra hverdagen, og der er i disse typer af problemer ofte flere svarmuligheder. Det betyder, at eleverne skal forholde sig til de konkrete informationer, som bliver præsenteret i de enkelte opgaver. Eleverne i kontrolgruppen fortsatte i

samme periode deres almindelige matematikundervisning med deres lærer, hvor den anden forsker observerede undervisningen.

I studiet måles elevernes tiltro til egne matematiske evner gennem et **forskergenereret målereskab**, der tager udgangspunkt i den italienske version af *Indiana Mathematics Belief Scale*, som har afsæt i *Fennema-Sherman Usefulness Scale*. Den forskergenererede skala har blandt andet fokus på elevernes opfattelse af matematik, matematisk læring og problemløsning og elevernes tiltro til egne matematiske evner. Det blev gennemført **før- og eftertest** af eleverne. Derudover fik de deltagende elever en før- og eftertest i matematisk problemløsning og en eftermåling af deres færdigheder inden for almindelige og ualmindelige tekstbaserede problemer¹³. Derudover udfyldte eleverne også en selvevalueringstest som før- og eftertest, som blandt andet omhandlede deres egen vurdering af deres indsats i undervisningen. Effekten af indsatsen på elevernes tiltro til egne matematiske evner afdækkes ved hjælp af varians- og regressionsanalyser.

Studiet indikerer, at indsatsen har en **positiv effekt** på elevernes tiltro til egne matematiske evner i matematisk og matematisk problemløsning. Eleverne i indsatsgruppen har efter indsatsen en højere tiltro til deres egne matematiske evner sammenlignet med eleverne i kontrolgruppen. Derudover gælder det, at eleverne i indsatsgruppen præsterer mindre varieret efter indsatsen sammenlignet med eleverne i kontrolgruppen. Studiet viser desuden, at eleverne i indsatsgruppen er bedre til at finde frem til det matematiske problem, når det kommer til spørgsmål, som ikke er genkendelige fra hverdagen.

¹³ Der forklares af forskerne, at man ikke kunne gennemføre en førtest blandt eleverne ved skolestart, da man i problemløsningen skulle anvende brøkgregning, som de endnu ikke havde lært.

25. Newman Denis; Pamela B. Finney, Steve Bell, Herb Turner, Andrew P. Jaciw, Jenna L. Zacamy & Laura Feagans Gould: *Evaluation of the Effectiveness of the Alabama Math, Science, and Technology Initiative (AMSTI)*

Type: Rapport

Land: USA

År for udgivelse: 2012

År for dataindsamling: 2006-2010

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af skoleindsatsen *The Alabama Math, Sciences and Technology Initiative (AMSTI)* på elevers præstationer i forhold til matematisk problemløsning. AMSTI er et 2-årigt program, som har til formål at forbedre elevernes matematikkompetencer ved at forbedre lærernes faglige viden og deres instruktioner i *hands-on*- og undersøgelsesbaseret matematik, hvor eleverne arbejder med konkrete materialer. Fokus i rapporten er både på elevernes præstationer i forhold til matematisk problemløsning og læsning samt om lærerne anvender aktive læringsstrategier (*active learning instructional strategies*) i deres undervisning. I nærværende abstract vil der dog udelukkende være fokus på de resultater, som omhandler elevernes præstationer i forhold til matematisk problemløsning.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg**, der består af to eksperimenter. I hvert eksperiment er der en indsats- og en kontrolgruppe, hvor eleverne er tilfældigt fordelt på grupperne. Den tilfældige fordeling sker på skoleniveau inden for tre forskellige skoledistrikter i staten Alabama. I første eksperiment er der i alt 18.713 elever inkluderet (10.022 i indsatsgruppen og 8.691 i kontrolgruppen), og i andet eksperiment er der i alt 17.530 elever inkluderet (9.386 i indsatsgruppen og 8.144 i kontrolgruppen). I begge eksperimenter går eleverne i 4.-8. klasse. Indsatsen finder sted over en 2-årig periode. Eksperimentet er sammensat på den måde, at kontrolgrupperne (skolerne) kun er kontrolgruppe det første år og derefter bliver en del af indsatsen. Det betyder, at effekterne af indsatsen testes to gange. Første gang testes eleverne efter et skoleår, hvor resultaterne for indsatsgruppen er holdt op imod kontrolgruppen. Derefter testes eleverne i indsatsgruppen to år efter indsatsen for at opstille forventede effekter af indsatsen. Disse forventede effekter sammenholdes dog ikke med kontrolgruppen, da kontrolgruppen efter et år indgår i indsatsen.

AMSTI er et 2-årigt program, hvor mindst 80 pct. af en skoles matematik- og naturfagslærere (*science teachers*) deltager. AMSTI består overordnet af følgende to komponenter:

1. *Professional udvikling af lærerne* over en periode på nogle få uger samt løbende udvikling af lærerne over skoleåret. Undervisningen fokuserer på at øge lærernes faglige viden og give dem redskaber til at bruge praksisrettede og undersøgelsesbaserede instruktioner.
2. *Programmateriale, teknologi og andre ressourcer*, herunder *hands-on*- og konkrete materialer (*manipulatives*) såsom termometre, digitale kameraer og forskellige test-kit.

Derudover ydes der *support* på de deltagende skoler for at sikre en god og ensartet implementering.

I studiet måles effekten af AMSTI på elevernes præstationer i forhold til matematisk problemløsning med **Stanford Achievement Test (SAT)** med fokus på matematisk problemløsning (*mathematics problem solving*). SAT-testen anvendes både til **før- og**

eftertest. Effekterne afdækkes ved hjælp af regressionsanalyser (hierarkiske modeller).

Studiet viser, at AMSTI har en **positiv effekt** på elevernes præstationer i forhold til matematisk problemløsning. Studiet viser, at der er en effekt for eleverne i indsatsgruppen allerede efter indsatsens første år. Da kontrolgruppen efter første år overgår til indsatsgruppe, er der ingen reel kontrolgruppe til at sammenligne indsatsgruppens resultater med efter andet år. Det betyder, at de resultater, som indsatsgruppen opnår i andet år, blot giver en indikation af, hvilke resultater der kan forventes. Indsatsen indikerer at have positiv effekt på eleveres præstationer i forhold til problemløsning to år efter indsatsen.

Det fremgår af studiet, at indsatsen i høj grad er implementeret, som foreskrevet.

26. Nguyen, Diem M.; Yi-Chuan Jane Hsieh & G. Donald Allen: *The Impact of Web-Based Assessment and Practice on Students' Mathematics Learning Attitudes*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

År for udgivelse: 2006

År for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet har til formål at undersøge effekten af online opgaveløsning på elevers holdning til matematisk læring og deres tiltro til egne matematiske evner.

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment**, der kombinerer kvalitativ og kvantitativ dataindsamling og analyse. I indeværende abstract afrapporteres udelukkende de kvantitative resultater, da de kvalitative resultater udelukkende er baseret på elever fra indsatsgruppen. I alt deltager 74 elever i 7.klasse fra fire klasser på én skole. Eleverne blev inddelt i henholdsvis en indsatsgruppe med online opgaveløsning (41 elever) og en sammenligningsgruppe med papir-og-blyant-baseret opgaveløsning (33 elever). Eleverne i indsatsgruppen arbejder med online opgaveløsning i skolens computerlokale. Indsatsen forløber over en periode på tre uger, hvor eleverne tre gange om ugen i 30 minutter løser online opgavesæt. I sammenligningsgruppen løser eleverne de samme opgavesæt i printede papirversioner i klasselokalet.

Eleverne i indsatsgruppen skal løse online matematiske opgavesæt på computer, som handler om brøkgregning og decimaler. I studiet indgår fire online opgavesæt samlet i et program, der er udviklet specielt til denne indsats. Programmet ændrer tallene i opgavesættet efter hver gang de har løst opgavesættet, hvilket gør det muligt for eleverne gentagne gange at gennemføre øvelserne. Eleverne kan undervejs i opgaveløsningen få hints til, hvordan de skal løse en opgave. De kan samtidig gå tilbage i opgaverne for at få hjælp til de næstkommende opgaver. Derudover danner computerprogrammet automatisk elevernes svarprocent (pct. rigtige svar) og kommer med tilpasset og umiddelbar feedback til eleven. Det betyder, at eleven kan øve sig på forskellige versioner af det enkelte opgavesæt. Den umiddelbare feedback dannes i programmet på baggrund af en registrering af de fejl, som eleverne gentagne gange har under udregningen. Eleverne i indsatsgruppen bliver før opgaveløsningen informeret om, at læreren får at vide, hvem der anvender programmet mest.

Eleverne i sammenligningsgruppen skal løse samme opgavesæt, som bliver brugt i computerprogrammet. Forskellen er dog, at der for eleverne i sammenligningsgruppen kun er to forskellige versioner af hvert opgavesæt, som de skal løse med almindelig papir og blyant. Eleverne i sammenligningsgruppen bliver opfordret til at gennemføre flere versioner af opgavesættene, men det er ikke et krav til dem. Eleverne kan undervejs i opgaveløsningen få vejledning til, hvordan de skal løse en opgave af deres lærer.

I studiet måles effekten af online opgaveløsning på elevernes holdning til matematisk læring og på deres tiltro til egne matematiske evner ved hjælp af en **før- og eftertest** af eleverne. Spørgeskemaet til før- og eftertesten er udarbejdet med afsæt i både **Aiken Mathematics Attitude Scales**, **Revisited Fennema-Sherman Attitude Scales** og **Instrument for Assessing Educator Progress in Technology Integration**. Effekterne afdækkes ved hjælp af både variansanalyser og regressionsanalyser (hierarkiske modeller).

Studiet viser overordnet set, at der **ingen effekt** er af online opgaveløsning, da der ikke er nogen forskelle mellem indsats- og sammenligningsgruppen. Studiet viser dog, at der er en **positiv effekt for drengene** på deres tiltro til egne matematiske evner,

når der kontrolleres for køn. Drengene i indsatsgruppen vurderer i højere grad end drengene i sammenligningsgruppen, at de er enige i følgende udsagn: "*Jeg er sikker på mig selv, når jeg løser matematiske opgaver*", "*Jeg kan klare mig godt i matematik*" og "*Jeg tror, jeg kan løse sværere matematiske problemer*". For pigerne er der ingen forskel i forhold til førstnævnte udsagn, men i forhold til de to sidstnævnte udsagn er der en **negativ effekt for pigerne** i indsatsgruppen, der i lavere grad end pigerne i sammenligningsgruppen er enige i udsagnet.

27. Ordell, Susanne Björkdahl & Gerd Eldholm: *Räkna med textil*

Type: Rapport
Land: Sverige
År for udgivelse: 2003
År for dataindsamling: 2001/2002
Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger betydningen af anvendelsen af håndarbejde i matematikundervisningen på elevernes matematiske færdigheder, særligt i forhold til deres problemløsningsfærdigheder. Formålet med studiet er at undersøge, om koblingen mellem praktisk arbejde og den teoretiske forståelse kan udvikle elevernes matematiske færdigheder.

Studiet er baseret på et **etnografisk studie** af 15 elever i 2. klasse gennem et skoleår (syv måneder). Eleverne i indsatsgruppen har både i børnehaveklassen og i 1. klasse deltaget i lignende projekter med anvendelse af håndarbejde i undervisningen og har derfor en forhåndsviden om håndarbejde. Der inddrages samtidig en **før- og eftertest** af elevernes matematiske færdigheder. Før- og eftertesten foretages også på en sammenligningsgruppe, der består af 12 elever i en anden 2. klasse på skolen. Eleverne i indsatsgruppen deltager i et projekt, hvor de en hel dag en gang om ugen i en periode på syv måneder arbejder med håndarbejde som en del af matematikundervisningen. Den primære aktivitet består i at lære eleverne at anvende og udvikle matematiske færdigheder gennem vævning. Undervisningen for indsatsgruppen foretages af en lærer, der er en del af studiets projektgruppe. Undervisningen forløber som vanligt i sammenligningsgruppen gennem hele undersøgelsesperioden.

I studiet måles elevernes matematiske færdigheder i forhold til problemløsning ud fra **dagbogsnotater, fotos og interview**. Dagbogsnotaterne er udformet efter hver endt dag af forskeren og drøftes med læreren for at sikre, at der er enighed om notatet og for løbende at udvikle projektet. Fotos af aktiviteterne indgår i interviewene med eleverne, der er foretaget løbende (i grupper) af projektlederen. I **før- og eftertesten** måles elevernes matematiske færdigheder ved hjælp af en **papirtest** med fem geometri- og problemløsningsopgaver, som er udformet af Skolverket¹⁴ til 2. klasses elever. Eleverne interviewes af forskeren, imens de løser den sidste opgave med henblik på at teste deres evne til at forklare deres opgaveløsning. Betydningen af anvendelsen af håndarbejde i matematikundervisningen rapporteres ved hjælp af dagbogsnoter, interviewcitater og antal elever (i absolutte tal), der løste opgaver i papirtesten korrekt.

Studiet indikerer, at anvendelse af håndarbejde i matematikundervisningen har en **positive betydning** for at stimulere elevernes praktiske arbejde og giver eleverne passende udfordringer i forhold til den teoretiske forståelse af matematikken. Samtidig indikerer studiet, at eleverne trænes i at overføre viden mellem abstrakte matematiske modeller og den konkrete virkelighed, og især i forberedelsen af vævningen lærte eleverne at tænke problemorienteret. Eleverne i indsatsgruppen præsterer endvidere bedre i alle fem opgaver i eftertesten sammenlignet med førtesten og bedre end sammenligningsgruppen ved sammenligning af de to eftertest. Eleverne i indsatsgruppen havde samtidig den største difference mellem før- og eftertesten sammenlignet med sammenligningsgruppen.

¹⁴ Skolverket er en central myndighed for det svenske skolevæsen.

28. Panaoura, Areti: *Improving problem solving ability in mathematics by using a mathematical model: A computerized approach*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: Cypern

År for udgivelse: 2012

År for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af at træne elever i en matematisk problemløsningsmodel (*mathematical model*) på deres tiltro til egne matematiske problemløsningssevner (*self-representation*), deres selvregulerende adfærd, når de oplever vanskeligheder (*self-regulation*), og deres matematiske præstationer (*mathematical performance*).

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment** med en indsats- og en sammenligningsgruppe. I forsøget deltager 255 elever fra fem forskellige skoler, der alle går i 5. klasse. Indsatsgruppen består af 107 elever, mens sammenligningsgruppen består af 148 elever. Det er frivilligt at deltage, og indsatsgruppen består derfor af elever fra fem skoler, der frivilligt har valgt at deltage. Sammenligningsgruppen består af alle 5. klasses elever på to andre skoler, der er valgt til at være sammenligningsskoler. Eleverne i indsatsgruppen deltager i 20 individuelle lektioner (*individual meetings*), hvor de via en e-læringshjemmeside bliver trænet i en matematisk model for problemløsning. Indsatsens varighed og længden på lektionerne fremgår ikke af artiklen.

Den matematiske model for problemløsning i dette studie nedbryder problemløsningen i en række forbundne faser. Hver fase indeholder forskellige elementer og udfordringer, som eleverne skal tage stilling til. Ved at nedbryde problemløsningen i en række faser er idéen, at eleverne bliver bedre til at gå mere systematisk til værks, når de skal løse problemer. Det handler om at træne elevernes metakognitive evner, hvilket vil sige; at gøre eleverne mere opmærksomme på, hvad de gør, og hvorfor det skal gøres på den måde, samt hvad de skal gøre, når de kommer i vanskeligheder. Derudover trænes de i, hvordan der skal vælges strategier, som understøtter formålet med den matematiske udregning.

E-læringen er bygget op om en hjemmeside, som eleverne i indsatsgruppen skal besøge i alt 20 gange (én gang i hver lektion) under opsyn. De første fire lektioner handler om at gøre eleverne fortrolige med hjemmesiden og systemet. De næste 10 lektioner introducerer og træner eleverne i de enkelte faser i problemløsningsmodellen. De seks sidste lektioner handler om at få eleverne til at bruge samtlige faser i problemløsningen til at løse forskellige matematiske opgaver. Hjemmesiden skal løbende få eleverne til at reflektere over deres løsninger og måder at håndtere problemer på samt gøre eleverne mere strategisk bevidste i deres problemløsning. Hjemmesiden er endvidere designet på en måde, så det er muligt for eleverne at få løbende feedback samt hints og forslag til, hvordan de kan komme videre i en opgave, de har svært ved at løse.

I studiet måles elevernes tiltro til egne matematiske evner (*self-efficacy*) ved hjælp af et **forskergenereret spørgeskema**, hvor de eksempelvis vurderer, i hvilken grad de let kan sammenligne to billeder og finde ligheder og forskelle. Elevernes selvregulerende adfærd (*self-regulation*), når de løser en matematisk opgave og forklarer det til andre, måles ved hjælp af et andet forskergenereret spørgeskema. Eleverne bliver eksempelvis spurgt om, hvorvidt de benytter diagrammer, når de skal forklare løsningen på en opgave til en klassekammerat, der har svært ved opgaven. De to spørgeskemaer har begge til formål at spørge eleverne om deres vurdering af deres evner og adfærd. I studiet måles elevernes matematiske præstationer ved hjælp af **en matematisk test**. Det fremgår ikke, om spørgeskemaerne og den matematiske test er udviklet med afsæt

i eksisterende test eller spørgeskemaer. Der foretages både før- og eftertest. Effekterne afdækkes ved hjælp af variansanalyser.

Studiet indikerer, at det, at træne eleverne i en matematisk model for problemløsning, der nedbryder problemløsningen i en række faser, har en **positiv betydning** for deres tiltro til egne matematiske evner, deres selvregulerende adfærd, når de støder på vanskeligheder, og deres matematiske præstationer. Studiet indikerer, at elevernes tiltro til egne matematiske evner bliver forbedret for både indsats- og sammenligningsgruppen. Effekterne er dog større for indsatsgruppens end de er for sammenligningsgruppen. I forhold til elevernes selvregulerende adfærd indikerer studiet, at der er en positiv effekt af indsatsen for eleverne i indsatsgruppen, da deres kompetencer til selvregulering bliver bedre. Hvad angår elevernes matematiske præstationer, så klarer begge grupper sig bedre i eftertesten end ved førtesten, men eleverne i indsatsgruppen klarer sig relativt set bedre end eleverne i sammenligningsgruppen.

29. Ramdass, Darshanand H.: *Improving Fifth Grade Students' Mathematics Self-Efficacy Calibration and Performance through Self-Regulation Training*

Type: Afhandling

Land: USA

År for udgivelse: 2009

År for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Medium

Studiet undersøger effekten af undervisning i strategisk træning og selvrefleksion (*strategy training and self-reflection*) på elevers matematiske kompetencer inden for brøkregning og elevernes tiltro til egne matematiske evner.

Studiets resultater vedrørende elevernes performance inden for matematik er ikke beskrevet i dette abstract, da det ligger uden for denne forskningskortlægning. I abstractet fokuseres der i stedet på elevernes tiltro til egne matematiske evner (*self-efficacy*), skævvridning i tiltroen til egne matematiske evner (*self-efficacy bias*) og nøjagtighed af elevernes egen vurdering af matematiske evner (*self-efficacy accuracy*).

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg**, hvor 88 elever i 5. klasse deltager. De deltagende klasser er fra to offentlige skoler og fra en privatskole. Eleverne er tilfældigt blevet inddelt i fire grupper, hvoraf tre af grupperne er indsatsgrupper og én er kontrolgruppe (22 elever i hver gruppe). Indsatsen er opbygget om følgende to elementer: *strategisk træning* og *træning i selv-refleksion*. Det giver i alt følgende fire grupper.

Indsatsgruppe 1: eleverne modtager både strategisk træning og træning i selvrefleksion

Indsatsgruppe 2: eleverne modtager strategisk træning

Indsatsgruppe 3: eleverne modtager træning i selvrefleksion

Kontrolgruppe: eleverne modtager hverken strategisk træning eller træning i selvrefleksion.

Indsatsen består i, at der gennemføres en førttest, en træningsfase (med 20 brøkretningssspørgsmål) med instruktion i strategisk træning og/eller selvrefleksion (afhængigt af indsatsgruppe) og derefter en eftermåling. Det er forskeren, der gennemfører indsatsen, og det foregår enkeltvis med eleverne. Indsatsen varer 60 minutter.

Instruktionen vedrørende strategisk træning (indsatsgruppe 1 og 2) består i, at forskeren fortæller eleverne om et par strategier, de kan bruge, når de skal løse forskellige brøkretningsopgaver. De bliver samtidig trænet i at løse problemerne ved en trin-for-trin-strategi. Opgaverne er delt op i punkter, som eleven skal igennem.

Instruktionen vedrørende selvrefleksion (indsatsgruppe 1 og 3) består i, at forskeren fortæller eleverne, at det er vigtigt at læse problemet grundigt, inden de begynder at løse det, da de ellers kan overse væsentlige elementer. Forskeren markerer under træningsfasen de steder, hvor eleverne laver fejl, og eleverne blev bedt om at løse problemet igen ved at spørge dem om, hvordan de kan løse det på en anden måde. Eleverne bliver derfor undervejs bedt om at reflektere over egne fejl.

Eleverne i kontrolgruppen får ikke instruktion i hverken strategisk træning eller selvrefleksion. I stedet får eleverne instruktion om, at det er vigtigt at læse problemet grundigt, inden de begynder at løse det, da de ellers kan overse væsentlige elementer.

I studiet måles effekterne af de to elementer (strategisk træning og selvrefleksion) ved hjælp af spørgeskemaer som er **forskergenererede**. For at måle elevernes tiltro til

egne matematiske evner (*self-efficacy*) bliver eleverne bedt om at vurdere deres evne til at løse det matematiske problem på en skala fra 1 til 100 forud for udregningen af hvert enkelt matematisk problem. Skævvridning i tiltroen til egne matematiske evner (*self-efficacy bias*) blev udregnet ved at sammenholde elevernes vurdering af deres evne til at løse det matematiske problem (*self-efficacy-rating*) med deres eftermåling i matematiske færdigheder for derved at se, hvor stor en skævvridning der var i deres egne angivelser i forhold til andelen af rigtige løsninger. Derudover udregnes nøjagtigheden af elevernes vurdering af egne matematiske evner (*self-efficacy accuracy*) ved at trække værdien af skævvridningen i tiltroen til egne matematiske evner (*self-efficacy bias*) fra 100. Effekterne afdækkes ved hjælp af variansanalyser.

Studiet indikerer, at strategisk træning har en **positiv betydning** for blandt andet elevernes tiltro til egne matematiske evner samt i forhold til at mindske deres skævvridning i tiltro til egne matematiske evner. Studiet indikerer yderligere, at skævvridning i tiltro til egne matematiske evner korrelerer negativt med elevernes matematiske færdigheder¹⁵, hvilket vil sige, at jo større forskel der er mellem elevens vurdering af egne matematiske evner og elevens faktiske evner, desto lavere præsterer eleven. Der er ingen indikation på, at strategisk træning har en effekt på nøjagtigheden af elevernes egen vurdering af egne matematiske evner (*self-efficacy accuracy*).

¹⁵ Vær opmærksom på, at det ikke er matematiske færdigheder i relation til anvendt matematik men i forhold til brøkgregning.

30. Ridlon, Candice L.: *Learning Mathematics via a Problem-Centered Approach: A Two-Year Study*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

År for udgivelse: 2009

År for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af en undervisningsmetode i matematik, *problem-centered approach* (PCL), holdt op imod den normale undervisning, (*traditional explain-practice, E-P*), på matematikkundskaber, problemløsningsfærdigheder og holdning til matematik hos elever i 6. klasse (i alderen ca. 11-12 år).

Studiet er baseret på **to randomiserede, kontrollerede forsøg** med en indsats- og en kontrolgruppe. I begge forsøg deltager 52 elever, og forsøgene bliver udført på samme skole, men i to forskellige skoleår. I første forsøg undersøger forskeren kun effekten på elever med særlige behov (*low-achievers*). I anden forsøg indgår alle elever uanset deres matematiske færdigheder (*mixed achievement*). Eleverne bliver i begge tilfælde tilfældigt udvalgt til enten at deltage i indsatsgruppen (PCL) eller kontrolgruppen (E-P). Undervisningen forløber i mere end ni uger. Det fremgår ikke, hvor mange lektioner eleverne har, eller hvor længe lektionerne varer. Eleverne bliver testet inden undervisningen påbegyndtes, og efter den bliver afsluttet. Undervisningsmaterialet i første og andet forsøg er identisk og bestod af det pensum, som er gældende i de første ni uger i 6. klasse.

PCL tager udgangspunkt i case- eller projektundervisning, hvor eleverne stilles over for et problem, som enten præsenteres af læreren eller en af eleverne. Derefter arbejder eleverne i grupper sammen om at komme med en løsning på det pågældende problem. Undervejs i lektionen går læreren rundt mellem de forskellige grupper og stiller spørgsmål, lytter til elevdiskussionerne samt får eleverne til at fortælle om deres løsningsstrategi og resultater. Når eleverne efterfølgende samles, præsenteres, diskuteres og vurderes forskellige løsninger på problemet i plenum. På intet tidspunkt i timen må læreren fortælle, hvad der er en rigtige og forkerte løsning. Den eller de rigtige løsninger vælges af klassen og læreren. Elevernes og særligt lærerens rolle i undervisningen er derfor også forskellig fra en traditionel undervisningstilgang (E-P). Det handler ikke så meget om direkte undervisning og instruktion i matematikken, som eleverne derefter bedes eftergøre, men mere om at aktivere og igangsætte eleverne og samtidig facilitere en god og konstruktiv atmosfære og dialog.

Kontrolgruppen modtager en af de mest almindelige former for undervisning i matematik i perioden (E-P). Her er ofte trin-baseret, hvor eleverne i de første 10-15 minutter løser nogle opgaver, dernæst bliver de i ca. 5-10 min. introduceret til det nye koncept, og herefter øver de i 5 minutter den type af opgaver. I de resterende 20-30 minutter anvender eleverne det koncept, de lige har lært, samt de problemløsningstilgange, som de tidligere har lært.

I studiet måles elevernes faglige præstationer (*achievement*) ved hjælp af en **forsker-genereret test**, der tager højde for, at indsatsen kun strækker sig over de første ni uger af skoleåret. Testen tester kun eleverne i de emner, de har nået at gennemgå i løbet af de ni uger. Testens spørgsmål ligger tæt op ad de spørgsmål, eleverne ville se i en **Iowa Test of Basic Skills**-test (**ITBS**). Både testen før og efter indsatsen tog cirka 50 minutter. Derudover svarer eleverne på en selvevaluering omhandlende deres holdning til og motivation for matematik. Effekterne afdækkes ved hjælp af variansanaly-

ser. Undervejs i de to randomiserede, kontrollerede forsøg bliver der derudover indsamlet kvalitative data, dog medtages disse resultater ikke i indeværende kortlægning.

Studiet viser en **positiv effekt** hos eleverne i indsatsgruppen på deres faglige præstationer. Selv om elever i både indsats- og kontrolgruppe viser fremgang fra førtesten til eftertesten, så viser eleverne i indsatsgruppen en større fremgang i deres matematik-kundskaber og problemløsningsevner end eleverne i kontrolgruppen. I det andet forsøg viser det sig, at resultaterne fra førmålingen kan bruges til at forudsige, hvor stor en elevs fremgang ved eftermålingen ville være. Det viser sig, at jo højere man scorede i førmålingen, des mindre ville ens fremgang være i eftermålingen sammenlignet med andre elever med en lavere score¹⁶. Der er derved en sammenhæng imellem elevens niveau ved opstart og den effekt, indsatsen har. Årsagen til denne forskel på forsøg 1 og 2 skal ifølge forfatteren findes i det faktum, at det første forsøg bestod af en homogen gruppe af elever, mens eleverne i forsøg 2 omvendt var en mere heterogen gruppe¹⁷. Samtidig viser spørgeskemaundersøgelsen (selvevaluering), at eleverne i indsatsgruppen i højere grad har en positiv holdning til og motivation for matematik end eleverne i kontrolgruppen.

¹⁶ Eksempel: En elev, der i førmålingen scorede fire point højere end en anden elev, ville opleve en fremgang, der er et point mindre end den anden elev i eftermålingen. Tilsvarende ville en elev, der scorede otte point højere end en anden elev, opleve en fremgang, der var to point mindre end den anden elevs.

¹⁷ Ræsonnementet er kort fortalt, at jo højere en elev scorer i førmålingen, des mindre er mulighederne for fremskridt sammenlignet med andre elever. Det skyldes, at der var et maksimum af point, eleven kunne opnå i testen.

31. Rittle-Johnson, Bethany; Jon R. Star & Kelley Durkin: *Developing Procedural Flexibility: Are Novices Prepared to Learn from Comparing Procedures?*

Type: Tidsskriftsartikel

Land: USA

Årstal for udgivelse: 2012

Årstal for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af tre forskellige undervisningsmetoder i matematik, *immediate comparison of procedure (ICP)*, *delayed comparison of procedure (DCP)* og *delayed exposure (DE)*, på 8. klasses elevers procesfleksibilitet (*procedural flexibility*), procesviden (*procedural knowledge*) og begrebsviden (*conceptual knowledge*).

Studiet er baseret på et **kvasi-eksperiment** med tre indsatsgrupper, hvor der i alt deltager 198 elever i 8. klasse fra to amerikanske skoler. Eleverne er tilfældigt udvalgt til at modtage undervisning i en af de tre undervisningsmetoder. Undervisningen foregår i et emne, eleverne endnu ikke har mødt i deres matematikundervisning. Emnet er ligninger, hvis løsning kræver mere end et trin og således er ligninger med flere trin (*multi-step equations*). 67 elever modtager undervisning i ICP, 62 elever modtager undervisning i DCP, og 69 elever modtager undervisning i DE. Indsatsen foregår over to dage, hvor eleverne i undervisningen bliver sat sammen i par, når de skal arbejde. Dagen inden indsatsen starter, gennemfører eleverne førtesten (45 minutter). Under indsatsperioden bliver eleverne undervist i enten ICP, DCP eller DE. Undervisningen varer i gennemsnit 84 minutter (70-91 minutter). På dagen efter indsatsen tager eleverne eftertesten (45 minutter). Afslutningsvis bliver eleverne testet i en opfølgende test (*retention*) ca. en måned senere (ligeledes 45 minutter).

Indholdet i alle tre indsatsgrupper består af 18 eksempler som illustrerer, hvorledes matematiske problemer skal løses. De tre indsatser varierer i forhold til, om de forskellige genveje (*shortcuts procedure*) bliver vist den første dag, og hvordan eksemplerne er opstillet.

- I ICP undervises og introduceres eleverne for flere tilgange eller måder at løse ligninger på på samme tid. Samtidig opfordres eleverne til at sammenligne løsningstilgangene med hinanden for at finde ligheder og forskelle.
- I DCP undervises og gøres eleverne først bekendt med én bestemt tilgang eller måde at løse ligninger på, før andre introduceres. Eleverne opfordres og støttes dog også her i at sammenligne forskellige løsningstilgange med hinanden.
- I DE undervises og gøres eleverne først bekendt med en tilgang eller måde at løse ligninger på og introduceres derefter til andre måder at løse ligninger på. På intet tidspunkt bliver eleverne i denne undervisningsmetode imidlertid opfordret til at sammenligne forskellige løsningstilgange.

De to sidstnævnte undervisningsmetoder minder derfor mere om de traditionelle undervisningsmetoder i USA, hvor eleverne lærer en ting ad gangen og anvender denne tilgang, før de går videre til noget nyt.

I studiet måles elevernes *procesfleksibilitet*, *procesviden* og *begrebsviden* i forhold til at løse ligninger, der kræver mere end ét trin for at blive løst, ved hjælp af en **forsker-genereret test**. I testen indgår dog opgaver fra en tidligere test, forskeren selv har udviklet.

Elevernes procesfleksibilitet bliver målt på to dimensioner; *fleksibel viden* (flexibility knowledge) og *fleksibel anvendelse* (flexible use). *Fleksibel viden* måler elevernes evne

til at generere flere måder at løse en opgave på og deres evne til at vurdere ikke-standardiserede løsningsveje. *Fleksibel anvendelse* måler, hvor ofte eleverne vælger en passende eller hensigtsmæssig genvej til at løse opgaverne, der berører deres procesviden. *Elevernes procesviden* måles ved hjælp af elevernes evne til at løse ligninger, der enten indeholder genkendelige elementer eller ukendte elementer, såsom nye symboler. *Elevernes begrebsviden* måles ved hjælp af elevernes verbale og ikke-verbale viden om algebra.

Der gennemføres både en **førtest**, en **eftertest** og en **opfølgende test** på alle tre områder. Effekterne afdækkes ved hjælp af regressionsanalyser (hierarkiske modeller) på to niveauer: individniveau og gruppeniveau. På individniveau bliver det testet, om der er en sammenhæng mellem elevernes præstationer i førtesten og eftertesten. På gruppeniveau bliver det undersøgt, om der er en sammenhæng mellem undervisningsmetode (ICP, DCP eller EP) og elevernes procesfleksibilitet, procesviden og begrebsviden.

Studiet viser på individniveau, at der ikke blev fundet nogen sammenhæng mellem elevernes præstationer i førtesten og eftertesten. Studiet viser dog på gruppeniveau, at der er en **positiv effekt** ved at undervise eleverne i flere løsningsgange og få dem til at sammenligne dem på elevernes kompetence indenfor *procesfleksibilitet*. Eleverne øger generelt deres problemløsningsfærdigheder og bliver mere fleksible i deres problemløsning, hvis de i en eller anden grad har modtaget undervisning, der får dem til at sammenligne de forskellige løsningsmetoder. Hvad angår *procesviden*, så var der ingen forskel på elevgrupperne ved eftertesten. Det var der til gengæld ved den opfølgende test (*retention*), hvor ICP-eleverne klarede sig bedre. Der var ingen forskel på elevgruppernes *begrebsviden*, hverken ved eftertesten eller ved den opfølgende test. Større fleksibilitet er imidlertid forbundet med større proces- og begrebsviden. Resultaterne viser således, at eleverne, der blev undervist i ICP-metoden, blev mere fleksible problemløsere.

I forbindelse med implementeringen pointerer forskerne, at det at introducere mange forskellige løsningstilgange på samme tid over for nybegyndere (indskolingselever) på et område (fx matematik), kan være en udfordring, da eleverne let kan blive overvældet af al den information, de vil modtage og skulle forhold sig til (*cognitive load theory*).

32. **Stoeger, Heidrun & Albert Ziegler: Do Pupils with Differing Cognitive Abilities Benefit Similarly from a Self-Regulated Learning Training Program?**

Type: Tidsskriftsartikel

Land: Tyskland

År for udgivelse: 2010

År for dataindsamling: Ikke oplyst

Samlet evidensvægt: Høj

Studiet undersøger effekten af et undervisningsforløb med fokus på blandt andet at forbedre selvregulerende kompetencer i lektiearbejde og eleverne tiltro til egne matematiske evner (*self-efficacy*) på 4. klasses elevers matematiske motivation. Studiet undersøger også, hvorvidt effekten afhænger af elevernes faglige niveau.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrollet forsøg** med en indsats- og en kontrolgruppe, hvor der deltager 201 4. klasses elever frivilligt. Eleverne bliver på lærerniveau tilfældigt tildelt enten indsats- eller kontrolgruppen. Otte lærere med 100 elever bliver valgt som indsatsgruppe, og otte lærere med 101 elever bliver valgt som kontrolgruppe¹⁸. De 16 lærere havde frivilligt meldt sig til at deltage i undersøgelsen. Lærerne følger et 3-dages seminar inden indsatsen. Indsatsen varer i alt i 25 dage over fem uger, men det fremgår ikke, hvor lang tid træningen varer dagligt.

Undervisningsforløbet består i, at eleverne skal arbejde ud fra et læringskoncept om selvregulering, hvor eleverne først skal vurdere deres egne evner. Dernæst skal eleverne opstille læringsmål og bestemme en strategi til at nå målet. Til sidst skal eleverne følge strategien og forsøge at nå målet samt evaluere deres egne evner. Denne proces følges cirkulært, således at eleven bliver ved med at forbedre sig.

I praksis foregår indsatsen ved, at der i klasserne hver dag gennemgås et matematisk emne. Eleverne får herefter udleveret hjemmeopgaver i dette emne og skal så efter at have gennemgået dem vurdere, hvor mange de forventer at kunne løse korrekt til dagen efter. Dagen efter bliver opgaverne rettet, og eleverne skal derefter sammenligne deres resultat med deres vurdering fra dagen inden. Hver uge er der derudover en quiz i skolen, hvor eleverne inden quizen skal vurdere, hvor meget de kan svare på, og efter quizen sammenholde det med deres resultat. Efter første uge skal eleverne, ud over fortsat at vurdere deres egne evner, bestemme sig for strategier til at nå deres mål. Hver uge blev de forskellige strategier diskuteret på klasserne i plenum.

For at vurdere elevernes matematiske motivation bliver de testet før og efter indsatsen ved hjælp af et **forskergenereret måleredskab**, der rummer følgende otte aspekter:

1. *Lektievaner (homework behavior)*, der måles med syv spørgsmål vedrørende elevernes lektievaner, eksempelvis; "Hvor ofte laver du andet, som at se tv, imens du laver lektier?"
2. *Selvrefleksion over egen læring (self-reflection of own learning)*, der måles med fire spørgsmål udviklet på baggrund af det forskningsbaserede spørgeskema *How do you learn?*
3. *Tiltro til egne matematiske evner (self-efficacy)*, der måles med fire spørgsmål, eksempelvis: "I matematik er jeg sikker på, at jeg bliver ved med at få flere og flere rigtige svar".
4. *Interesser (interest)*, der måles med seks spørgsmål fra en forskningsgenereret test.

¹⁸ Fire elever er ekskluderet fra analysen, da de har været fraværende i mindst 10 ud af de 25 træningsdage.

5. *Villighed til at yde en indsats (willingness to exert effort)*, der måles med otte spørgsmål fra et valideret spørgeskema.
6. *Læringsmål (learning goal orientation)*, der måles med seks spørgsmål fra en forskningsgenereret test.
7. *Hjælpeløshed (helplessness)*, der måles med fire spørgsmål fra det forskningsbaserede spørgeskema *Helplessness Scale*.
8. *Præstation i skolen (scholastic achievement)*, der måles med 15 spørgsmål udviklet af lærerne, der var en del af undersøgelsen.

I studiet måles elevernes faglige niveau ved en **før- og eftertest** med **Raven Test**, som er en intelligens-test. På baggrund af testen opdeles eleverne i fire elevgrupper. Effekterne for de forskellige elevgrupper afdækkes ved hjælp af variansanalyse.

Studiet viser, at undervisningsforløbet har en **positiv effekt** på alle otte motivationsaspekter indenfor matematik. Her har indsatsgruppen forbedret deres præstation mere end kontrolgruppen. Studiet viser endvidere, at alle fire grupper har forbedret sig relativt lige meget i seks af de otte aspekter. For *elevernes villighed til at yde en indsats* og *elevernes selvrefleksion over egen læring* havde undervisningsforløbet størst effekt for den elevgruppe, der præsterede under gennemsnittet i *Raven Test*, men som ikke var blandt de svageste elever.

33. The Preschool Curriculum Evaluation Research Consortium (individuelle forfattere ikke angivet): *Effects of Preschool Curriculum Programs on School Readiness. Report from the Preschool Curriculum Evaluation Research Initiative*

Type: Rapport

Land: USA

År for udgivelse: 2008

År for dataindsamling: 2003-2005

Samlet evidensvægt: Mellem

Studiet indeholder effektevalueringer af 14 førskoleundervisningsprogrammer (preschool curricula), som overordnet har til formål at øge skoleparatheden blandt førskolebørn i USA. Kun en af disse effektevalueringer er relevant for nærværende kortlægning. Således vil kun den del af rapporten, der omhandler førskoleundervisningsprogrammet, *Pre-K Mathematics with DLM Early Childhood Express Math software*, indgå i kortlægningen.

Undervisningsprogrammet afprøves i forskellige førskoletilbud for børn i alderen 4-6 år. Børnene kommer fra forskellige førskoleinitiativer, heriblandt *Head Start*. Der skelnes i resultaterne mellem børnehavebørn (*pre-kindergarten*) i alderen 4-5 år og børnehaveklassebørn (*kindergarten*) i alderen 5-6 år. Fordelingen mellem de to alderskategorier er ikke tilgængelig i studiet.

Studiet er baseret på et **randomiseret, kontrolleret forsøg** med en indsats- og en kontrolgruppe, hvor der deltager i alt 40 klasser i studiet. Den tilfældige udvælgelse finder sted på klasseniveau, således at indsatsgruppen består af 20 klasser med 159 børn og kontrolgruppen af 20 klasser med 157 børn.

Pre-K Mathematics supplemented with DLM Early Childhood Express Math software består dels af 29 forskelligartede matematiske aktiviteter udviklet til små grupper, som lærerne kan gennemføre med førskolebørn, dels af et computerprogram. Indsatsen består af 4 lektioner af 20 minutter i 36 uger. I halvdelen af lektionerne benyttes computerprogrammet. Computerprogrammet DLM Early Childhood Express Math software består af små simple øvelser, som børnene selv skal udføre. Eksempelvis skal børnene i en del af programmet klikke på den rigtige figur, når computerprogrammet oplæser opgaven. Det fremgår ikke af artiklen, hvad de resterende 29 matematiske aktiviteter konkret består af. Kontrolgruppen følger i samme periode den almindelige undervisning. Det drejer sig om forskellige undervisningsplaner, der ikke er nærmere uddybet i studiet.

Flere forskellige redskaber er anvendt til at måle effekter af førskoleundervisningsprogrammerne i studiet. I forhold til nærværende kortlægning er de relevante redskaber dem, der måler matematikforståelse. Det drejer sig om **Woodcock Johnson Applied Problems**, **Child Math Assessment-abbreviated Composite Score** og **Building Blocks' Shape Composition Task**.

Studiet viser, at der for både børnehavebørn (*pre-kindergarten*) i alderen 4-5 år og børnehaveklassebørn (*kindergarten*) i alderen 5-6 år er en **positiv effekt** på deres forståelse af geometriske former. For børnehavebørn finder forskerne **til dels en positiv effekt** på deres generelle matematiske kundskaber. Denne effekt er dog ikke konsistent i de to forskellige test heraf. Der er **ingen effekt** for børnehaveklassebørnenes generelle matematiske kundskaber.